Curso: 4° "A" - 2022

Unidad Nº2: **Sistemas de ecuaciones lineales**

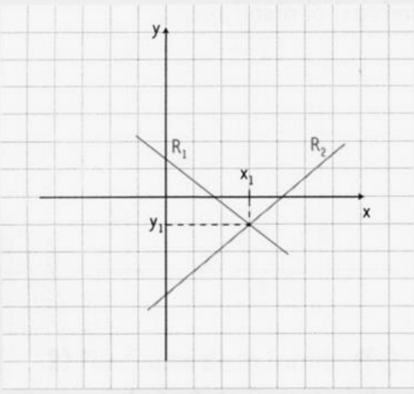
Un sistema de ecuaciones lineales formado por dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas cada una, representa dos rectas en el plano, y resolverlo es hallar la intersección de ambas (conjunto solución).

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

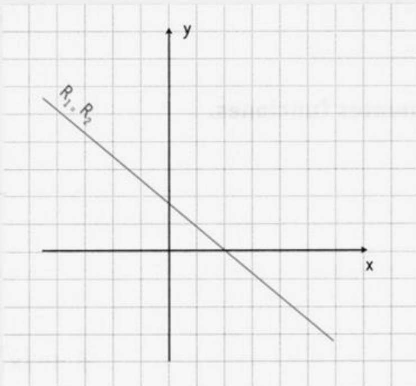
Dos rectas en un plano pueden ser **incidentes** (tienen un punto en común) o **paralelas** (no tienen ningún punto en común o son coincidentes).

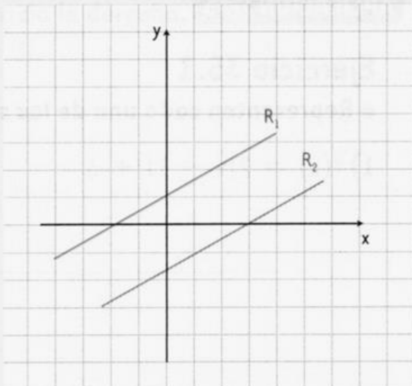
Los sistemas se clasifican en **compatibles e incompatibles**, según tengan o no solución; los sistemas compatibles pueden ser **determinados** o **indeterminados**, según tengan una o infinitas soluciones.

Rectas ***incidentes***



Rectas ***paralelas***





$\underbrace{R_1 \cap R_2 = (x_1;y_1)}_{\text{Determinado (solución única)}}$ $\underbrace{R_1 \cap R_2 = R_1 = R_2}_{\text{Indeterminado (infinitas soluciones)}}$ — Sistema compatible

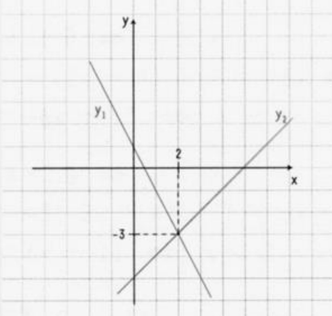
$\underbrace{R_1 \cap R_2 = \varnothing}_{\text{Sistema incompatible (no tiene solución)}}$

Resolución gráfica de un sistema de ecuaciones lineales

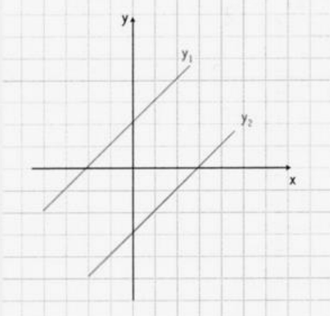
Para resolver gráficamente un sistema de ecuaciones, se deben representar ambas rectas en un mismo sistema de ejes y hallar la intersección de ambas.

a) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -2x + 1 \\ y_2 = x - 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x + y = 2 \\ -x + y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = x + 2 \\ y_2 = x - 3 \end{cases}$



Sistema compatible determinado
S = {(2;-3)}



Sistema incompatible
S = ∅

1) Analiza y clasifica cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 3x + 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = -x + 7 \\ x + y = -2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - y = 0 \\ y = x \end{cases}$ d) $\begin{cases} y = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

2) Resuelve gráficamente y clasifica cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones. Justifica tu respuesta.

a) $\begin{cases} -3x - y = 1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = -\frac{1}{4} \\ 3x - 4y = \frac{3}{2} \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - \frac{1}{3}y = 2 \\ 3x - y = -1 \end{cases}$

Métodos analíticos de resolución de sistemas de ecuaciones

Método de igualación

En el gráfico están representadas las rectas asociadas al siguiente *sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.*

$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ 4x - 2y = 18 \end{cases}$$

Resolver este sistema significa hallar las coordenadas del punto que tienen en común ambas rectas.

