

Asignatura: Matemática.

Cursos: 4 “A” y “B”

Profesoras: Paola Sánchez, Cecilia Vallejo.

Tema: Números Complejos.



Como ya sabemos, las raíces de base negativa e índice par no tienen solución en el conjunto de los números reales. Ejemplos: $\sqrt{-4}$; $\sqrt{-25}$; $\sqrt[4]{-16}$; etc. No existe ningún número real que elevado a una potencia par de por resultado un número negativo.

Es por eso, que con el fin de encontrar solución a ecuaciones tales como la que se presentará a continuación es que nace un nuevo número al que llamaremos i .

Observa con atención:

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = -1$$

$$x = \sqrt{-1} \longrightarrow \text{unidad imaginaria “ } i \text{ ”}$$

En la calculadora obtenemos “error” al intentar calcular $\sqrt{-1}$ por lo que dijimos al comienzo de la guía.

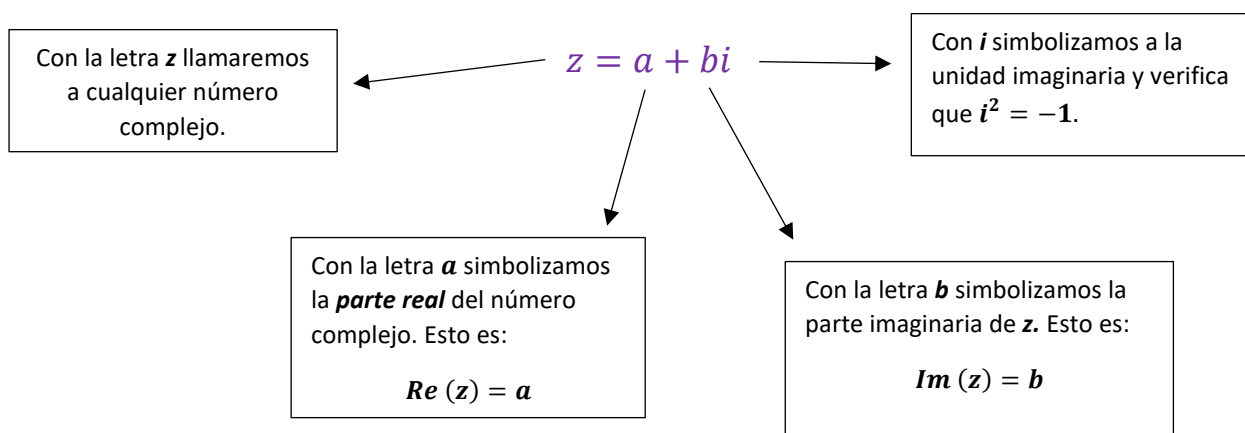


Por lo tanto, llamaremos: $i = \sqrt{-1}$ entonces: $i^2 = -1$

De esta manera podremos encontrar la solución a las siguientes raíces. Veamos un ejemplo:

$$\sqrt{-4} = \sqrt{4 \cdot (-1)} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = \pm 2i \text{ es decir } 2i; -2i.$$

Definimos entonces al conjunto de los **números complejos** al conjunto de los números de la forma:



Ejemplos:

$$z_1 = 2 - 3i$$

$$Re(z_1) = 2$$

$$Im(z_1) = -3$$

$$z_2 = \frac{2}{3}i$$

$$Re(z_2) = 0$$

$$Im(z_2) = \frac{2}{3}$$

$$z_3 = -5$$

$$Re(z_3) = -5$$

$$Im(z_3) = 0$$

Observación:

Los subíndices ($z_1 ; z_2 ; z_3$) que figuran en cada uno de los números es solo para diferenciarlos entre sí

Al conjunto de los números complejos lo definimos con la letra \mathbf{C} y está *definido de forma tal que incluye a los números reales, representado por aquellos números complejos cuya parte imaginaria es nula como en el caso de z_3 .*

Un número complejo como z_2 , cuya parte real es nula, se llama **imaginario puro**.

Complejos conjugados.

Dado un número complejo z , se define como su conjugado \bar{z} al complejo que tiene su parte real igual y su parte imaginaria opuesta. Esto es:

$$\text{Si } z = a + bi \text{ entonces } \bar{z} = a - bi$$

Ejemplo:

$$\text{Si } z = 3 - 2i \text{ entonces } \bar{z} = 3 + 2i$$

Opuesto de un número complejo.

Dado un número complejo z , se define como su opuesto $-z$ al complejo que tiene su parte real y su parte imaginaria opuesta. Esto es:

