Colegio Santo Domingo
Nivel Secundario
Ciclo Orientado
Matemática 5° B
Profesora Belén Giménez
2022

Guía de trabajo N° 1: Factorización de Polinomios

Objetivos

- Identificar las características de un polinomio dado y reconocer el caso de factoreo conveniente para factorizar el mismo.
- Reconocer el concepto de raíz de un polinomio
- Expresar un polinomio dado en forma factorizada aplicando los casos de factoreo vistos.

Contenidos

- Polinomios: concepto, elementos
- Raíces de un polinomios
- Factorización: factor común, diferencia de cuadrados, teorema de Gauss, fórmula resolvente.

Raíces de un polinomio

Recuerda:

Si $P(a) = 0$, entonces a es una raíz de $P(x)$ y si a es raíz de $P(x)$, entonces $P(a) = 0$.

Factorización de polinomios

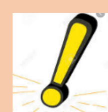
Recuerda:

Factorizar un polinomio es expresarlo como producto de dos o más polinomios *primos*. Son polinomios *primos* aquellos que no se pueden expresar como producto de otros polinomios.

Un polinomio $P(x)$ factorizado, quedará de la forma:

$$P(x) = a_n.(x - x_1).(x - x_2).\ldots.(x - x_n)$$

Siendo $x_1, x_2, \ldots x_n$ raíces del polinomio.



En esta guía aprenderemos los casos de factoreo más utilizados

Colegio Santo Domingo
Nivel Secundario
Ciclo Orientado
Matemática 5° B
Profesora Belén Giménez
2022

• Factor común

En este caso, se procede de manera inversa a la propiedad distributiva.

Primero, se debe reconocer cual es el factor común a todos los términos, y luego, para encontrar el factor que va entre paréntesis, se divide cada término del polinomio por el factor común.

Actividad 1: Extrae factor común

a) $15x + 50x^2 =$

b) $36x^2 - 24x^3 - 4x =$

c) $16a^{10}b^2 - 8a^5b^4 + a^3b^6 =$

Actividad 2: Completa con los términos que faltan:

a) $6x^2 - 3x =$ 3x . (.... $-1)$

b) $6x^5 - 6x^4 + 2x^3 = \boxed{}$. ($3x^2 -$ ____ $+ 1)$

c) $2x^5 - 8x + 6 = \boxed{}$. ($x^5 - 4x +$ ___)

• Diferencia de cuadrados

Se le llama diferencia de cuadrados al binomio conformado por dos términos a los que se les puede sacar raíz cuadrada exacta.

Pasos a seguir para calcula la diferencia de cuadrados:

1. Se extrae la raíz cuadrada de ambos términos.
2. Se multiplica la suma por la diferencia de estas cantidades (el segundo término del binomio negativo es la raíz del termino del binomio que es negativo).

Siempre la diferencia de cuadrados es igual al producto de la suma por la diferencia de sus bases.

Actividad 3: Factoriza los siguientes polinomios

a) $64x^4 - 81 =$
b) $\frac{1}{9}x^2 - 25 =$

Colegio Santo Domingo
Nivel Secundario
Ciclo Orientado
Matemática 5° B
Profesora Belén Giménez
2022

• Fórmula resolvente

Un método para hallar las raíces de polinomios de segundo grado, es utilizar la fórmula de Bhaskara o fórmula resolvente.

Si tenemos el polinomio de segundo grado $P(x) = ax^2 + bx + c$, entonces podemos obtener sus raíces como:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

<u>Actividad 4</u>: Factoriza los polinomios:

a) $Q(x) = x^2 - 5x + 6$
b) $M(x) = -7x + 2x^2 + 3$

• Teorema de Gauss

Dado un polinomio de coeficientes enteros, podemos encontrar posibles raíces del polinomio utilizando el Teorema de Gauss. El mismo asegura que todas las posibles raíces del polinomio son los cocientes entre los divisores del término independiente y los divisores del coeficiente principal. Una vez que se conocen todas las raíces del polinomio, el mismo se puede escribir como $P(x) = a_n.(x - x_1).(x - x_2). \dots .(x - x_n)$

Por ejemplo:

Hallar las raíces racionales de $A(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ y factorizarlo.

Coeficiente principal: 1 $\longrightarrow$ divisores: 1 y -1

Término independiente: -6 $\longrightarrow$ divisores: 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6 y -6

Posibles raíces: 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6

Luego se puede aplicar Teorema del Resto o bien, la regla de Ruffini para verificar cuales de las posibles raíces es, en efecto, una raíz del polinomio:

$$A(1) = 1^3 + 2.1^2 - 5.1 - 6 = -8$$

$$A(-1) = (-1)^3 + 2.(-1)^2 - 5.(-1) - 6 = 0$$

$$A(2) = 2^3 + 2.2^2 - 5.2 - 6 = 0$$

$$A(-2) = (-2)^3 + 2.(-2)^2 - 5.(-2) - 6 = 4$$

$$A(3) = 3^3 + 2.3^2 - 5.3 - 6 = 24$$

$$A(-1) = (-3)^3 + 2.(-3)^2 - 5.(-3) - 6 = 0$$

Como $A(x)$ es un polinomio de grado 3, tiene a lo sumo 3 raíces, por este motivo, las únicas raíces son -1, 2 y -3.

Luego, el polinomio factorizado será:

$$A(x) = 1.(x + 1).(x - 2).(x + 3)$$

Actividad 5: Factoriza aplicando el Teorema de Gauss

a) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

b) $h(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$