UNIDAD N°3 “FUNCIONES"

6° AÑO B
ESPECIALIDAD “QUÍMICA”.

MATERIA: MATEMÁTICA

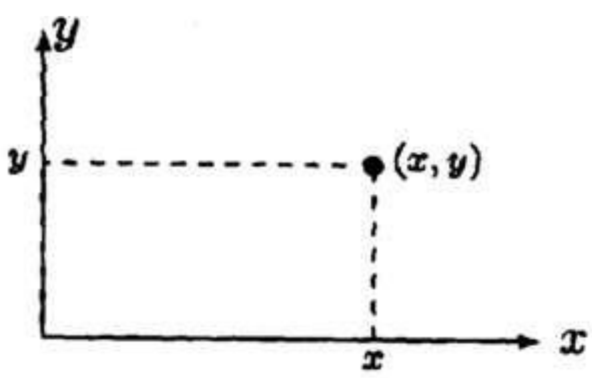
DEFINICIÓN

- Una **función** liga dos variables a las que habitualmente se les llama ***x*** e ***y***:

  x es la **variable independiente** y es la **variable dependiente**

- La función, que se suele denotar por ***y=f(x)***, asocia a cada valor de x un **único** valor de y.

Eje de **ordenadas**



Eje de **abscisas**

CONCEPTOS BÁSICOS

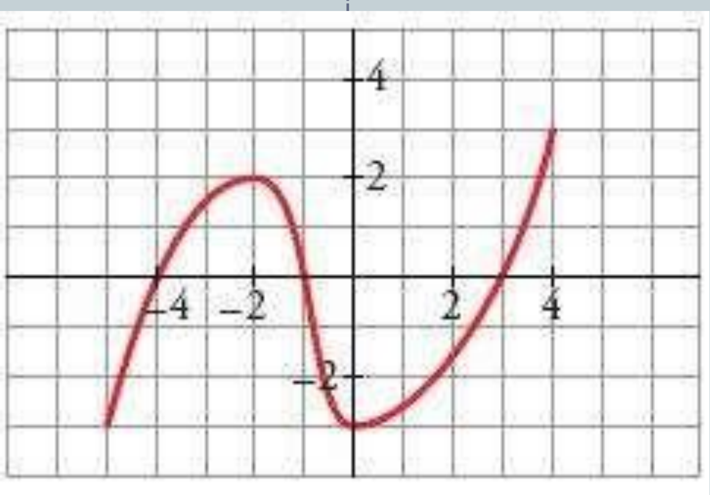
DOMINIO DE DEFINICIÓN

- Es el conjunto de valores de ***x*** para los que existe la función, se designa por ***Dom f.***

RECORRIDO O RANGO

- Es el conjunto de valores que toma la función, es decir, el conjunto de valores de ***y*** para los que existe un ***x*** tal que ***f(x)=y***. Se designa ***Rec f***.

Dom f=]-5,4[

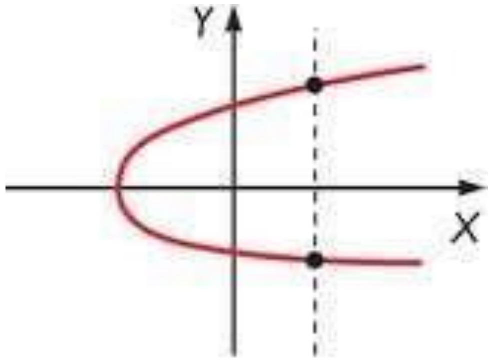


Rec f=]-3,3[

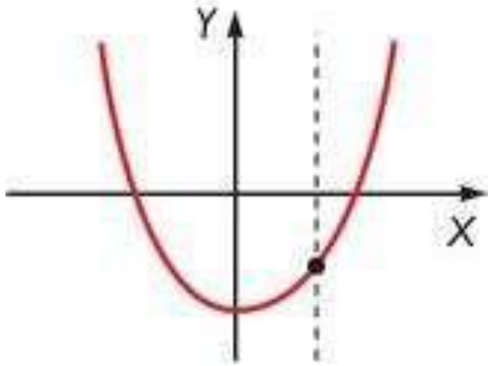
¿CÓMO SE PRESENTAN LAS FUNCIONES?

Mediante su EXPRESIÓN GRÁFICA

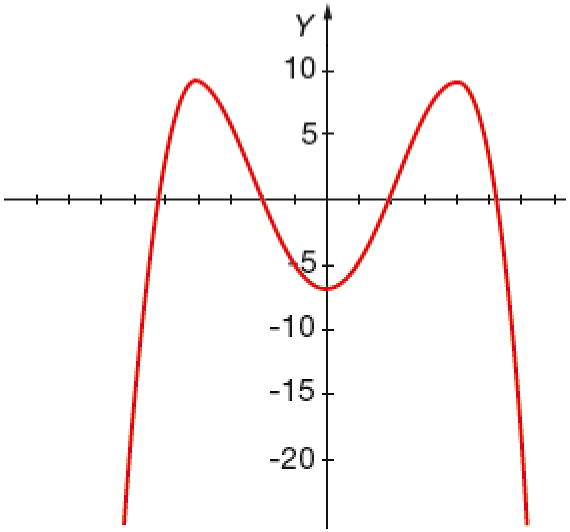
-Es como mejor se puede apreciar el comportamiento global de una función, por tanto siempre intentaremos representarla de esta manera.

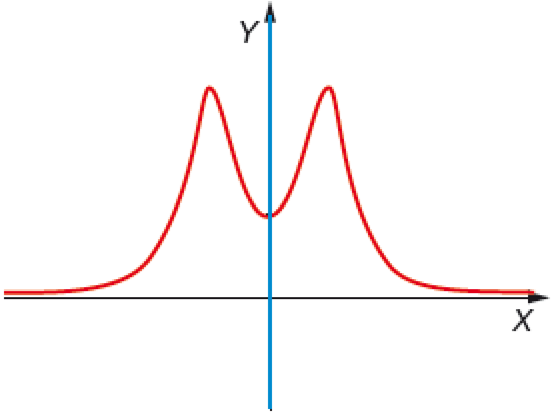


No es una función.



