Espacio curricular: MATEMÁTICA
Curso: 6° Año
Unidad N° 1: CONJUNTO E INTERVALOS REALES

TEORÍA DE CONJUNTOS

DEFINICIÓN:

Un conjunto es cualquier colección de objetos bien definida cuyos objetos se llaman elementos del conjunto, donde un elemento debe estar solo una vez y el orden de los mismos no nos interesa para definir el conjunto.

Ejemplos:
l-Conjunto de las vocales
2- Conjunto de todos los pájaros negros
Se puede observar que los conjuntos pueden tener infinitos elementos o finitos como muestran los ejemplos, por ello surge dos formas de definir un conjunto.

FORMAS DE DEFINIR UN CONJUNTO

Una manera de describir un conjunto con números finitos de elementos es enumerar o nombrar todos sus elementos entre llaves y esta forma se denomina por **EXTENSION**.
Ejemplo:
Conjunto de las vocales {a, e, i, o, u}
Además, se usan las letras mayúsculas como A, B, C, …, para indicar conjuntos y letras minúsculas como a, b, c, x, y para indicar los elementos del conjunto.

El hecho de que *x* sea un elemento del conjunto A se simboliza $\boldsymbol{x \in A}$, que se lee *x* pertenece al conjunto A.

El hecho de que *x* no sea un elemento del conjunto A se simboliza $\boldsymbol{x \notin A}$, que se lee *x* no pertenece al conjunto A.

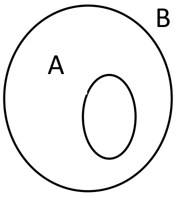
Por ejemplo para A = {a, e, i, o, u} se verifica a $\in$ $\mathbf{A}$, $\mathbf{e} \in \mathbf{A}$, $\mathbf{u} \in \mathbf{A}$ **pero** $\mathbf{m} \notin \mathbf{A}$

Algunas veces es imposible enunciar todos los elementos de un conjunto, se busca una propiedad que identifique a todos sus elementos, esta forma de definir un conjunto se denomina por **COMPRENSION** y se escribe:
{*x*/*x* "se enuncia la propiedad"}

Ejemplos
B= {*x*/*x* es un entero positivo menor que 4} por comprensión
B= {1, 2,3} por extensión.
De acuerdo a la cantidad de elementos los conjuntos se clasifican en:
CONJUNTO VACIO: Es aquel conjunto que no posee elemento alguno, se simboliza Ø.
COJUNTO UNIVERSAL: Se denota con U y es aquel conjunto que contiene todos los posibles elementos del tema en estudio.
De acuerdo a la relación existente entre los conjuntos tenemos:

SUBCONJUNTO

Cuando todos los elementos de un conjunto A son también elementos de un conjunto B, esto es que si $\boldsymbol{x} \in$ A entonces $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{B}$, se dice que A es un subconjunto de B y se escribe simbólicamente: A $\subseteq$ B.
Si A no es un subconjunto de B, se escribe A $\not\subset$ B.
Para visualizar la relación existente entre 2 o más conjuntos se usa una representación gráfica que se denomina Diagrama de Venn en honor al británico John Venn.
Así, si A $\subseteq$ B se tiene:
A$\subseteq$B



IGUALDAD DE CONJUNTOS

La relación entre subconjuntos permite definir la igualdad entre conjuntos de la siguiente forma:

A = B si y solo si A$\subseteq$B y B$\subseteq$A

Es decir dos conjuntos son iguales si cada uno es subconjunto del otro.

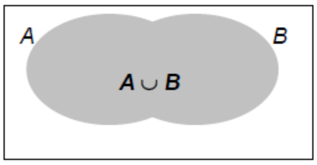
Ejemplo:
Dado los conjuntos $\boldsymbol{A} = \{\boldsymbol{-2};\boldsymbol{2}\}$ y B $= \{\boldsymbol{x}/\boldsymbol{x} \in \mathbb{Z}$ y $\boldsymbol{x^2 - 4 = 0}\}$
Si resolvemos la ecuación $\boldsymbol{x^2 - 4 = 0}$ las soluciones son 2 y – 2. Se concluye que ambos conjuntos son iguales A=B .

OPERACIONES CON CONJUNTOS

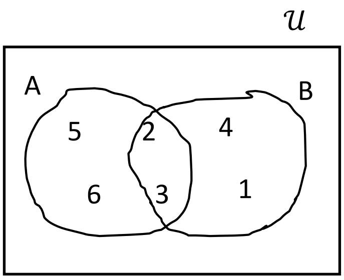
Las operaciones con conjuntos permiten obtener nuevos conjuntos.