$$\text{Si } z = a + bi \text{ entonces } -z = -a - bi$$

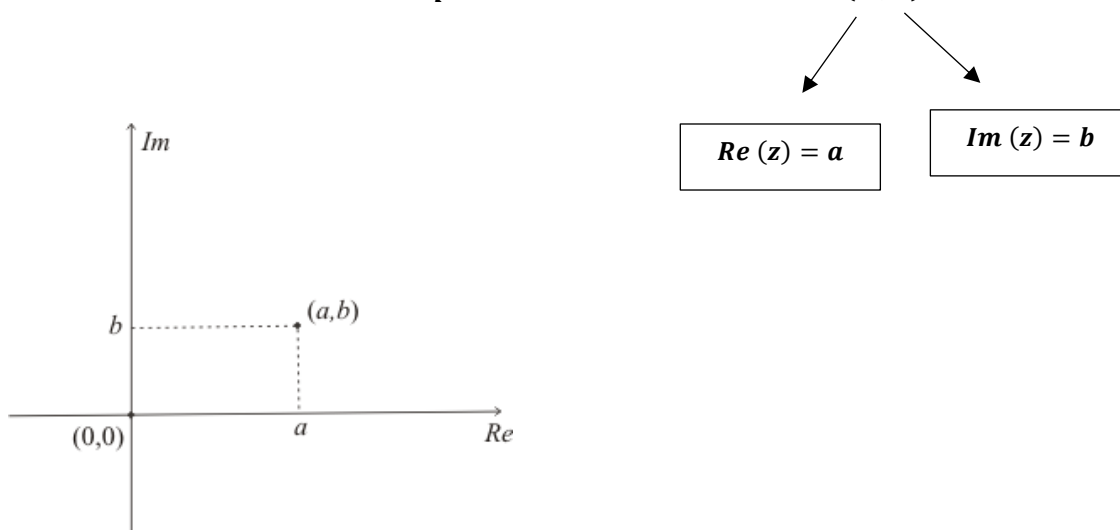
Ejemplo:

$$\text{Si } z = -5 + i \text{ entonces } -z = 5 - i$$

Expresión cartesiana y representación gráfica de un complejo.

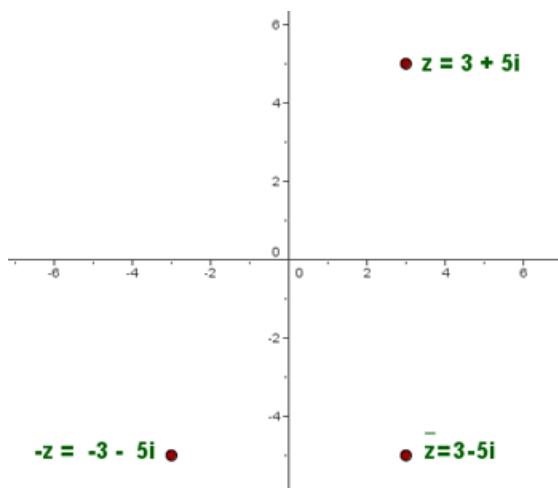
A cada número complejo le corresponde un punto del plano. De esta manera:

si $z = a + bi$ entonces la expresión cartesiana será $z = (a ; b)$.



Ejemplos: Observemos la representación gráfica de z , su conjugado y opuesto.

$$\begin{aligned} z &= 3 + 5i \\ \bar{z} &= 3 - 5i \\ -z &= -3 - 5i \end{aligned}$$



Actividades

1. Resuelve las siguientes raíces e indica si pertenecen al conjunto de los números reales o complejos.

a) $\sqrt{-25} =$

c) $\sqrt[5]{-32} =$

e) $\sqrt{9} =$

b) $\sqrt[3]{-8} =$

d) $\sqrt{-5} =$

f) $\sqrt{-81} =$

2. Completa el siguiente cuadro.

z	\bar{z}	$-z$
$-5i + 3$		
	$2 - 6i$	
		$-\frac{2}{3}i$
	$-2 - i$	

3. Escribe la expresión cartesiana de cada complejo.

a) $3 + i = (\quad ; \quad)$

b) $-i = (\quad ; \quad)$

c) $2 - \frac{1}{2}i = (\quad ; \quad)$

d) $3 = (\quad ; \quad)$

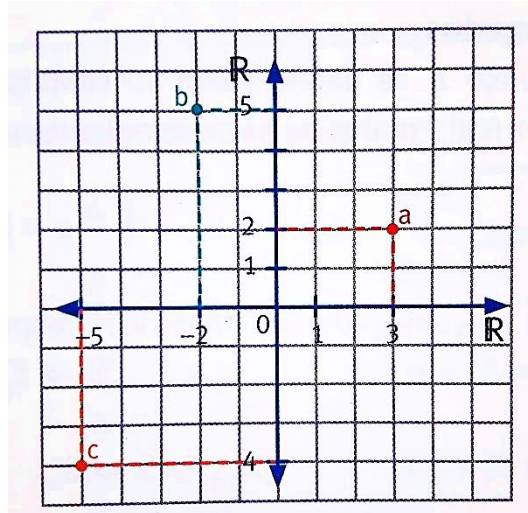
e) $-\frac{2}{3}i - 5 = (\quad ; \quad)$

4. Escribe la expresión binómica de cada complejo observando la siguiente imagen.

a =

b =

c =



5. Escribe la expresión binómica de los siguientes números complejo.

a) $(-3 ; 2) =$

b) $(0 ; 5) =$

c) $(7 ; 0) =$

d) $(-1 ; -2) =$

6. Hallar los números reales x e y que verifiquen la siguiente igualdad.

a) $(3 + xi) + (3i + y) = 5 + 2i$

b) $(3x ; 5y) = 21 + i$

c) $5x + 0,5i - (3 - yi) = \left(\frac{1}{3} ; \frac{3}{2}\right)$

Antes de finalizar tu trabajo responde las siguientes preguntas:

- *¿Qué contenidos trabajaste en esta guía?*
- *¿Tuviste dificultades para realizar las actividades?*
- *¿Necesitaste ayuda para realizar la guía?*

**TU ESFUERZO
VALIO VALE Y VALDRÁ
LA PENA**

Nunca Pares
Nunca Te Conformes
**HATA QUE LO BUENO SEA
LO MEJOR Y LO MEJOR
SEA LO EXCELENTE**