Es una función.





MEDIANTE:

UN ENUNCIADO	SU EXPRESIÓN ANALÍTICA O FÓRMULA

UN ENUNCIADO

- Menos preciso:

  -La intensidad del sonido de un foco sonoro es menor a medida que nos alejamos de él. Representa la intensidad del sonido en función de la distancia al foco sonoro.

- Más preciso:

  -Cuando una persona sana toma 50g de glucosa, su glucemia se eleva, en una hora, desde 90mg/dl a 120mg/dl. Luego en las 3h siguientes disminuye hasta 80mg/dl, y vuelve a la normalidad al cabo de 5h. Representa la curva de glucemia.

SU EXPRESIÓN ANALÍTICA O FÓRMULA

- Es la forma más precisa y operativa de dar una función. Pero requiere un minucioso estudio posterior.

$$y = \frac{1}{x-3}$$

$$y = \sqrt{3x-4}$$

$$y = x^2 + 3x - 1$$

Mediante una tabla de valores

FUNCION	
X	Y
-3	-1
-2	1
-1	3
0	5
1	7
2	9
3	11
4	13

Temperatura	Oxigeno (mg/l)
0	14,5
5	12,8
10	11,2
15	10
20	9,1
25	8,3
30	7,6

	NUMERO ADENOCAR.	MEDIA ADENOCAR.	NUMERO ADENOMAS	MEDIA ADENOMAS
CONTROL	28	1.55	12	0.65
AAS	13	0.86 *	8	0.53
BD-ICOX-2	18	1.28	0	0 *
AD-ICOX-2	13	0.86 *	5	0.38

DOMINIO Y EXPRESIÓN GRÁFICA

El **dominio** de una función puede quedar restringido por una de las siguientes
causas:

- Imposibilidad de realizar alguna operación.
  - Valores que anulen el denominador.
  - Raíces de índice par de números negativos.

Polinomios: $D = R$

Cocientes : $f(x) = \dfrac{n(x)}{d(x)} : D = R - \{x \,/\, d(x) = 0\}$

Raíces de índice impar: $D = R$

Raíces de índice par: $f(x) = \sqrt[n]{r(x)} : D = \{x/\, r(x) \geq 0\}$

Logaritmos: $\log[f(x)]$ $D=\{x \,/\, f(x)>0\}$

- Contexto real del cual se ha extraído la función.
- Voluntad de quien propone la función.

DOMINIO: **COCIENTES**

- $Sea\ \ f(x) = \dfrac{g(x)}{t(x)} \rightarrow Dom\big(f(x)\big) = \mathbb{R} - \{t(x) = 0\}$

$$\boldsymbol{Ejemplo}: f(x) = \frac{x-2}{x^2-1} \rightarrow x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

$$Dom\big(f(x)\big) = \mathbb{R} - \{-1,1\}$$

DOMINIO: **RAÍCES**

- $Sea\ \ f(x) = \sqrt{g(x)} \rightarrow Dom\big(f(x)\big) = g(x) \geq 0 \quad escrito\ en\ intervalos$

$$\boldsymbol{Ejemplo}{:}\, f(x) = \sqrt{x-2} \rightarrow x - 2 \geq 0 \rightarrow \boldsymbol{x \geq 2}$$

$$Dom\big(f(x)\big) = [2, +\infty)$$

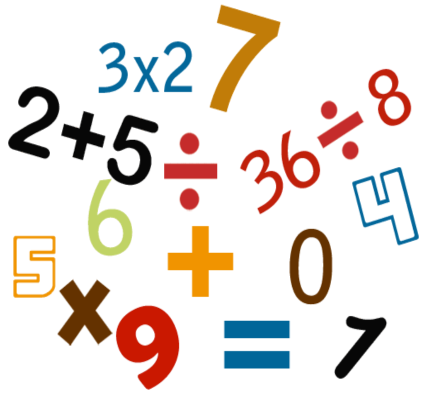
Dominio: **LOGARITMOS**

- $\boldsymbol{Sea\ f(x) = \log[g(x)] \rightarrow Dom(f(x)) = g(x) > 0\ \ escrito\ en\ intervalos}$