Unión "U"

Si A y B son dos conjuntos, se define su **unión** como otro conjunto, que se denota **A U B**, que contiene todos los elementos que pertenecen a A o todos los elementos que pertenecen a B, o a ambos.
Simbólicamente se expresa: A U B = $\{x/\ x \in$ A o $x \in$ B$\}$
Gráficamente:



Ejemplo:
Si A= {2; 3; 5; 6} B= {1; 2; 3; 4} encontrar la unión
A U B = { }



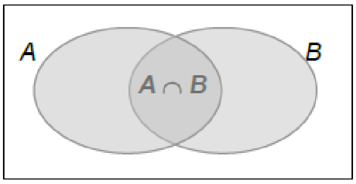
INTERSECCION "∩"

Si A y B son dos conjuntos, se define su **intersección** a otro conjunto, que se denota **A ∩ B**, que contiene todos los elementos que pertenecen a A y todos los elementos que pertenecen a B.

Es decir que tienen los elementos que pertenecen a A como a B en forma simultánea.

Simbólicamente se expresa: $A \cap B = \{x / \ x \in A \ \ y \ \ x \in B\}$

Gráficamente:



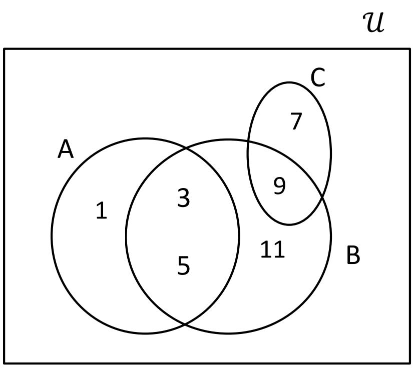
Ejemplo:

Sean los conjuntos $A = \{1; 3; 5\}$ $B = \{3; 5; 9; 11\}$ $C = \{7; 9\}$. Encontrar:

A ∩B=

A∩C=

B∩C=

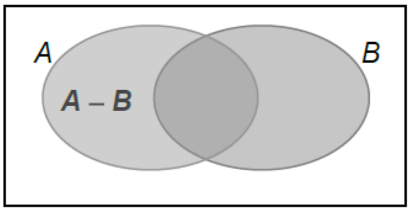


DIFERENCIA "—"

Si A y B son 2 conjuntos, se define **la diferencia de A respecto de B**, se escribe como A – B, al conjunto formado por los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B.

Simbólicamente se expresa $A - B = \{\boldsymbol{x} \ / \ \boldsymbol{x} \in A \ y \ \boldsymbol{x} \notin B\}$

Gráficamente:

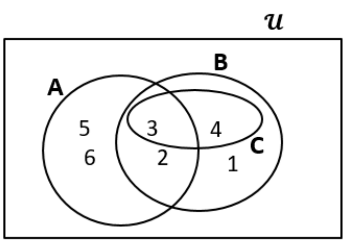


Ejemplo

Con los siguientes conjuntos A= {2; 3; 5; 6} B={1; 2; 3; 4} C={3; 4}. Encontrar:

a) A – B =

b) B – C =



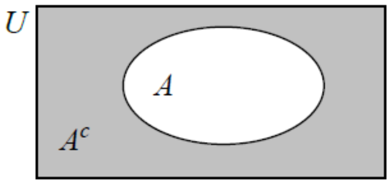
COMPLEMENTO

Si $\mathcal{U}$ es el conjunto universal que contiene al conjunto A, se llama **complemento de A** y se simboliza $\overline{\text{A}}$ al conjunto formado por todos los elementos del universo que no pertenecen al conjunto A.

Simbólicamente se expresa: $\overline{\text{A}} = \{x \ / \ x \in \mathcal{U} \ \text{ y } \ x \notin \text{A}\}$

Gráficamente:

El área sombreada, representa el conjunto complemento de A.

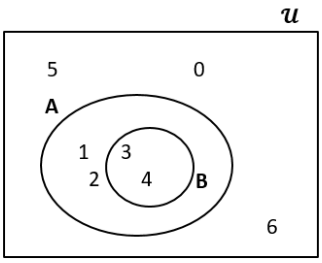


Ejemplo

Si U = {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6} A={1; 2; 3; 4} B={3; 4}. Encontrar:

a) $\bar{A}$ =

b) $\bar{B}$ =



ACTIVIDADES

1) Dados los conjuntos:

A: conjunto de los meses del año

B: conjunto de los números enteros

C: conjunto de los enteros positivos divisores de 15

Analizar y escribir $\in$ o $\notin$ según corresponda.

a) Octubre……………...A

b) 2 de Abril……………A

c) 5 …………………….B

d) – 3…………………... C

e) – 6 …………………...B

f) $\sqrt{6}$……………………..C

g) 15 …………………….C

h) – 5…………………….B

i) Lunes …………………..A

2) Dados los conjuntos A = { 2,4,6,7,8 } B = { $x \in$ N / x es par y $x < 10$ } ¿Cuáles de las siguientes alternativas es la correcta?