Para encontrar algebraicamente dichas coordenadas, podemos aplicar el *método de igualación,* del siguiente modo:

$3x + y = 1$
$y = 1 - 3x$ (I)
$4x - 2y = 18$
$y = (18 - 4x) : (-2)$ (II)

- Despejamos la misma variable en ambas ecuaciones.

$1 - 3x = (18 - 4x) : (-2)$

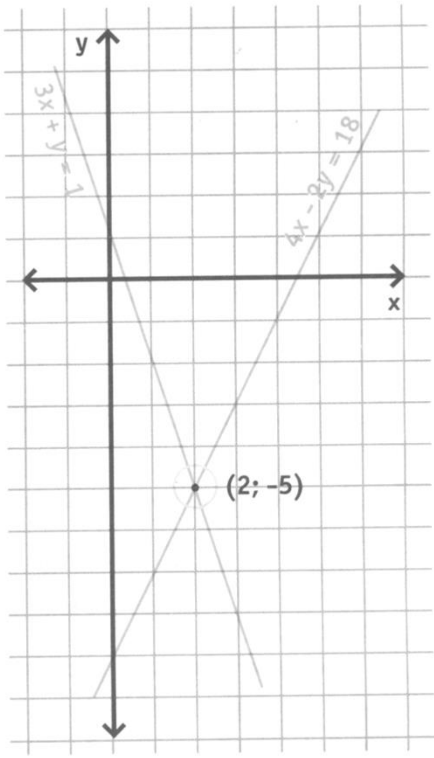
- *Igualamos* (I) y (II).

$(1 - 3x) \cdot (-2) = 18 - 4x$
$-2 + 6x = 18 - 4x$
$6x + 4x = 18 + 2$
$10x = 20$
$x = 20 : 10$
$x = 2$

- Resolvemos la ecuación que obtuvimos y averiguamos x.

$y = 1 - 3 \cdot 2$
$y = -5$

- Reemplazamos en (I) o en (II) para averiguar y.



La solución que obtuvimos es $x = 2$; $y = -5$. Esto significa que las rectas se cortan en el punto (2; −5).

Entonces S = {(2; -5)}

3) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de igualación y gráficamente.

a) $\begin{cases} 0{,}5x - 1 = 0{,}5y \\ y + 2 - 3x = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3(x - 2) + y = 5 \\ x - y = 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = x - 4 \\ 7y + 3 = 14x \end{cases}$

Método de sustitución

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$$

Para resolver este sistema de ecuaciones aplicando el *método de sustitución,* hacemos así:

$2x + y = 5$

$y = 5 - 2x \text{ (I)}$

- **Despejamos una de las variables en una de las ecuaciones.**

$3x - 2y = -3$

$3x - 2(5 - 2x) = -3$

$3x - 10 + 4x = -3$

$7x = -3 + 10$

$x = 7 : 7$

$\boxed{x = 1}$

- **Sustituimos la expresión (I) en la otra ecuación del sistema. Resolvemos la nueva ecuación y averiguamos *x*.**

$y = 5 - 2 . 1$

$y = 5 - 2$

$\boxed{y = 3}$

- **Reemplazamos en (I) el valor de *x* que obtuvimos, y averiguamos *y*.**

$2 . 1 + 3 = 5$

$3 . 1 - 2 . 3 = -3$

- **La solución es el par ordenado (1; 3). Podemos comprobarlo reemplazando estos valores en las ecuaciones originales.**

Entonces S = {(1; 3)}

4) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones con el método de sustitución. Comprueba las soluciones que obtengas y resuelve gráficamente.

a) $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x = y \\ x - y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} (x - 2) : 3 = y \\ x + y = 2 \end{cases}$