

TEMA Nº 3: VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO

- *Nomenclaturas empleadas.*
- *Conceptos teórico – prácticos:*
 - 5.1. : *Concepto y esfuerzos característicos. Tipos de apoyo. Cargas. Luz de cálculo. Tipos de vigas según incidencia de la armadura. Relación altura útil – luz de cálculo: esbeltez. Deformaciones.*
 - 5.2. : *Dimensionamiento de vigas de secciones rectangulares. Armadura.*
 - 5.3. : *Corte. Consideraciones sobre el esfuerzo cortante. Tensiones principales de tracción y compresión: Líneas isostáticas. Casos según DIN 1045. Armaduras de corte.*
 - 5.4.: *Viga continua. Métodos de cálculo de vigas continuas, diagramas de sollicitaciones, dimensionamiento, detalles constructivos.*
- *Prescripciones reglamentarias.*
- *Detalles constructivos.*
- *Planilla.*
- *Síntesis del proceso de cálculo.*
- *Imágenes.*
- *Ejemplos.*
- *Cuestionario guía.*

NOMENCLATURAS EMPLEADAS

- As** (cm²) = armadura necesaria para cumplir con la condición de fisuración admisible.
As_{cal} (cm²) = armadura calculada con la expresión general.
as_B = Sección de la armadura empleada para estribos.
as_s = Sección de barras dobladas.
b = Ancho de la sección de la viga.
c = Ancho del apoyo.
h: Altura de la viga desde el borde más comprimido hasta el eje de la armadura que trabaja a tracción.
d: Altura total de la viga.
do = diámetro de barra empleada para estribo.
di = diámetro de barra que se desea colocar.
d₁ = Recubrimiento de la armadura de la viga.
ds = diámetro máximo de la barra de acero a colocar para que las fisuras a formarse sean admisibles. Diámetro máximo que admite la norma para el kh calculado.
J_x = Momento de inercia de la sección.
kx = Factor que permite calcular la profundidad del eje neutro.
kz = Factor que permite calcular el brazo elástico de la sección..
lc = Luz de cálculo de la viga (depende de las condiciones de vínculo)..
lo = Luz libre o distancia entre los bordes de apoyos.
m = Esbeltez de la viga (Relación altura útil - Luz de cálculo).
ns = Número de barras dobladas.
M = Momento flector máximo de la viga.

N = Solicitación normal de tracción o compresión. (Debe tomarse positivo si es de tracción y negativo si es de compresión).

Q = Esfuerzo de corte en una determinada sección.

S_x = Momento estático de la mitad de la viga respecto al eje x.

t = Separación entre estribos.

z = Brazo elástico de la sección.

γ = Coeficiente de seguridad

δ = Ángulo complementario de inclinación, cuyo valor es $\delta = 0^\circ$ si se doblan barras a 45° y $\delta = 15^\circ$ si se doblan barras a 60° .

ε_s = Deformación en el acero.

ε_{b1} = Deformación en la fibra más comprimida del hormigón.

σ_{su} = Tensión en el acero para un acortamiento unitario del - 2 ‰.

σ_{su}/γ = Tensión de servicio en el acero.

σ_{ST} = Tensión de cálculo del acero.

η = Número de ramas o elementos verticales que forman un estribo.

T_{arm} = Tensión que debe absorber la armadura de corte.

T_B = Tensión de corte que absorben los estribos.

ζ_{oi} = Tensión de corte en la sección i.

T_s = Esfuerzo a absorber por las barras dobladas.

CONCEPTOS TEÓRICO - PRÁCTICOS

5.1. – Concepto y esfuerzos característicos. Tipos de apoyo. Luz de cálculo. Relación altura útil – luz de cálculo. Deformaciones.

Conceptos y esfuerzos característicos.

Las vigas son estructuras lineales; es decir, donde una de sus dimensiones prevalece frente a las otras dos y de sección arbitraria.

En este elemento estructural, como la acción de una carga no coincide con el eje del mismo (como en el caso de puntales y tensores) y tampoco puede descomponerse como en los cables y arcos; las fuerzas deben trasladarse mediante un par a sus puntos de apoyo, por lo que aparece un momento denominado **Momento flector (M)**.

$$M_A = P \cdot d$$

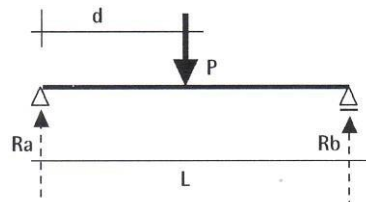


Fig. 5.1.1: Viga simplemente apoyada con una carga concentrada.
Fuente: "Nociones prácticas de diseño estructural" Arq. Gloria Diez.

Entonces, es un elemento constructivo lineal que trabaja principalmente a flexión. La deformación de este elemento se expresa en la curvatura del eje de la pieza.

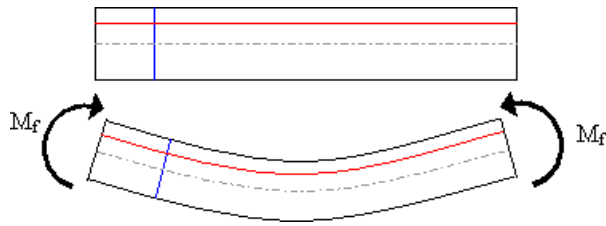


Fig. 5.1.2: Curvatura de la barra a flexión.
Fuente:

Cuando una barra está solicitada a flexión, la resultante de todas las fuerzas exteriores que actúan a cada lado de una sección cualquiera, son dos momentos M de igual magnitud y sentido contrario normales al plano de la sección. Estos pares hacen girar las secciones transversales. Para analizar esta deformación, nos basamos en la hipótesis de Navier: *“las secciones rectas y planas antes de la deformación, se mantienen rectas y planas después de producida la misma”*.

