Colegio Secundario Santa Rosa de Lima

"Desde la revolución de la ternura, construimos nuestra nueva Casa."

Asignatura: Matemática.

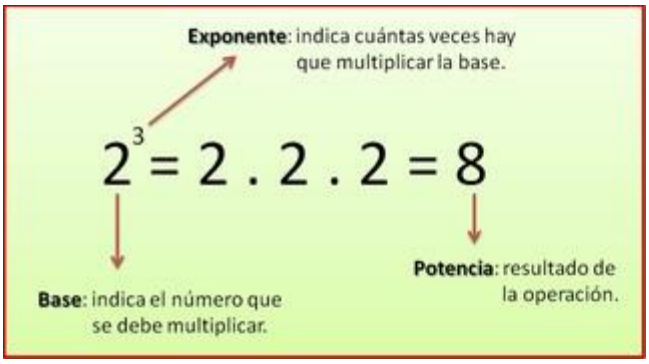
Curso: 2° "B"

Profesora: Cecilia Vallejo.

Tema: Potenciación de números enteros. Propiedades.

Recordamos:

La **potenciación** es una forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.



Algunas potencias importantes:

- $\boldsymbol{a^0 = 1}$ $(con\ a \neq 0)$ "Todo número distinto de cero elevado al exponente cero, da como resultado 1"
- $\boldsymbol{a^1 = a}$ "Todo número elevado al exponente uno da como resultado el mismo número"

Hasta el momento hemos trabajado con potencias donde la base es un número natural (positivo), pero que pasa cuando la base es un número negativo.

El signo de la potencia depende del signo de la base y del exponente.

- Si la **base es positiva**, la **potencia** será siempre **positiva**.

  Ejemplo: $3^4 = 81$

- Si la **base es negativa**, y el exponente es **par**, la **potencia es positiva**.

  Ejemplo: $(-4)^2 = (-4) . (-4) = 16$

- Si **la base es negativa** y el exponente es **impar**, la potencia es **negativa**.

  Ejemplo: $(-2)^3 = (-2) . (-2) . (-2) = -8$

¡Ahora intenta solito!

1. ¿Cuál es el resultado de $(-1)^{10}$? ¿Y $(-1)^{11}$? Justifica tu respuesta.

2. Calcula las siguientes potencias.

$(-2)^2 =$	$-2^2 =$	$(-15)^0 =$
$(-3)^4 =$	$(-6)^3 =$	$(-10)^4 =$

¡Importante!

Observa con atención: $(-2)^2 \neq -2^2$

Recuerda que el signo $\neq$ significa distinto.

$$(-2)^2 = (-2)\,.\,(-2) = 4$$

$$-2^2 = -2\,.\,2 = -4$$

¡Atención! en la actividad siguiente solo deberás pensar si el resultado es positivo **> 0 (mayor que cero)** o negativo **< 0 (menor que cero) para colocar Verdadero o Falso.**

Ejemplo:
$(-5)^7 < 0$ En este caso como es un número negativo elevado a un exponente impar el resultado será negativo, es decir, menor que cero. Por lo tanto, esta expresión es Verdadera.

3. Escribir V (verdadero) o F (falso).

$(-22)^2 > 0$ ☐	$(-8)^3 > 0$ ☐	$(-25)^1 < 0$ ☐
$(-15)^5 > 0$ ☐	$(-89)^4 > 0$ ☐	$(-100)^{10} < 0$ ☐

- **Productos** de potencias de igual base.

  $(-3)^7 \,.\, (-3)^2 = (-3)^9$ ⟶ Se suman los exponentes.

- **Cociente** de potencias de igual base.

  $(-2)^7 : (-2)^2 = (-2)^5$ ⟶ Se restan los exponentes.

- **Potencia** de otra potencia.

  $[(-3)^2]^6 = (-3)^{12}$ ⟶ Se multiplican los exponentes.

4. Resuelve aplicando las propiedades de la potenciación.

a) $(-10)^3 \,.\, (-10) =$

b) $[(-2)^2]^5 \; : \; (-2)^8 =$

c) $(-4)^3 \,.\, (-4)^0 =$

Radicación

índice ⟵ $\sqrt[n]{a} = b$ ⟶ ***raíz***

Símbolo radical ***radicando***

- Si el radicando es positivo, la raíz es positiva. Veamos los siguientes ejemplos:

- Para hallar la **raíz cuadrada** de 49 se busca un número positivo cuyo cuadrado sea 49. Esto es:

$$\sqrt{49} = 7 \; porque \; 7^2 = 49$$

- Para hallar la **raíz cúbica** de 64 se busca el número cuyo cubo sea 64. Esto es:

$$\sqrt[3]{64} = 4 \quad porque \quad 4^3 = 64$$

- Si el radicando es negativo, y el índice es impar, la raíz es negativa. Veamos los siguientes ejemplos:

$$\sqrt[3]{-8} = -2,\ porque\ (-2)^3 = -8 \qquad \sqrt[5]{-243} = -3,\ porque\ (-3)^5 = -243$$

En ambos casos el radicando es negativo y el índice es impar.