Ejemplo: $f(x) = log(x+5) \rightarrow x+5 > 0 \rightarrow x > -5$

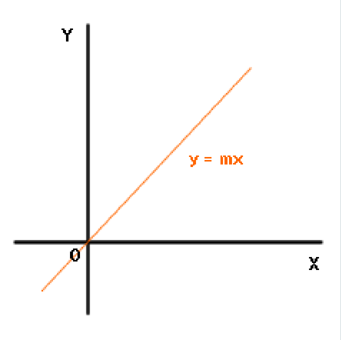
$$Dom(f(x)) = (-5, +\infty)$$

TIPOS DE FUNCIONES



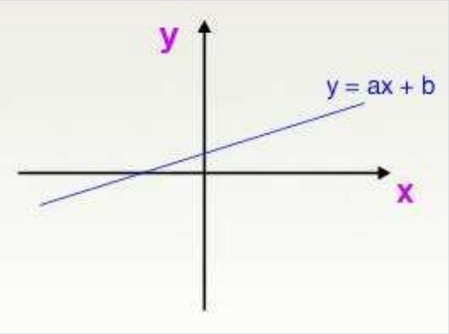
FUNCIONES LINEALES

- Función de proporcionalidad $y=mx$



- Función constante $y=n$

- Expresión general $y=mx+n$



FUNCIÓN LINEAL

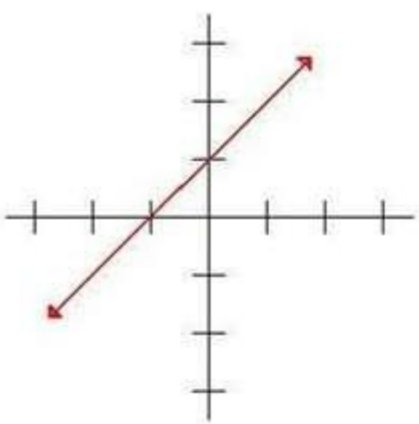
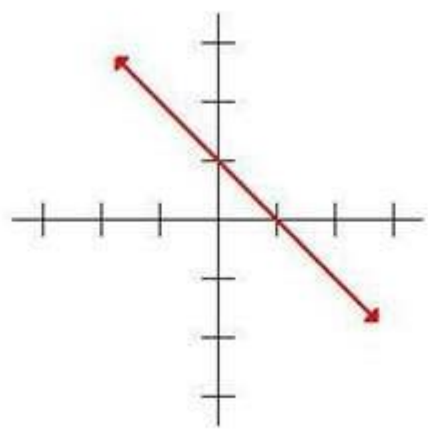
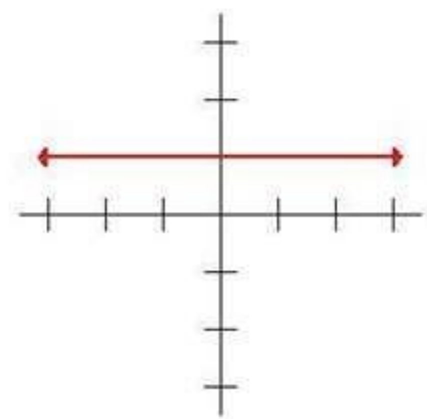
- Para hallar la expresión analítica necesitamos dos puntos (x_0, y_0) , (x_1, y_1)

$$\boxed{\begin{gathered} y = \boldsymbol{m} \cdot (x - \boldsymbol{x_0}) + \boldsymbol{y_0} \\ donde\ \boldsymbol{m} = \frac{\boldsymbol{y_1} - \boldsymbol{y_0}}{\boldsymbol{x_1} - \boldsymbol{x_0}} \end{gathered}}$$

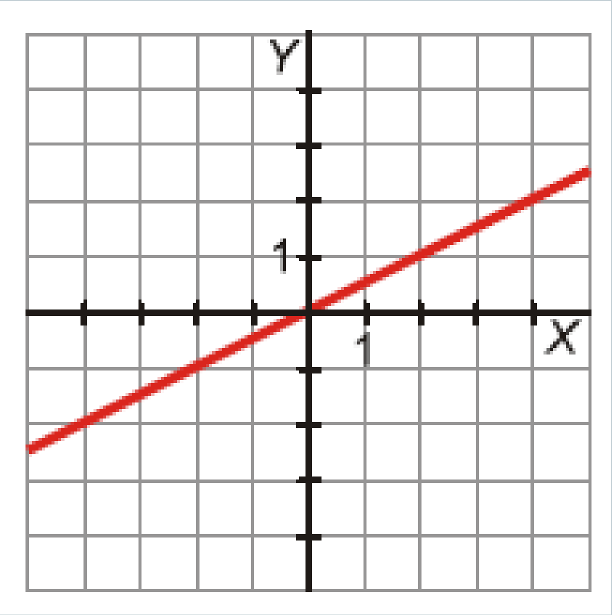
- Para representar una función lineal, basta con representar dos puntos y unirlos.

PENDIENTE

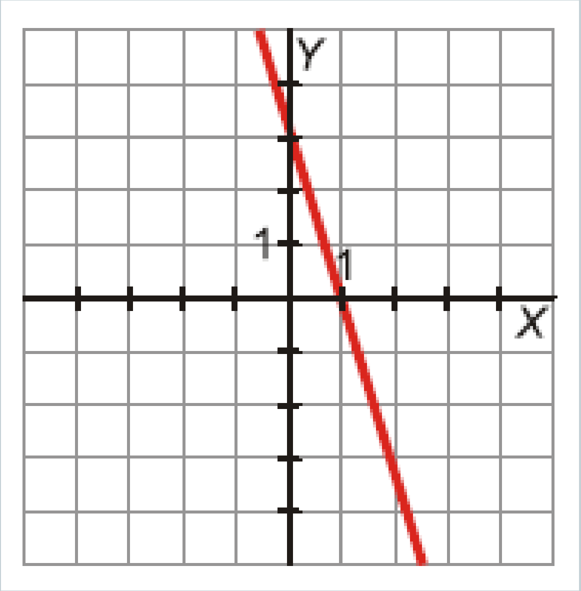
La pendiente de una recta, se suele representar por **m** y es la variación que se produce en la **y** cuando la **x** aumenta una unidad.

$m > 0$	$m < 0$	$m = 0$
		
Función Creciente	Función Decreciente	Función Constante

EJEMPLOS



$$y = \frac{1}{2}x$$



$$y = -3x + 3$$

INTERPOLACIÓN Y EXTRAPOLACIÓN

- Sirve para hallar el valor aproximado f(x) de cualquier punto x del dominio.
- Conocemos solo dos puntos (x_0,y_0) y (x_1,y_1) de la función, y tenemos motivos para pensar que entre estos dos puntos la función en lineal.

- Si $x \in (x_0,x_1)$ el proceso se llama INTERPOLACIÓN LINEAL.
- Si x es exterior a $[x_0,x_1]$ el proceso se llama EXTRAPOLACIÓN LINEAL.

$$\boxed{f(x) = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \cdot (x - x_0) + y_0}$$

Ejemplo: Al apuntarnos en un gimnasio, hemos tenido que pagar una cantidad fija en concepto de matrícula. Después tendremos que ir pagando las mensualidades. Si estamos 6 meses, nos gastaremos en total 246 euros, y si estamos 15 meses, nos costará 570 euros. ¿Cuánto nos gastaríamos en total si estuviéramos yendo durante un año?