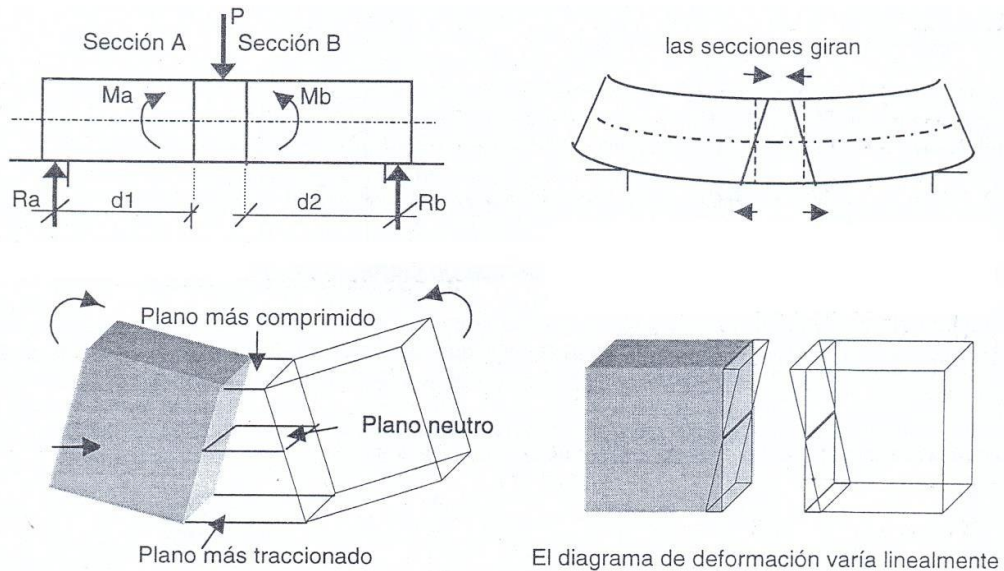


Fig. 5.1.3: Comportamiento de la sección de una barra a flexión.
Fuente: “Conceptos básicos de estructuras resistentes”. Arq. Cisternas - Arq. Pedro.

Al curvarse, dos secciones paralelas infinitamente próximas entre sí, han girado, de modo tal que algunas fibras, las superiores, se comprimen (tienden a acortarse) y otras, las inferiores, se traccionan (tienden a alargarse).

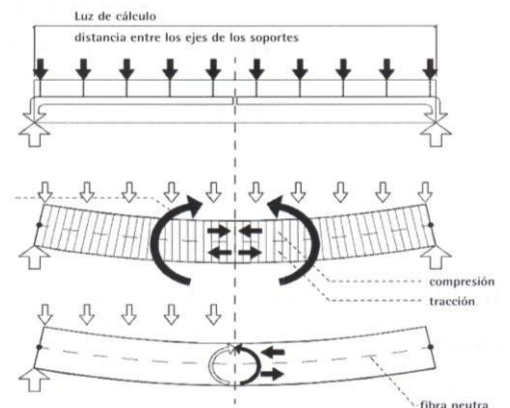


Fig. 5.1.4: Flexión en viga simplemente apoyada con carga distribuida.
Fuente: “Nociones prácticas de diseño estructural” Arq. G. Diez.

Las fibras que sufren las máximas compresiones o tracciones son las que corresponden a los bordes exteriores superior e inferior respectivamente. Estos valores disminuyen hasta llegar al plano neutro, donde toman valor nulo.

Como el esfuerzo exterior es un par que actúa normal al plano de la sección, dentro de la barra se originan tensiones normales σ , que siguen la misma ley de variación de las deformaciones (variación lineal), conformando 2 triángulos.

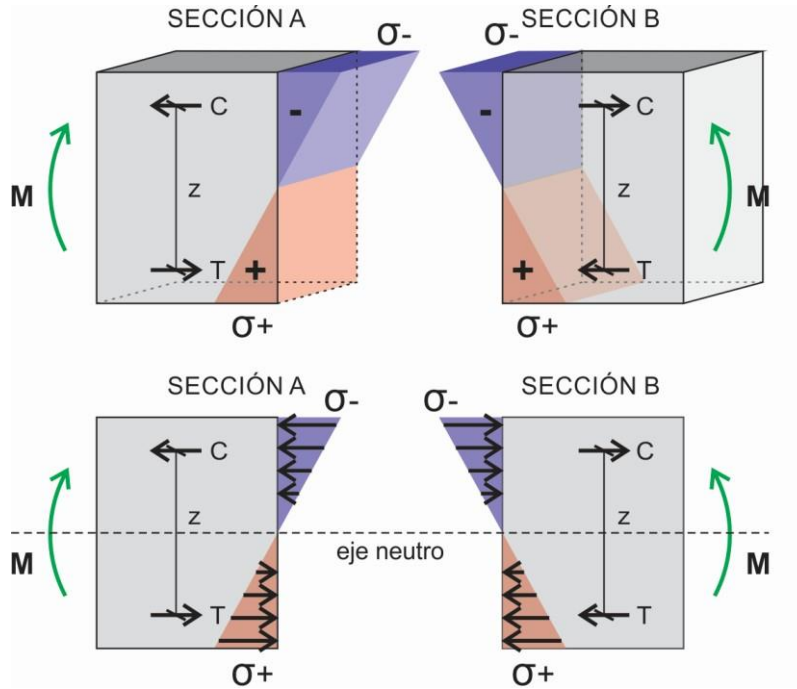


Fig. 5.1.5: Curvatura de la barra a flexión.
Fuente: "Conceptos básicos de estructuras resistentes. Arq. Cisternas - Arq. Pedro

Las fuerzas originadas por las tensiones internas deben equilibrar el momento externo. Pero como el momento es producto de una fuerza por una distancia ($T \cdot z$) o ($C \cdot z$), intervienen la intensidad de las fuerzas (T ó C) y el brazo de palanca entre ellas (z).

