Asignatura: Matemática.

Curso: 2° “B”

Profesora: Cecilia Vallejo.

Tema: ***Ecuaciones. Guía N°5.***

Recordamos:

Una **ecuación** es una igualdad en la que encontramos por lo menos, un valor desconocido llamado **incógnita** que se encuentra representado por una letra (se suele usar x, pero podría ser cualquier otra letra).

Como ves a continuación en el ejemplo, las ecuaciones tienen dos miembros separados por el signo “=”, como si fuera una balanza.

$$x + 2 = 10$$

1° miembro   2° miembro

El objetivo es dejar la incógnita despejada, pero para que no se pierda el equilibrio todo lo que hagamos en uno de los miembros debemos hacerlo en el otro, de esta manera obtenemos **ecuaciones equivalentes**.

Resolver una ecuación significa encontrar el o los valores de la incógnita que hacen verdadera la igualdad. Cada valor de la incógnita es una solución de la ecuación. Veamos a continuación como hacerlo:

Ejemplo:

- *Separamos en términos cada miembro de la ecuación.* $3 \cdot x + 5 = 17$
- *Para que solo quede 3 · x, restamos 5.* $3 \cdot x + 5 - 5 = 17 - 5$
- *Cancelamos los cincos ($\cancel{5} - \cancel{5} = 0$) y operamos.* $3 \cdot x = 12$
- *Para que solo quede la x, dividimos por 3.* $\frac{\cancel{3} \cdot x}{\cancel{3}} = \frac{12}{3}$
- *Operamos y encontramos la* ***solución****.* $\boxed{x = 4}$

En la práctica escribimos directamente en el 2° miembro lo que vamos haciendo. Observa con atención resolvemos la ecuación:

$$3 \,.\, x + 5 = 17$$
$$3 \,.\, x = 17 - 5$$
$$x = 12 : 3$$
$$x = 4$$

Verificar una ecuación consiste en reemplazar el o los valores encontrados en ella para comprobar si la igualdad se cumple. El valor o los valores encontrados forman el **conjunto solución**.

En el ejemplo: $3\ .\ 4\ +\ 5\ =\ 12\ +\ 5\ =\ 1$

Ecuaciones con potencia y radicación.

Consideraremos dos casos:

1° caso: La **incógnita** se encuentra afectada por un **exponente.**

$\sqrt[n]{x^n} = |x|$, **si *n* es par.**

- Si el **exponente** es **par**.

$x^2 = 25$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{25}$ Se aplica la raíz cuadrada en ambos miembros.

$|x| = 5$ Se aplica la definición $\sqrt[n]{x^n}$ cuando el índice es par.

$x = 5 \ o \ x = -5$ Se aplica la definición de módulo.

En forma práctica hacemos:

$x^2 = 25$

$x = \sqrt{25}$

$x = 5 \ o \ x = -5$

¿Por qué tenemos dos resultados?

Porque si reemplazo en la ecuación inicial, tanto 5 como -5 si los elevamos al cuadrado me dan como resultado 25.

- Si el **exponente** es **impar**.

$\boldsymbol{\sqrt[n]{x^n} = x \ si \ n \ es \ par.}$

$x^3 = 125$

$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{125}$ Se aplica raíz miembro a miembro.

$x = 5$ Se aplica la definición $\sqrt[n]{x^n}$.

Veamos otro ejemplo:

$x^5 = -32$

$\sqrt[5]{x^5} = \sqrt[5]{-32}$

$x = -2$

Como observas en este caso como el anterior como la x está elevada a un exponente impar encontramos como solución de la ecuación un único valor de x.

2° caso: La **incógnita** se encuentra afectada por una **raíz.**

$\sqrt{x} = 7$

$\left(\sqrt{x}\right)^2 = 7^2$ → Se eleva al cuadrado en ambos miembros.

$x = 49$ → Se simplifican índices con exponentes.

Otro ejemplo:

$\sqrt[3]{x} = 3$

$\left(\sqrt[3]{x}\right)^3 = 3^3$ → Se eleva al cubo ambos miembros.

$x = 27$ → Se simplifican índices con exponentes.

Veamos a continuación como aplicar lo aprendido.

$$7x^2 = 112$$

$$x^2 = 112 : 7$$

$$x^2 = 16$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{16}$$ → **Aplicamos propiedades.**

$$|x| = 4$$

$$x = 4\,;\, x = -4$$

Te dejo un video que también puede ayudarte. Aunque el procedimiento que aplican no es el mismo que realizamos en la guía es una forma práctica (nosotros aplicamos la propiedad) de hacer lo mismo y lo puedes aplicar sin problemas cuando la “x” se encuentra elevada a un exponente par (en el video solo trabajan la variable x elevada al cuadrado por eso le llaman ecuaciones de segundo grado, este tema lo verás los próximos años).