$\boldsymbol{x} = n^{\underline{o}}\ de\ meses \qquad y = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = coste\ en\ función\ del\ n^{\underline{o}} meses$

$\boldsymbol{f(6) = 246 \rightarrow (6, 246)} \quad \boldsymbol{y} \quad \boldsymbol{f(15) = 570 \rightarrow (15, 570)}$

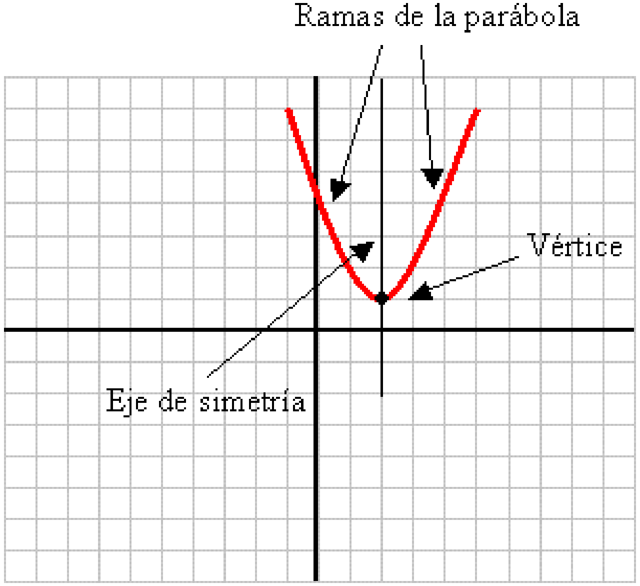
$¿\boldsymbol{f(12)}?$

$$f(x) = \frac{570 - 246}{15 - 6} \cdot (x - 6) + 246 = 36x + 30$$

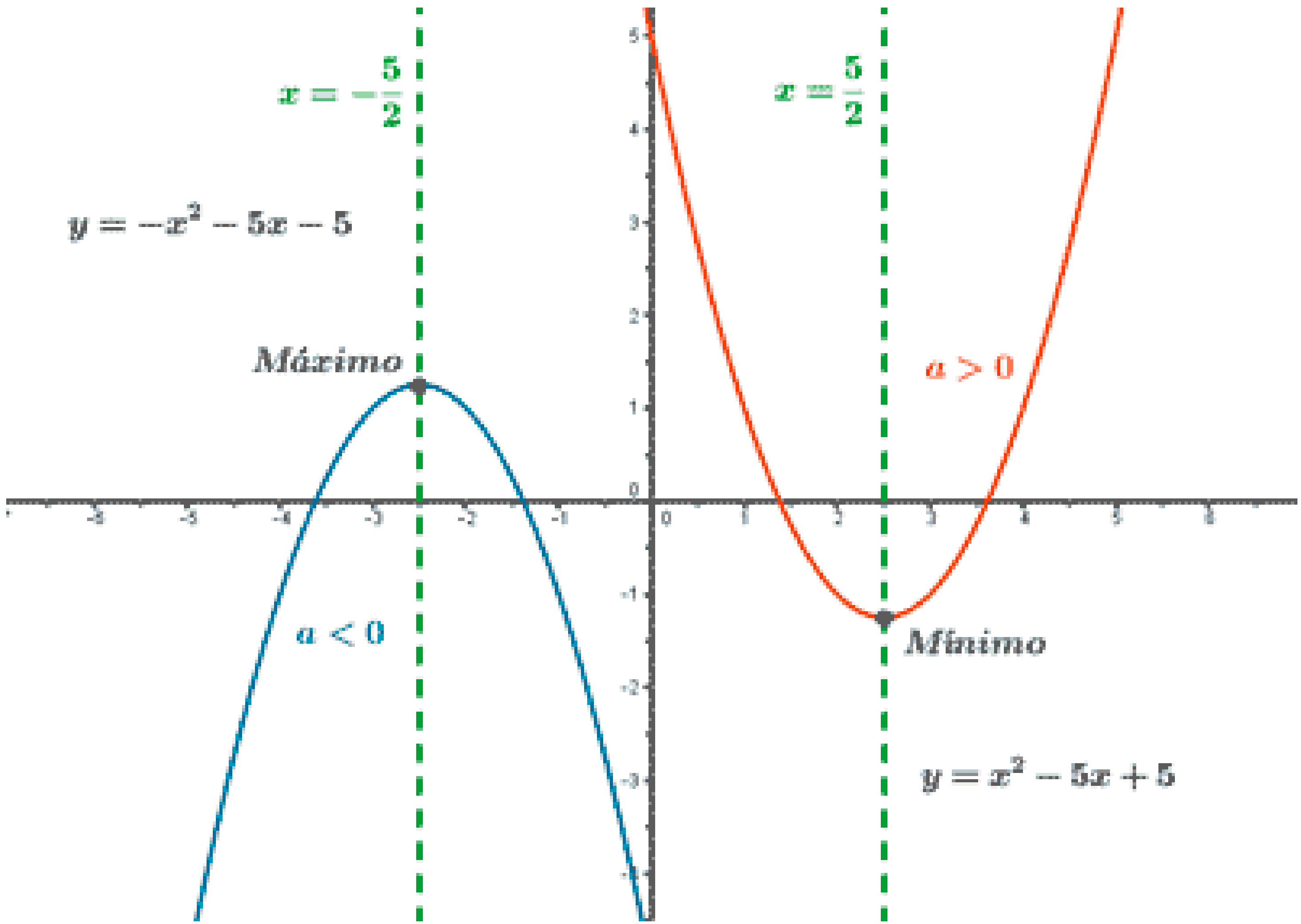
$$f(12) = 36 \cdot 12 + 30 = 462€$$

Funciones cuadráticas (parábolas)

$$y = ax^2 + bx + c \;\; con \; a \neq 0$$



$$v = \frac{-b}{2a}$$

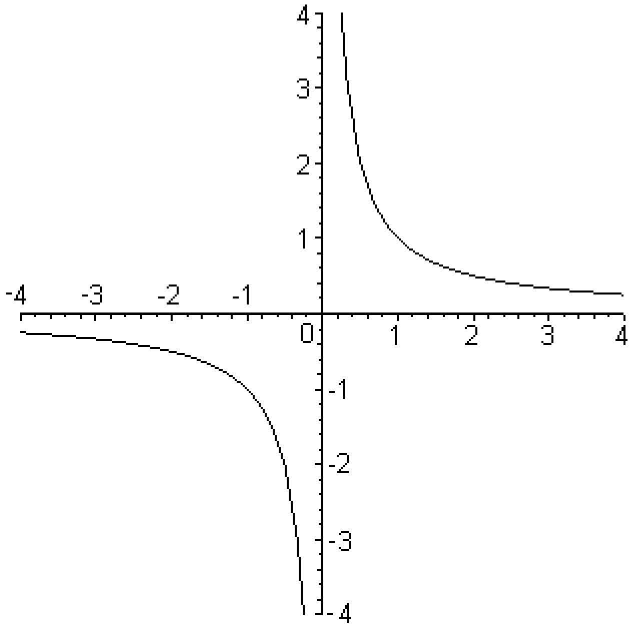


$x = -\frac{5}{2}$
$x = \frac{5}{2}$
$y = -x^2 - 5x - 5$
Máximo
$a > 0$
$a < 0$
Mínimo
$y = x^2 - 5x + 5$