Además de producirse un giro en la sección analizada, también se produce un desplazamiento de la misma respecto de la sección inmediata, por efecto de la deformación o curvatura, por lo que se evidencia la existencia de **esfuerzos de corte (Q)**.

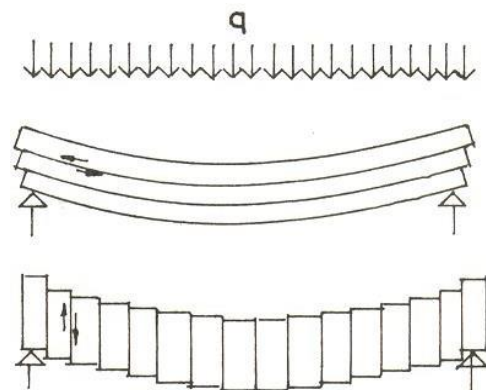


Fig. 5.1.6: Corte en vigas
Fuente: "Diseño y cálculo de estructuras" Arq. B. Villasuso

Si la viga estuviese formada por placas longitudinales apiladas, por ejemplo

tablas, en los extremos tenderían a deslizarse cada una sobre la contigua en sentido horizontal. Si en cambio, fuesen placas transversales, por ejemplo, libros o ladrillos, se deslizarían hacia abajo en sentido vertical.

La unidad de la viga o pieza se opone a estos movimientos, originando tensiones tangenciales en el primer caso y de corte en el segundo, designándose ambos como de "corte".

En otras ocasiones, de acuerdo a la dirección de la carga, en un elemento sometido a flexión también pueden aparecer **esfuerzos normales (N)**, que también deben cuantificarse para dimensionar adecuadamente el elemento.

Los esfuerzos característicos, que pueden presentarse en una viga son:

- Momento flector.
- Esfuerzo de corte.
- Esfuerzo normal.

En general, se tiene:

- Vigas de sección rectangular.
- Vigas placas: en T y en L.

En estas vigas, en la absorción de esfuerzo de compresión, actúan placa y nervio unidos monóticamente. Pueden ser vigas placas aisladas o vigas placa donde la placa forma parte de una losa.

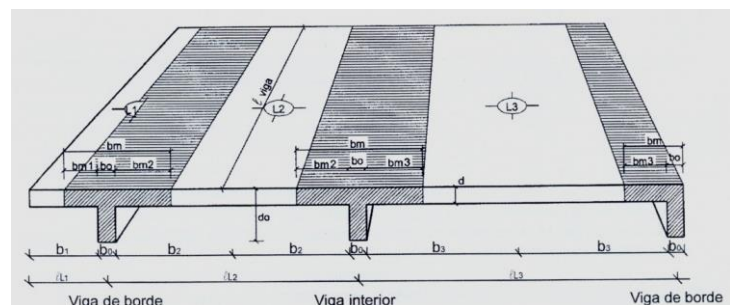
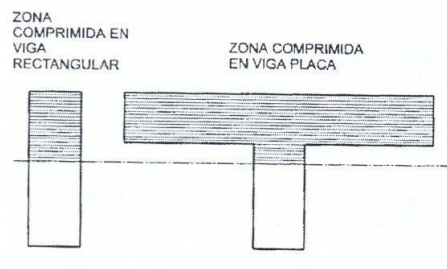


Fig. 5.1.7: Formas de vigas.
Fuente: "Vigas" Arq.P. Perlés

Tipos de apoyo.

Según el tipo de apoyo, las vigas al igual que las losas se clasifican en:

- *Simplemente apoyada*: Cuando descansan en muros, en otras vigas o sobre columnas de muy poca rigidez a flexión frente a la rigidez de la viga.
- *En voladizo*: Cuando tienen un extremo libre y el otro rígidamente vinculado a algún otro elemento estructural.

- *Empotrada y apoyada simple*: Cuando posee un extremo rígidamente vinculado a otro elemento estructural y el otro extremo descansa en muros, en otra viga o sobre columna de muy poca rigidez a flexión frente a la rigidez de la viga.
- *Doblemente empotrada*: Cuando sus extremos se hallan rígidamente vinculados a otros elementos estructurales, por ejemplo tabiques o columnas, cuya rigidez a la flexión es muy superior a la rigidez de la viga.
- *Continua*: Las que se extienden sobre varios apoyos simples y que desde el punto de vista estructural, trabajan solidariamente.