Puedes resolver las ecuaciones como en este video: https://youtu.be/7jVEhhZ6Khg

Si resolviéramos la ecuación del ejemplo anterior según el video, nos quedaría:

$$7x^2 = 112$$

$$x^2 = 112 : 7$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm\sqrt{16}$$

$$x = \pm 4$$

$$x = 4 \quad ; \quad x = -4$$

Como puedes observar obtenemos el mismo resultado. Es muy importante que tengas en cuenta que las dos soluciones solo las obtendrás en aquellos casos donde **la variable x está elevada a un exponente par.**

Actividades:

1. Responde y explica las respuestas.

a) La expresión $3a - 2$, ¿es una ecuación?

b) ¿Cuál es la solución de $3x + 2 = 8$?

c) Las ecuaciones $2x + 1 = 5\ y\ 2x = 4$, ¿son equivalentes?

d) ¿Cuál es la solución de $\sqrt{x+5} = 3$?

2. Resuelve las siguientes ecuaciones.

$a)\ x^2 + 4 = 20$

$b)\ x^3 - 3 = -30$

$c)\ \sqrt{x}\ - 15 = 0$

$d)\ \sqrt{x - 15} = 0$

$e)\ x^2 : 3 = 27$

f) $2x^2 = 50$

g) $\sqrt{4x}\ :\ (-2) = -7$

h) $x^2 : 4 + 7 = 11$

i) $(x-4)^3\ .\ 3\ = 81$

j) $\sqrt[3]{5x + 4}\ = 4$

k) $\sqrt[3]{3x} - 7 = 2$

l) $\sqrt[5]{5x - 2} = 3\,.\,7^0$

m) $\sqrt{64} - x^2 = -17$

n) $3\,.\sqrt{x + 5} = 9$

o) $\sqrt[4]{2x - 2} = 2$

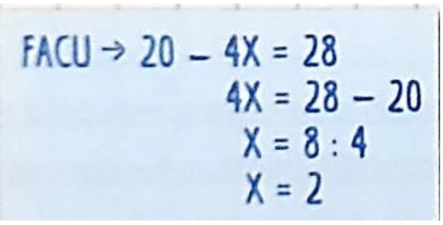
3. ¿Cuál es el área de un cuadrado cuyo perímetro es de 20 cm?

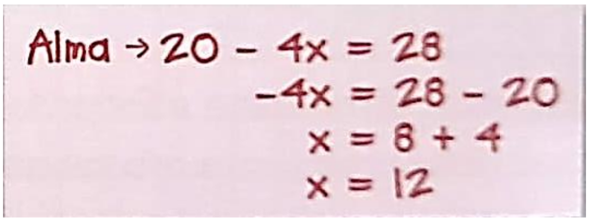
4. Une con flechas cada ecuación con su solución.

a. $x^2 = 1$
b. $\sqrt[3]{x} = -1$
c. $\sqrt{x} = 2$
d. $x^3 = 1$
e. $x^2 = 16$
f. $\sqrt{x} = 1$

- 1
- −1
- 4
- −4

5. Facu y Alma cometieron un error diferente al resolver la misma ecuación.





a) ¿Cómo podrías darte cuenta de que se equivocaron sin mirar los pasos que realizó cada uno?

b) Señala el error que cometió cada uno de los chicos.

c) Resuelve la ecuación y verifica.

6. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $(2b - 3) \,.\, 4 = 12$

b) $2\,.\,(y + 5) = 8 + 3\,.\,(y - 5)$

Responde:

¿Tuviste alguna dificultad para resolver las ecuaciones?

¿Qué diferencias notaste entre la ecuación a y b?

7. Escribe para cada enunciado la letra de la ecuación que corresponde.

a) $2x - 6 = x + 4$ b) $2x + 6 = x + 4$ c) $2\,.\,(x + 6) = x + 4$ d) $2\,.\,(x - 6) = x + 4$

- ✓ El doble de un número disminuido en seis unidades es igual a dicho número aumentado en cuatro. ☐
- ✓ El doble de un número aumentado en seis unidades es igual a dicho número aumentado en cuatro. ☐
- ✓ La diferencia entre el doble de un número y seis es igual a dicho número aumentado en cuatro. ☐
- ✓ Un número aumentado en cuatro unidades es igual al doble del mismo aumentado en seis. ☐