Proporcionalidad inversa

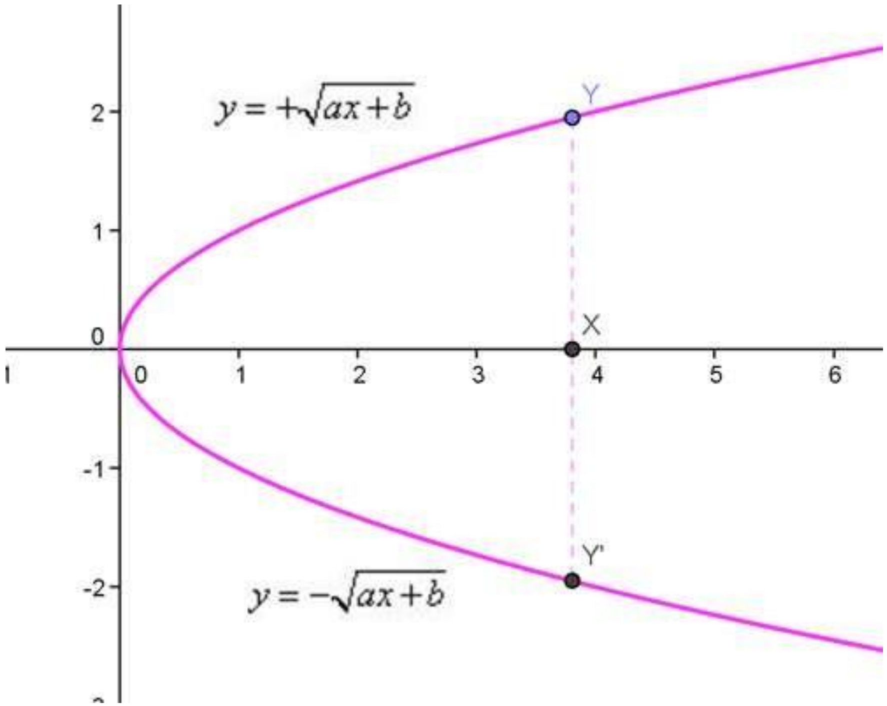
$$y = \frac{k}{x} \quad con \quad x \neq 0$$

Se representan mediante **hipérbolas**, cuyas asíntotas son los ejes coordenados.



Funciones radicales

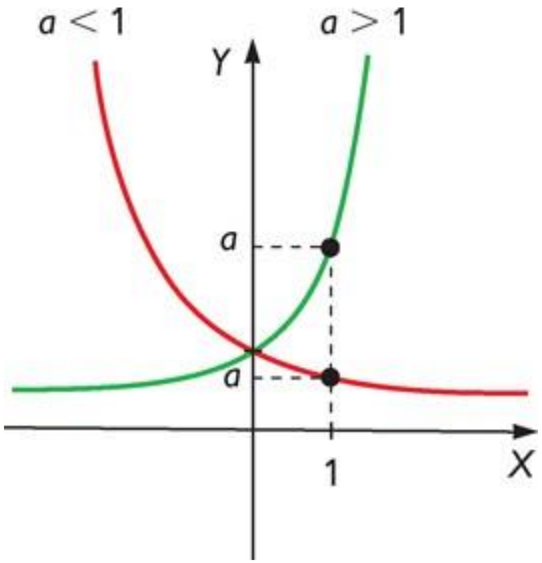
$$Sea\ \ f(x) = \sqrt{g(x)} \rightarrow Dom\big(f(x)\big) = g(x) \geq 0$$



Funciones exponenciales

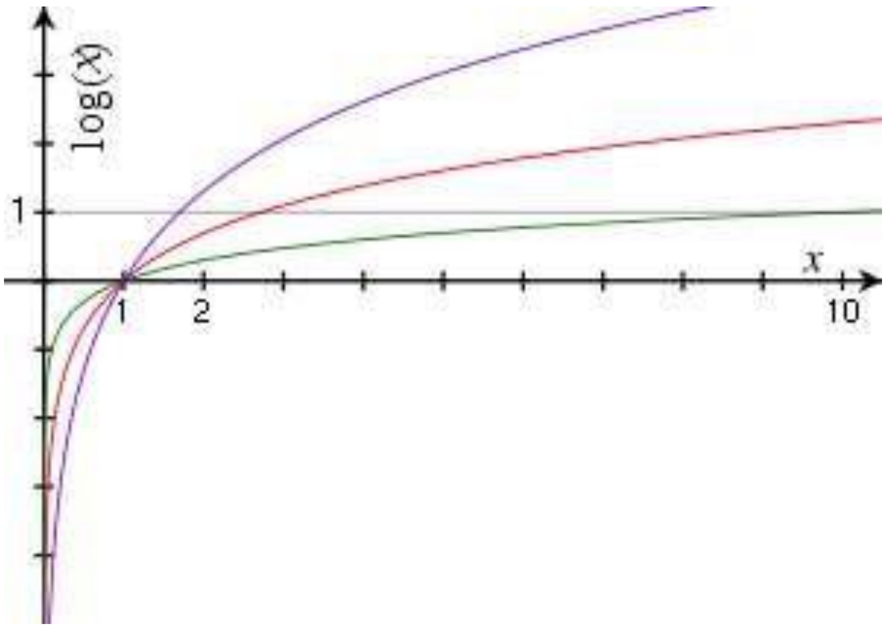
$$y = a^x \quad con \ \ a \neq 1 \ y \ a > 0$$