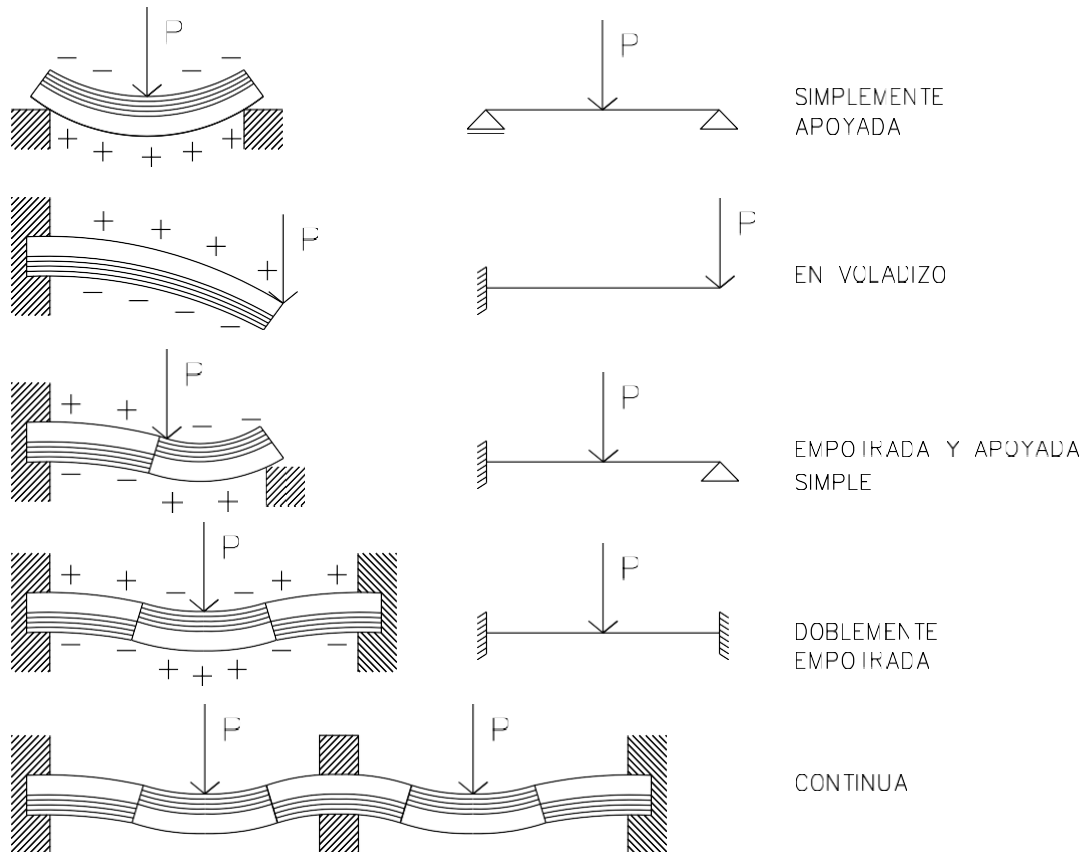


Fig. 5.1.8: Tipos de apoyos de vigas.
Fuente: "Hormigón armado" Arq. Pedro Perlés.

Cargas:

En general, las cargas que solicitan una viga pueden ser:

- *Distribuidas*: Incluyen el peso propio de la viga, reacción de losa vinculada a ella, pesos de muros o tabiques que apoyan sobre la misma, etc. (t/m; kg/m)
- *Concentradas*: Éstas son originadas por vigas, viguetas o columnas que descargan sobre la viga (t; kg)

Luz de cálculo:

Según el tipo de apoyo, las luces de cálculo a considerar para las vigas (igual que en losas) varían de la siguiente forma:

- Cuando se supone apoyo sin restricción al giro, se adopta el **menor** valor de:

$$l_c = l_0 + \frac{a_1}{3} + \frac{a_2}{3}$$

$$l_c = 1,05 l_0$$

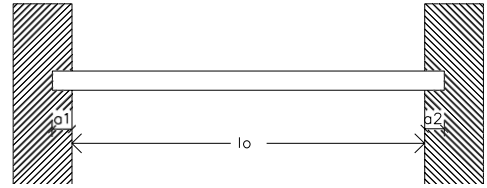


Fig. 5.1.9.: Vigas con apoyo sin restricciones al giro.
Fuente: "Manual de cálculo de estructuras de hormigón armado" Ing. Osvaldo Pozzi Azzaro.

- Cuando se supone restricción parcial o total:

$$l_c = l_1$$

$$l_c = 1,05 l_0$$

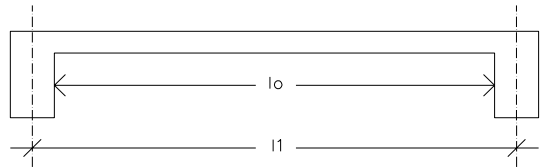


Fig. 5.1.10.: Vigas con restricción parcial al giro en el apoyo.
Fuente: "Manual de cálculo de estructuras de hormigón armado" Ing. Osvaldo Pozzi Azzaro.

- Cuando se trata de vigas continuas:

$$l_c = l_1$$

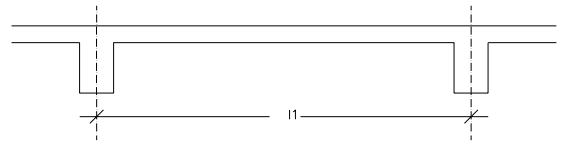


Fig. 5.1.11.: Vigas continuas.
Fuente: "Manual de cálculo de estructuras de hormigón armado" Ing. Osvaldo Pozzi Azzaro.

- Cuando se trata de vigas en voladizo:

$$l_c = 1,05 l_0$$

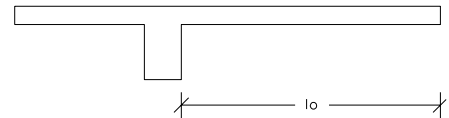


Fig. 5.1.12.: Viga en voladizo.
Fuente: "Manual de cálculo de estructuras de hormigón armado" Ing. Osvaldo Pozzi Azzaro.

Tipos de vigas según la incidencia de su armadura:

- Vigas con armadura débil: Tienen muy poca sección a tracción (falta sección de acero). Al aumentar la carga, la armadura entra en fluencia y se fisura el hormigón. Son vigas que preavisan la rotura, viéndose con un periodo anticipado que se va a romper. Puede analizarse en función de las distintas etapas o estados de carga. Las fibras de arriba no pueden soportar más carga y comienza a transferir las tensiones a las de más abajo. Las grietas hacen que el eje neutro se eleve cada vez más. El primero que cede es el acero y la rotura definitiva se produce por el aplastamiento del hormigón, a pesar de que el primero que entró en rotura, fue el acero.