   a) A = B
   b) A ⊆ B
   c) B ⊆ A
   d) A ∪ B = { 2,4,6,8,10 }
   e) A ∩ B = { 7 }
   f) A - B = { 7 }

3) Expresar por extensión los siguientes conjuntos.

   a) $A = \{x/x \in \mathbb{Z} \text{ y } -5 < x \leq 5\}$
   b) $B = \{x/x \in \mathbb{N} \text{ y } 0 < x < 5\}$
   c) $C = \{x/x \in \mathbb{Z} \text{ y } x = 2 \cdot n - 4 \text{ con } n \in \mathbb{N} \text{ y } n < 4\}$
   d) $D = \{x/x \in \mathbb{N} \text{ y } x = 2 \cdot n + 3 \text{ con } n \in \mathbb{N} \text{ y } 5 < n \leq 7\}$
   e) $E = \{x/x \in \mathbb{N} \text{ y } x = p + 1 \text{ con } p \in \mathbb{Z} \text{ y } -2 < p < 4\}$
   f) $F = \{x/x \in \mathbb{N} \text{ y } x \text{ es divisor de } 12\}$
   g) $G = \{x/x \in \mathbb{N} \text{ y } x = 3 \cdot n \text{ con } n \in \mathbb{N} \text{ y } n < 5\}$

4) Expresar por comprensión los siguientes conjuntos.

   a) $A = \{s; a; l\}$
   b) $B = \{1; 2; 3; 4\}$
   c) $C = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$
   d) $D = \{1; 2; 4\}$
   e) $E = \{1; 2; 3; 6\}$
   f) $F = \{1; 2; 4; 8\}$

5) Dados los conjuntos $A = \{x/x \in \mathbb{Z} \text{ y } x^2 + 3x = 0\}$ y $B = \{x/x \in \mathbb{N} \text{ y } 3 < x \leq 10\}$.

   i. Definir por extensión los conjuntos dados.
   ii. Calcular:
      a) A ∩ B =
      b) A ∪ B=

6) Dados los conjuntos $A = \{x/x \in \mathbb{Z} \text{ y } -4 \leq x < 6\}$ y $B = \{z/z \in \mathbb{N} \text{ y } z = x - 1 \text{ con } x \in A\}$.

   a) Definir por extensión los conjuntos dados.
   b) Calcular:
      i. A ∩ B =
      ii. A ∪ B=

7) Si A= $\{x/x \in \mathbb{N} \text{ y } 0 < x < 4\}$ y B= $\{z/z \in \mathbb{N} \text{ y } z = 2x - 3 \text{ y } x \in \text{A}\}$

   i. Definir por extensión los conjuntos dados.
   ii. Calcular:
   a) AUB =

b) $A \cap B =$

8) Dados los conjuntos A= $\{x/x \in \mathbb{N}$ y x es divisor de 12$\}$ y

B $= \{x/x \in \mathbb{N}$ y $x = 3n$ $n \in \mathbb{N}$, con $n < 5\}$

a) Expresar ambos conjuntos por extensión
b) Encontrar $A \cap B =$
c) Encontrar $A \cup B =$

9) Sea $\mathcal{U} = \{x/x$ es un dígito$\}$;

$A = \{x/x$ es un dígito impar$\}$;

$B = \{1; 2; 5; 6; 9\}$ y

$C = \{x/x \in \mathbb{N}\ y\ 2 < x \leq 7\}$

Expresar por extensión los conjuntos, calcular y representar gráficamente:

a) $B - A =$
b) $\mathcal{U} - B =$
c) $C - A =$
d) $A \cap \bar{B} =$
e) $\bar{A} \cup \bar{B} =$
f) $A - C =$

10) Dados los conjuntos:

$\mathcal{U} = \{x/x \in \mathbb{Z}\ y\ -5 \leq x < 8\}$;

$A = \{x/x \in \mathbb{Z}$ y $x \cdot (x + 3) = 0\}$ y

$B = \{x/x \in \mathbb{N}$ y $3 < x \leq 7\}$

Expresar por extensión los conjuntos, calcular y representar gráficamente:

a) $A - B =$
b) $B - A =$

11) Dados los conjuntos $\mathcal{U} = \{x/x \in \mathbb{Z}\ y - 6 < x \leq 6\}$;

$A = \{x/x \in \mathbb{Z}$ y $-4 \leq x < 6\}$ y

$B = \{z/z \in \mathbb{N}$ y $z = x + 1$ con $x \in A\}$.

a) Definir por extensión los conjuntos dados.
b) Calcular y representar gráficamente:

i. $A \cup B =$
ii. $A \cup C =$
iii. $C \cap A =$
iv. $A \cap B =$
v. $\bar{A} =$
vi. $A - B =$
vii. $B - A =$
viii. $\bar{B} =$