- Si a<1, es decreciente
- Si a>1, es creciente



Función logarítmica

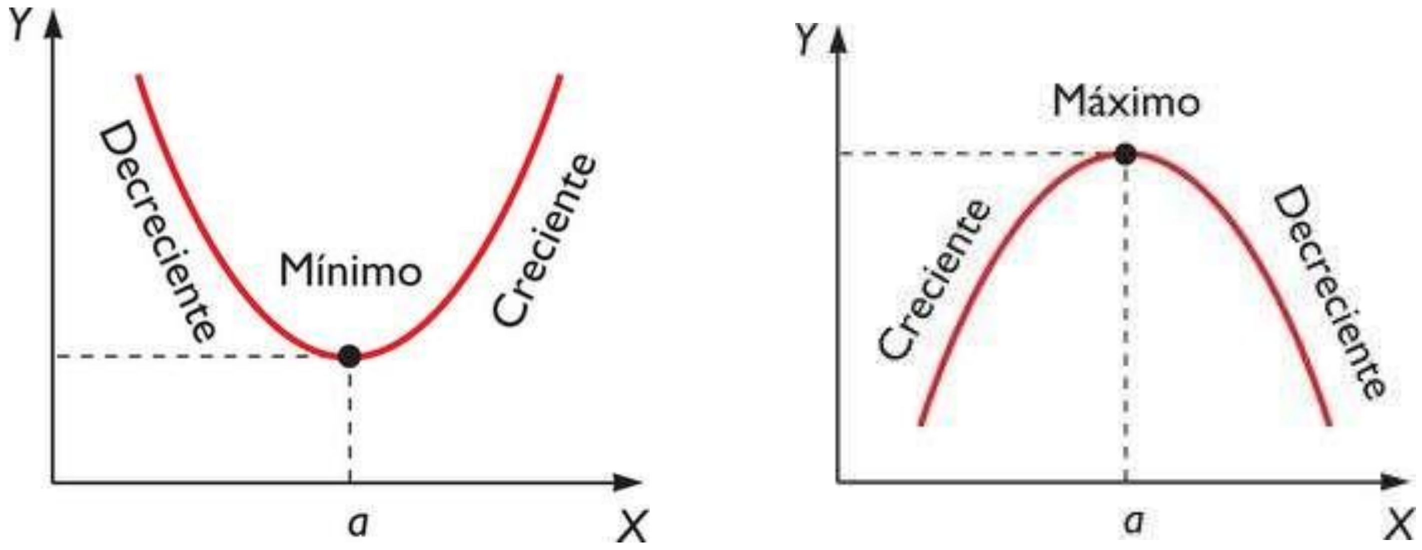
La función logarítmica $y = \log_a x \quad con\ a > 1$ es la inversa de la función exponencial $y = a^x$.



CARACTERÍSTICAS DE LAS GRÁFICAS

CRECIMIENTO, DECRECIMIENTO MÁXIMOS Y MÍNIMOS

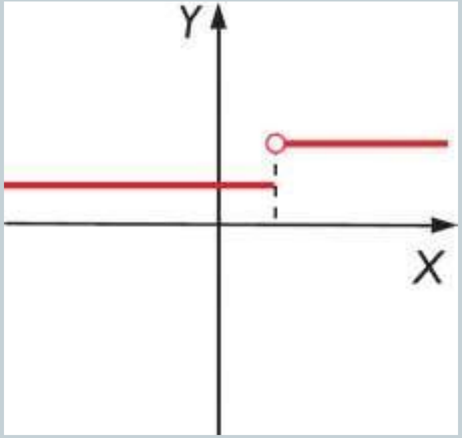
f es **creciente** si $x_1<x_2$ entonces $f(x_1)<f(x_2)$
f es **decreciente** si $x_1<x_2$ entonces $f(x_1)>f(x_2)$



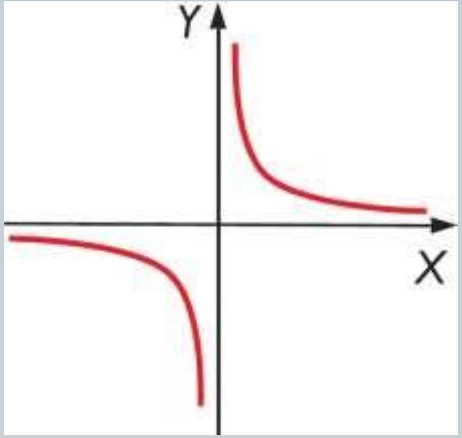
CONTINUIDAD

- Una función se llama **continua** cuando no presenta discontinuidades de ningún tipo. Una función puede ser **continua en un intervalo** si solo presenta discontinuidades fuera de él.

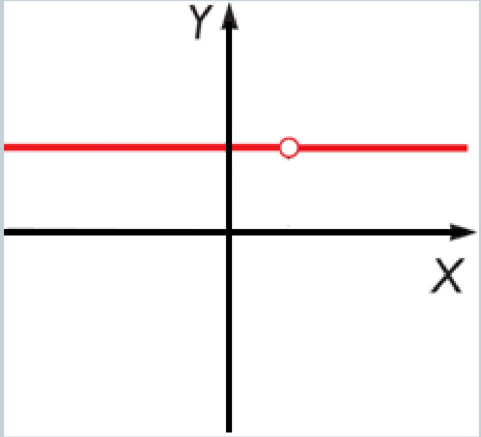
TIPOS DE DISCONTINUIDADES:



Discontinuidad inevitable de salto finito



Discontinuidad inevitable de salto infinito



Discontinuidad evitable

TENDENCIA

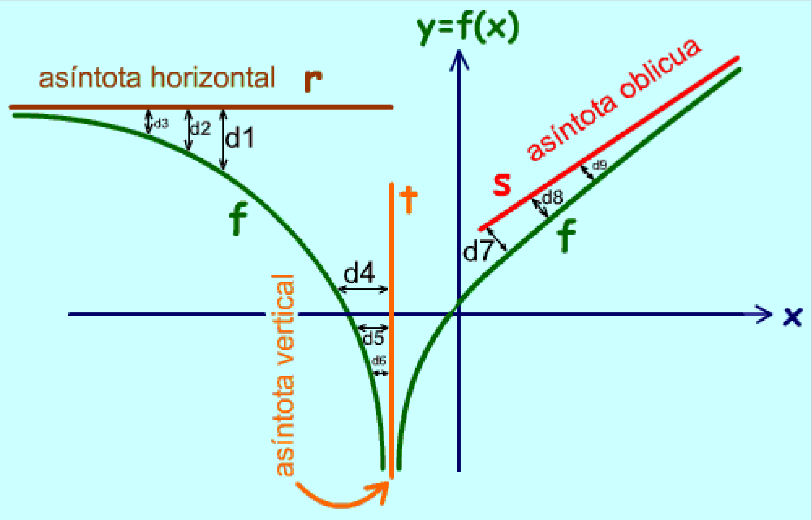
- Hay funciones en las que, aunque solo conozcamos un trozo de ellas, podemos predecir cómo se comportarán lejos del intervalo en que han sido estudiadas, porque tienen ramas con una tendencia muy clara. Estas ramas reciben el nombre de **asíntotas.**

- Existen tres tipo de asíntotas:

· Asíntotas verticales: $x = a$

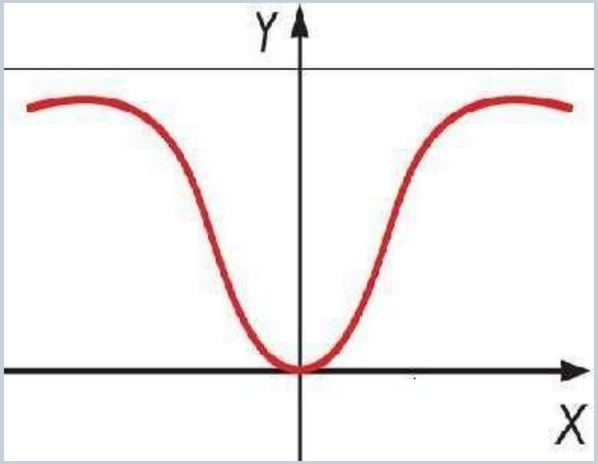
· Asíntotas horizontales: $y = b$

· Asíntotas oblicuas: $y = mx + n$

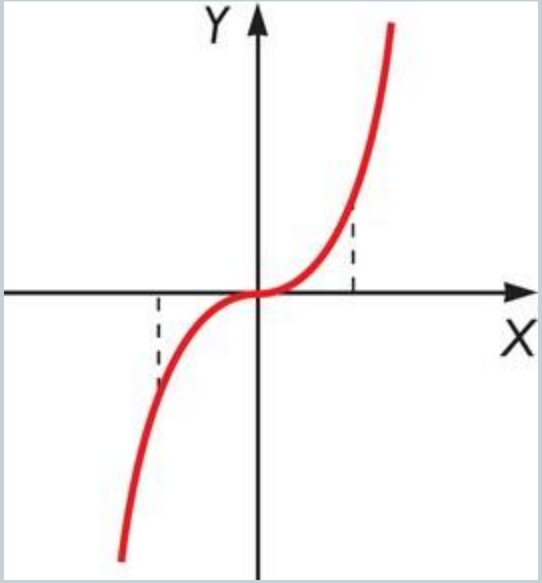


SIMETRÍA

- Una función es **par** o simétrica respecto del eje OY si $f(x) = f(-x)$
- Una función es **impar** o simétrica respecto del origen O si $f(x) = -f(-x)$.
- Una función que no es par ni impar se dice que es **no simétrica.**



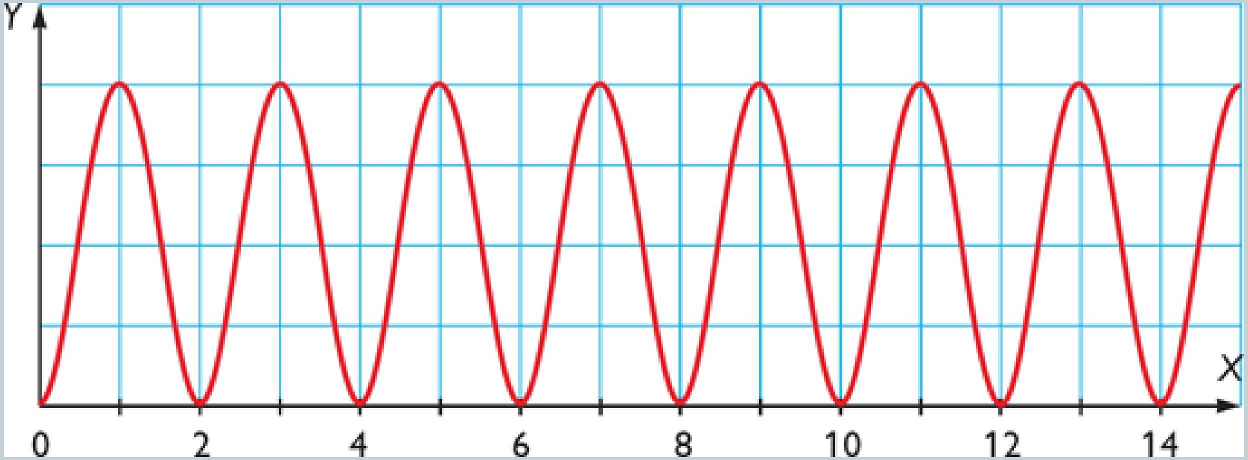
Simetría **par**



Simetría **impar**

Periodicidad

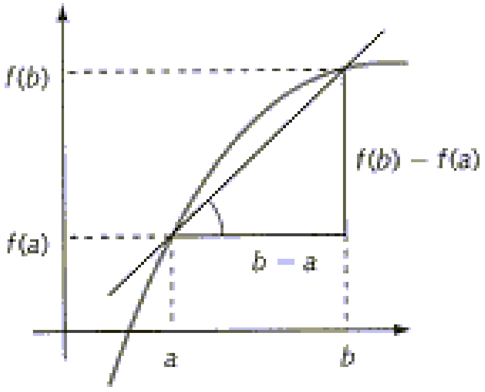
- **Función periódica** es aquella cuyo comportamiento se repite cada vez que la variable independiente recorre un cierto intervalo. La longitud de ese intervalo se llama **periodo.**



Tasa de Variación Media T.V.M.