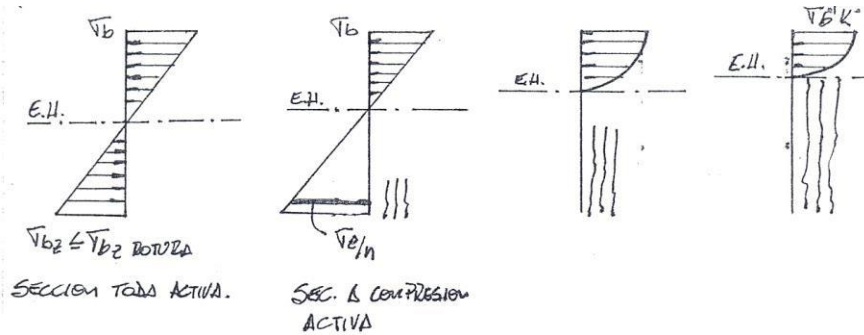


Fig. 5.1.13: Tensiones en secciones de vigas.
Fuente: Elaboración de cátedra.

- **Vigas con armadura fuerte:** Las deformaciones del acero son sumamente pequeñas y el hormigón rompe por aplastamiento debido a que el acero ni siquiera entra en fluencia y el hormigón no se fisura debido a esto. Son roturas sin preaviso, o sea, rotura frágil. No es conveniente en el método de rotura.
- **Vigas con armadura equilibrada:** Se llega simultáneamente a la rotura en ambos materiales. Se ha dosificado la armadura de esa manera. El Reglamento indica que se debe calcular como armadura débil. Es conveniente en Estado III.

Relación altura útil – luz de cálculo: esbeltez:

Como el cálculo de la flecha máxima en losas o vigas de hormigón armado resulta muy complejo si se lo compara con vigas metálicas; con carácter simplificador, las normas fijan alturas mínimas, de modo tal que si la altura calculada supera a la altura mínima, significa que la flecha máxima es inferior a la admisible, y se considera cumplida la verificación; es decir, se evitan posibles deformaciones incompatibles para su buen funcionamiento.

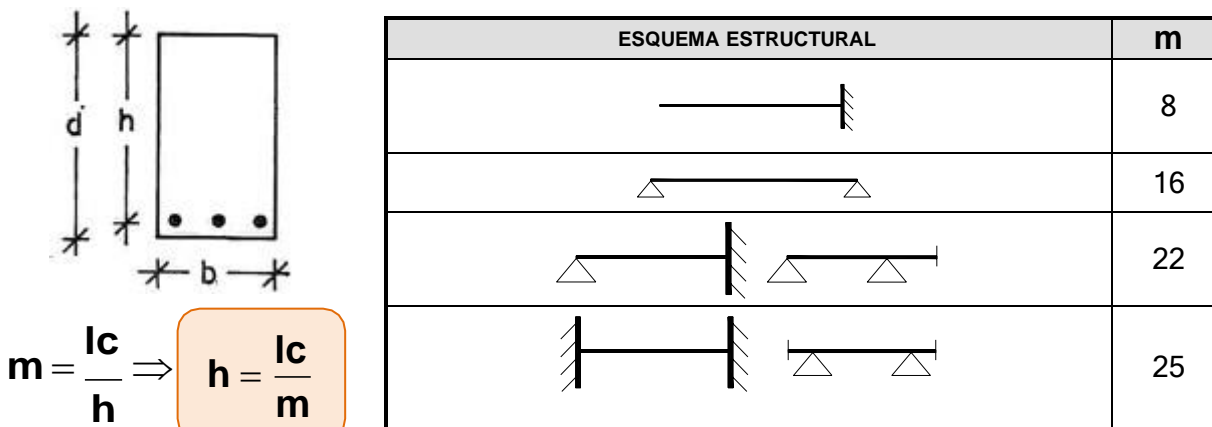
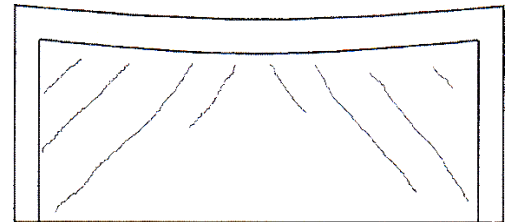


Fig. 5.1.14.: Cuadro de esbelteces para el cálculo de vigas de hormigón armado.
Fuente: "Manual de cálculo de estructuras de hormigón armado" Ing. O. Pozzi Azzaro.

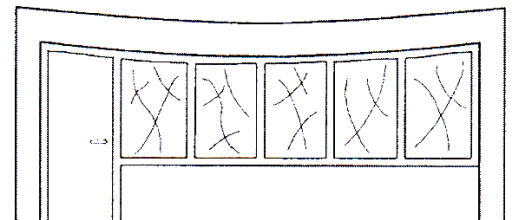
Deformaciones:

Aunque las tensiones actuantes sobre una estructura flexionada sean inferiores a las admisibles, resulta necesario además, verificar que la flecha máxima no supere determinados valores para evitar los siguientes inconvenientes:

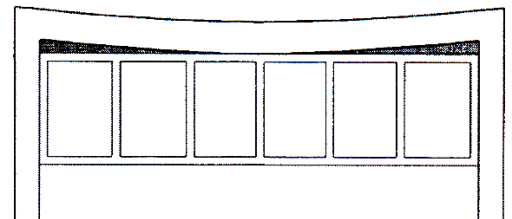
- 1) Impedir que la viga además de apoyarse sobre las columnas, lo haga también sobre un tabique no portante, provocando las fisuras que se indican en la figura, e incluso, su rotura por pandeo.



- 2) Impedir que la viga pueda apoyarse sobre el dintel del marco de una ventana, deformándolo, y provocando además la rotura de vidrios o la traba de la puerta.



- 3) Aún si la viga no llegara a apoyarse sobre el dintel del marco de la ventana, el aspecto se vería afectado por las dos esquinas superiores, de dudosa resolución estética.



- 4) En el caso particular de losas, el exceso de flecha puede provocar:
 - a) El desprendimiento de los zócalos.
 - b) Fisura horizontal en el revestimiento exterior al nivel inferior de la losa.
 - c) Fisura en el encuentro entre muro y cielorraso.
 - d) Fisuras y/o desprendimiento de cielorraso.