- Si el radicando es negativo, y el índice es par la raíz no tiene solución en el conjunto de los números enteros, ya que ningún número entero elevado a un exponente par da por resultado un número negativo.

Ejemplo:

$\sqrt{-4} =$ **No tiene solución.**

El radicando es negativo, y el índice es par. No existe ningún número entero que elevado al cuadrado me dé como resultado -4.
Si pensaste que el resultado era 2, $2^2 = 4$ y si suponías que era -2, $(-2)^2 = 4$. En ambos casos obtenemos 4 y no -4.

Otro ejemplo: $\sqrt[4]{-16} =$ **No tiene solución.**

¡Importante!

Las raíces de radicando negativo e índice par no tienen solución, ya que no existe ningún número entero elevado a un exponente par que dé como resultado un número negativo.

Algunas propiedades de la radicación.

Raíz de otra raíz.

La raíz de otra raíz es otra raíz del mismo radicando cuyo índice es el producto de los índices dados.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$$

Ejemplo:

$$\sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[6]{64} = 2$$

Recuerda que cuando el símbolo radical no tiene dibujado ningún número como índice es porque el índice es dos, y se lo llama raíz cuadrada.

Propiedad distributiva.

La radicación es distributiva respecto de la multiplicación y la división.

$$\sqrt[n]{a\,.\,b} = \sqrt[n]{a}\ .\ \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a}\ :\ \sqrt[n]{b}$$

Ejemplos:

$$\sqrt{4\,.\,9} = \sqrt{4}\ .\ \sqrt{9}$$

$$\sqrt[3]{1000 : 125} = \sqrt[3]{1000}\ .\ \sqrt[3]{125}$$

Importante: La radicación NO es distributiva en la suma y la resta.

1. Resolvemos, cuando sea posible, las siguientes raíces.

Recuerda: las raíces de índice par y base negativa NO tienen solución en el conjunto de los números

a) $\sqrt{81} =$

c) $\sqrt{-25} =$

b) $\sqrt[3]{125} =$

d) $\sqrt[3]{-64} =$

2. Resolvemos los cálculos del radicando y calculamos las siguientes raíces.

a) $\sqrt[3]{4 \,.\, 3 \;-\; 4 \,.\, 5} =$

b) $\sqrt[5]{\;-2 \;+\; 6 \;.\; (-5)} =$

3. Aplicamos propiedades y resolvemos.

a) $\sqrt[3]{27 \,.\, 1000} =$

b) $\sqrt{\sqrt{81}} =$

c) $\sqrt{100 : 4} =$

4. Responde y explica la respuesta.

¿Es cierto que $\sqrt{-25}$ no tiene solución? ¿Por qué?

5. Resuelve las siguientes operaciones combinadas.

$$\sqrt[5]{-8-24} + (\,-15 \;+\; 7 + \;6\;)^2 - 0 : 12 =$$

6. Encuentra los errores y explica cómo sería correctamente. Puedes hacerlo tipearlo el ejercicio correctamente o adjuntando una foto del ejercicio realizado en una hoja.

$$(-4)^2 + \sqrt{-64 : (-1)^3} \ . \ (-2) =$$

$$\mathbf{-16 + \sqrt{-64 : (-1)} \ . \ (-2) =}$$

$$\mathbf{-16 + \sqrt{64} \ . \ (-2) =}$$

$$\mathbf{-8 \ . \ (-2) =}$$

$$\mathbf{16}$$

El siguiente enlace te permitirá observar el paso a paso de la resolución de un cálculo combinado. Recuerda que entre un número y un corchete o paréntesis si no figura nada dibujado se considera que hay una multiplicación. https://youtu.be/AeHWB9QYWnU

7. Separa en términos y resuelve en tu cuaderno. Aplica propiedades cuando sea posible.

a) $\sqrt{225 - 144} + 16 : (-2)^3 =$

b) $\sqrt{-2 \, . (-2)^3} + (-7)^2 : (-7)^0 - \sqrt{169 : 49} =$

c) $-9 : (-9)^1 + \sqrt{(20 + 5) \, . \, (-2)^2} + (-2)^4 - (-5)^1 =$

d) $\sqrt[5]{-10 + 3^2} \ . \ 5 + [\, 5 + 4 \, . \, (-2)]^2 =$

e) $\sqrt{27} \ . \sqrt{3} + \sqrt[5]{-243} + \left[\sqrt[8]{5^4} \right]^2 =$

f) $[\ (-10)^4 \, . \, (-10) \ . \ (-10)^3 \ ]^5 \ : \ [\, (-10)^{13}\,]^3 + \sqrt{400} =$

8. Plantea la operación y resuelve.

a) El cubo del cociente entre la raíz cúbica de -216 y la raíz cuadrada de 36.

b) La raíz cuadrada de la suma entre el cuadrado del siguiente de 7 y el cuadrado del siguiente de -7.

Antes de finalizar responde las siguientes preguntas:

- ✓ ¿Qué has aprendido en esta guía?
- ✓ ¿Tuviste dificultades para realizar las actividades?
- ✓ ¿Necesitaste ayuda para realizar los ejercicios?