Para medir la variación (aumento o disminución) de una función en un intervalo se utiliza la **tasa de variación media.**

Se llama tasa de variación media de una función f en el intervalo [a,b] al cociente entre la variación de la función y la longitud del intervalo.



$$\text{T.V.M de f en } [a,b] = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

GUIA DE EJERCICIOS

Aclaraciones Iniciales:

En esta guía vamos a integrar todo lo visto en nuestro trayecto escolar respecto al tema de "funciones": concepto, fórmula, grafico, dominio, imagen y análisis, para poder luego aplicar en las guías siguientes el concepto de **límite de funciones.**

Además, antes de comenzar, te dejamos algunos videos tutoriales a modo de soporte del tema:

https://www.youtube.com/watch?v=qOCMPXoxJyg - ¿Qué es el dominio e imagen?

https://www.youtube.com/watch?v=H2xXoBck3Fw - ¿Cómo graficar una función?

https://www.youtube.com/watch?v=R38_FohTJPc – Ejercicios resueltos sobre funciones

https://www.youtube.com/watch?v=LJv_s8H67BU – Como representar gráficamente mediante ***Tabla de Valores***

https://www.youtube.com/watch?v=S19IQtW7UrQ&t=1s- Como representar gráficamente ***una función cuadrática*** mediante tabla de valores

https://www.youtube.com/watch?v=IuBn42uLjLs – Como analizar dominio e imagen de ***funciones cuadráticas***

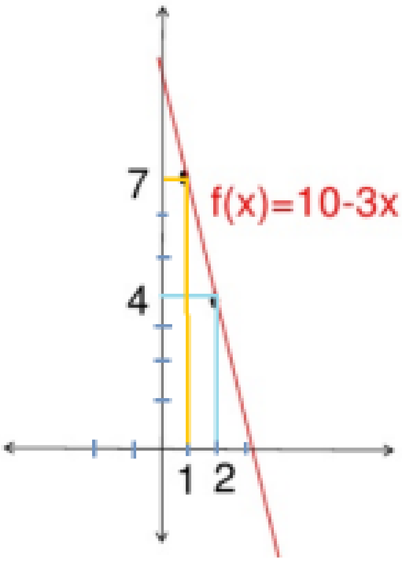
GUIA DE EJERCICIOS

Ejemplos de cálculo

Graficar la función $f(x)= 10-3x$
y obtener el valor de dicha función cuando el valor de X = 1 y cuando X = 2

Solución:

x	f(x)= 10 – 3x	(x,f(x))
1	f(1)=10 – 3(1)	
	f(1)= 10 – 3	
	f(1)= 7	(1,7)
2	f(2)=10 - 3(2)	
	f(2)=10 – 6	
	f(2)=4	(2,4)



GUIA DE EJERCICIOS

EJERCICIOS

1) Dada la clasificación anterior, clasifique las siguientes funciones en: lineal, cuadrática, exponencial o logarítmica (solo clasificar, no hace falta graficar)

$$a)f(x) = 5x + 3 \quad b)\ g(x) = x^2 - \ 3x + 1 \quad c)h(x) = \log_2 x$$

$$d)i(x) = 2.3^x \quad e)j(x) = -4 + 3x \quad f)k(x) = 2x^2 - \frac{1}{2} \quad g)l(x) = 2^x + 1$$

2) Dadas las funciones:

$$f(x) = \frac{1}{2}.x^2 - x + 2\ ; \quad g(x) = \frac{3}{4}.x - 1\ ; \quad h(x) = -2.3^x + 4$$

Calcule el valor de la función para los siguientes puntos:

$$a)f(2);\ b)f(0);\ c)f(-1);\ d)g\left(\frac{4}{3}\right);\ e)g(-4);\ f)g(0)$$

GUIA DE EJERCICIOS

3) Indique el dominio e imagen de cada función realizando la gráfica de c/u:

$$a) f(x) = \log x \quad b) g(x) = 2^x \quad c) h(x) = x^2 + 1$$

4) Realiza la tabla de valores (teniendo en cuenta el dominio) para hacer la gráfica de las siguientes funciones

a) $f(x) = \frac{1}{x}$

b) $g(x) = \frac{1}{x+2}$

c) $h(x) = x^3$

d) $i(x)x^3 + 1$

5) Determinar la imagen de las funciones anteriores.

6) Dada la función f(x) = 2x-6 determinar los valores del dominio ("x") sabiendo que la imagen (y=f(x)) es -4 ; 4 y 10

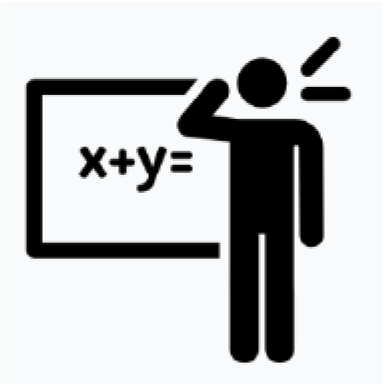
GUIA DE EJERCICIOS

7)Realiza la tabla de valores (teniendo en cuenta el dominio) para hacer la gráfica de las siguientes funciones cuadráticas y determina la imagen de cada una.

a) $f(x) = x^2$
b) $g(x) = x^2 + 2$
c) $h(x) = -x^2$
d) $i(x) = (x-1)^2$

8)Realiza la tabla de valores (teniendo en cuenta el dominio) para hacer la gráfica de las siguientes funciones racionales y determina la imagen de cada una

e) $f(x) = \frac{1}{x}$
f) $g(x) = \frac{1}{x+2}$
g) $h(x) = \frac{1}{x-2}$
h) $i(x) = \frac{1}{x} + 2$
i) $j(x) = \frac{1}{x} - 2$



9) Analizando los ejercicios anteriores, ¿Que conclusión obtendrías para el dominio e imagen en relación a las gráficas?

GUIA DE EJERCICIOS

Por último, te dejamos un desafío matemático. Esperamos tu respuesta ¿Cuál es el número que falta?