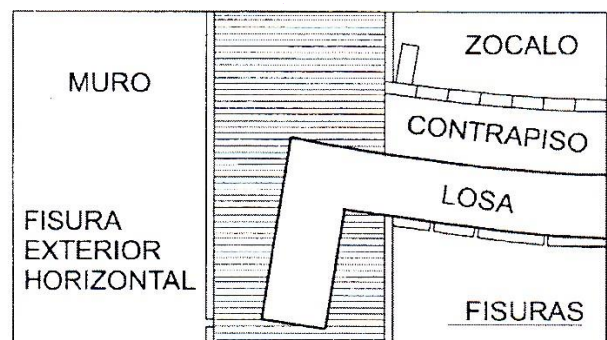


Fig. 5.1.15.: Inconvenientes ocasionados por las deformaciones excesivas de vigas de hormigón armado.

Fuente: "Hormigón armado" Arq. Pedro Perlés.

- 5) Finalmente, siendo las flechas excesivas consecuencia de la falta de rigidez de la estructura, suelen producir vibraciones desagradables; sobre todo, en lugares de tránsito intenso.

5.2. : Dimensionamiento de vigas de secciones rectangulares. Reglamentaciones. Detalles constructivos. Planillas.

Dimensionamiento de vigas de secciones rectangulares:

Para elementos sometidos preponderantemente a flexión (losas, vigas) es conveniente la utilización de la tabla **T27 (Tabla 2 Pozzi Azzaro)** (denominada “kh”), de fácil manejo y que permite verificar el hormigón y calcular las armaduras más adecuadas, tanto traccionadas como comprimidas, para este tipo de solicitación; de tal forma de conseguir una estructura “equilibrada”.

1º Paso) Determinar la luz de cálculo (l_c) según las condiciones de apoyo, tal como se explicó anteriormente.

2º Paso) Predimensionar la sección en función de la esbeltez de la pieza.

$$h \text{ (cm)} = \frac{l_c \text{ (cm)}}{m} \quad (h_{\text{mín}} = 17\text{cm})$$

$$d \text{ (cm)} = h \text{ (cm)} + d_1 \text{ (cm)}$$

$$b = \frac{h}{2} \quad (\text{ancho de muro o de columna})$$

$$b_{\text{mín}} = 20\text{cm}$$

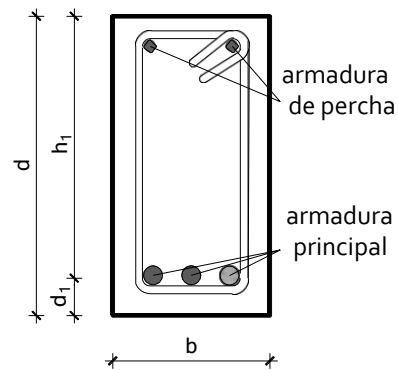


Fig. 5.2.1.: Sección de una viga de hormigón armado.
Fuente: Elaboración de cátedra.

La altura mínima “ $h_{\text{mín}}$ ” de la viga es de **17 cm**.

Una de las cosas fundamentales a tener en cuenta al construir estructuras de hormigón armado es la protección que debe tener la armadura de acero calculada para resistir las cargas. Si estos elementos estructurales quedan expuestos al aire, la humedad o a elementos corrosivos, entonces las secciones de armadura calculada comienzan a disminuir su sección por oxidación continua hasta desaparecer totalmente con el tiempo. La estructura va perdiendo resistencia hasta llegar al colapso de forma brusca.

Por ello, el espesor del recubrimiento de la viga es de **2 a 5 cm**, dependiendo de los agentes a que se encuentre expuesto el elemento estructural y de la armadura adoptada.

Cuando la armadura comienza a oxidarse, ya no es conveniente arreglarla porque el óxido continuará en el seno de la misma. Es el tiempo de demoler y reconstruir con todos los costos y molestias que esto significa.

El ancho de la sección de la viga “ b ”, puede estimarse en aproximadamente **$b = h/2$** .

Al definir b y d , debe tenerse en cuenta de trabajar con medidas de obra, es decir, fáciles de ejecutar para un operario: medidas de 5 cm en 5 cm.

3º Paso) Análisis de cargas y cálculo de las solicitaciones.

En la determinación de las cargas se incluirá el peso propio más todas las cargas distribuidas y/o puntuales, provenientes de muros, reacciones de losas, vigas, columnas, etc.

Se determinarán los valores de las reacciones, esfuerzo de corte máximo y momento flector máximo, de acuerdo al esquema de la viga (estado de cargas y vínculos).

En el caso de vigas continuas o con empotramientos, se diferenciarán momentos en apoyos y momentos en tramo.

Cuando corresponda, también deberá determinarse el valor del esfuerzo normal.

4º Paso) En función del tipo de acero (mín ADN 420 ó ADM 420) y de hormigón (mín. H17) a emplear, calcular el valor de k_h (que se obtiene de la tabla **T27 (T2 Pozzi Azzaro)**) y verificar que el valor del coeficiente k_h obtenido sea mayor o igual al k_h^* .

$$k_h = \frac{h \text{ (cm)}}{\sqrt{\frac{M \text{ (tm)}}{b \text{ (m)}}}} \geq k_h^*$$

Debe elegirse el renglón de coeficiente k_h inmediato inferior al k_h calculado, debido a que ello implica una mayor sección de armadura y se obtienen los valores de: ϵ_s ; ϵ_{b1} ; σ_{su}/γ ; k_x y k_z .

Con estos datos, se puede inferir el dominio, dentro del cual se está trabajando y graficar el diagrama de tensión en Estado III.

Aclaración: k_h^* (para H17 y ADN 420)

$\epsilon_{b1} = -3,5 \text{ ‰}$

$\epsilon_s = 3 \text{ ‰}$

$\gamma = 1,75$

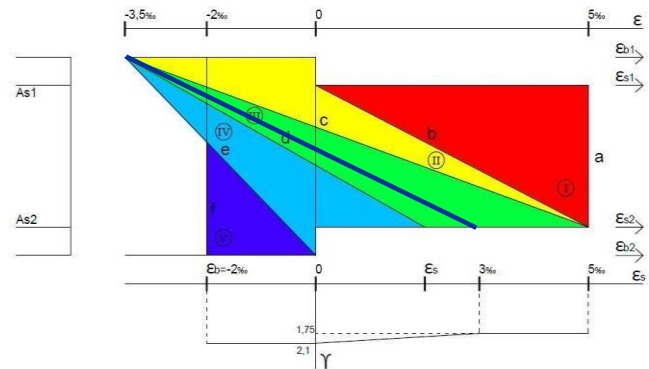


Fig. 5.2.2.: Diagrama de dominios de deformación.
Fuente: Elaboración de cátedra.

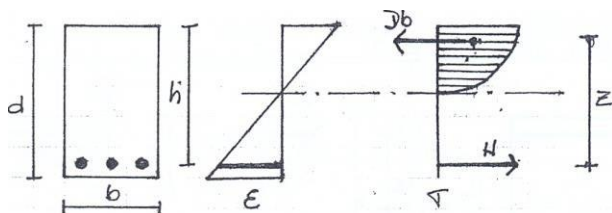


Fig. 5.2.3.: Diagrama de tensiones en Estado III.
Fuente: Elaboración de cátedra.



Fig. 5.2.4.: Sección viga con doble armadura.
Fuente: "Manual de cálculo de estructuras de hormigón armado" Ing. Pozzi Azzaro.

Cuando el kh calculado resulta menor que kh^* se puede optar por:

- Aumentar la altura "h" de la viga.
- Colocar armadura comprimida. Entrando en tabla se obtienen valores de k_s y k_{s1} con los cuales se calcula la armadura comprimida y la armadura traccionada respectivamente. Esta solución no es muy aconsejable por ser poco económica.

5º Paso) Calcular la profundidad del eje neutro y el brazo elástico de la sección. Estos datos son necesarios, ya que las deformaciones de la sección dependen de ellos.

$$x = k_x \cdot h$$

$$z = k_z \cdot h$$

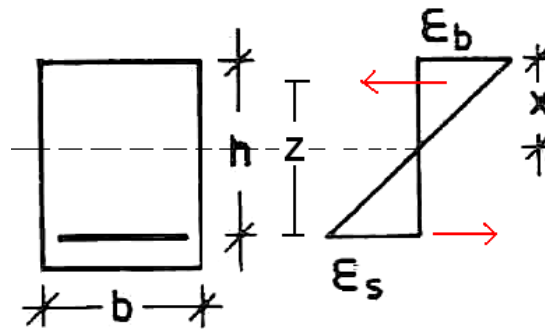


Fig. 5.2.5.: Posición de "x" y "h".
Fuente: "Manual de cálculo de estructuras de hormigón armado"
Ing. O. Pozzi Azzaro

Si el eje neutro sube ("x" menor), aumenta el valor de k_z (debido a que aumenta z y h es constante) y de manera inversa.

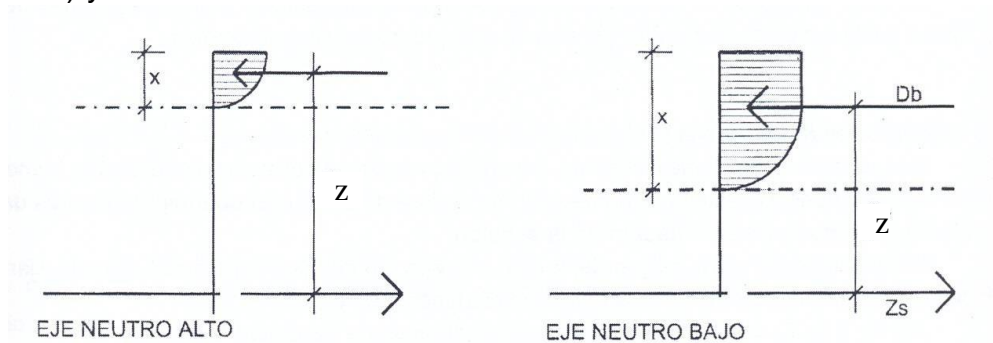


Fig. 5.2.6: Relación entre las posiciones del eje neutro (x) y brazo elástico (z).
Fuente: "Hormigón armado" Arq. Pedro Perlés.

6º Paso) Calcular la armadura de la viga.

En el caso de flexión simple:

$$A_s (\text{cm}^2) = k_s \cdot \frac{M (\text{tm})}{h (\text{m})}$$

En el caso de flexión compuesta: Por ejemplo en pórticos:

$$A_s (\text{cm}^2) = k_s \cdot \frac{M (\text{tm})}{h (\text{m})} + \frac{N (\text{t})}{\frac{\sigma_{su} (\text{t/cm}^2)}{Y}}$$

Las tablas de k_h han sido preparadas para relaciones $d_1/h \leq 0,07$, en cuyo caso, se adopta $\rho = \rho_1 = 1$

d_1/h	ρ						ρ_1
	k_s						
	0,54	0,53	0,52	0,51	0,50	0,49	
0,07	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,08	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,01
0,10	1,00	1,00	1,00	1,01	1,01	1,01	1,03
0,12	1,00	1,00	1,01	1,01	1,02	1,03	1,06
0,14	1,00	1,00	1,01	1,02	1,03	1,04	1,08
0,16	1,00	1,00	1,01	1,03	1,04	1,05	1,11
0,18	1,00	1,00	1,02	1,03	1,05	1,06	1,13
0,20	1,00	1,00	1,02	1,04	1,05	1,07	1,16
0,22	1,00	1,00	1,03	1,04	1,06	1,09	1,19

Si esta relación es mayor a 0,07, deben emplearse los factores de corrección ρ y ρ_1 , cuyos valores se obtienen de la tabla T27 (Tabla 2 Pozzi Azzaro).

Para armadura comprimida (subíndice 1)

$$A_{s1} (\text{cm}^2) = \frac{M (\text{tm})}{h (\text{m})} \cdot k_{s1} \cdot \rho_1$$

Para armadura traccionada:

$$A_s (\text{cm}^2) = \frac{M (\text{tm})}{h (\text{m})} \cdot k_s \cdot \rho$$

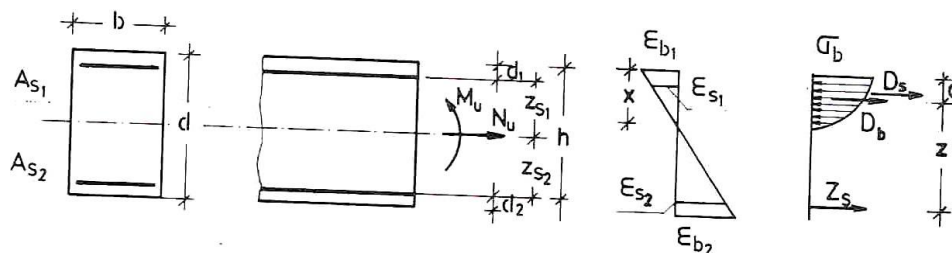


Fig. 5.2.7.: Flexión de elementos estructurales de hormigón armado.
Fuente: "Manual de cálculo de estructuras de hormigón armado" Ing. O. Pozzi

Al lado de la columna correspondiente a k_h se observa una columna de valores " d_s ".
 d_s : diámetro máximo de la barra de acero a colocar para que las fisuras a formarse sean admisibles.

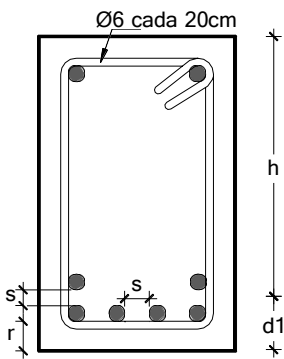
T.2 Flexión pura o compuesta con gran excentricidad BSt 42/50

k_h^*	β_{CN} 110		β_{CN} 130		β_{CN} 170		β_{CN} 210		β_{CN} 300		β_{CN} 380		β_{CN} 470		k_s	$\sqrt{s_u/\gamma}$ t/cm ²	k_x	k_z	- ϵ_b (‰)	ϵ_s (‰)
	k_h	d_s	k_h	d_s	k_h	d_s	k_h	d_s	k_h	d_s	k_h	d_s	k_h	d_s						
	25	1	29	2	25	2	23	3	30	3	13	4	11	5	0,43	2,40	0,09	0,97	0,50	5,00
	22	3	17,4	5	15,3	6	13,5	8	11,8	11	10,9	12	10,3	14	0,44	2,40	0,15	0,95	0,90	5,00
	15,8	6	13,1	9	11,1	13	10,2	16	8,8	21	8,2	24	7,7	27	0,45	2,40	0,21	0,93	1,32	5,00
	13,2	10	10,5	15	9,3	20	8,4	25	7,3	33	6,8	38	6,4	43	0,46	2,40	0,26	0,91	1,73	5,00
	11,7	14	9,6	22	8,3	28	7,4	35	6,5	45	6,0	53	5,7	57	0,47	2,40	0,30	0,89	2,14	5,00
	10,7	19	8,8	26	7,6	36	6,9	42	6,0	57	5,5		5,2		0,48	2,40	0,34	0,87	2,54	5,00
	10,1	21	8,3	32	7,1	43	6,4	54	5,4		5,2		4,9		0,49	2,40	0,37	0,86	3,05	5,00
	9,7	25	7,9	36	6,9	50	6,1		5,3		4,9		4,7		0,50	2,40	0,40	0,83	3,35	5,00
	9,2	30	7,6	44	6,5	60	5,9		5,1		4,7		4,5		0,51	2,40	0,44	0,82	3,50	4,45
	9,0	35	7,4	50	6,3		5,7		5,0		4,6		4,4		0,52	2,40	0,48	0,80	3,50	3,83
	8,7	40	7,3	58	6,2		5,6		4,9		4,5		4,3		0,53	2,40	0,51	0,79	3,50	3,31
	8,6	45	7,02		6,08		5,44		4,74		4,38		4,15		0,54	2,40	0,54	0,78	3,50	3,00

Es normal que ocurra que el diámetro máximo “ds” que nos admite la norma, no es comercial o deseamos colocar otro mayor. En este caso, es necesario aumentar la armadura, calculándola mediante la siguiente expresión:

$$A_s = A_{scal} \cdot \sqrt[3]{\frac{d_i}{d_s}}$$

Una vez obtenidos los valores de A_s y A_{s1} (cuando corresponda), de T.54, se obtiene el número de barras y diámetro necesarios para cubrirla. Debe verificarse que el número de barras sea admisible con el ancho de la viga. En caso que no verifique, se puede redimensionar la viga o bien colocar doble hilera de barras, con las separaciones indicadas en la siguiente figura:



REGLAMENTACIÓN:

La separación mínima entre barras es de 2 cm y nunca menor que el diámetro de las barras.

La armadura de percha, debe ser 2 φ menor que el φ mayor de la armadura principal.

Fig.5.2.8.: Separación de las barras de acero en vigas de hormigón armado.
Fuente: Elaboración de cátedra.

5.3. – Corte. Consideraciones generales sobre el esfuerzo cortante. Tensiones principales de tracción y compresión: Líneas isostáticas. Casos según DIN 1045. Armaduras de corte. Reglamentaciones.

Hasta el momento, se ha descrito el dimensionamiento de secciones de vigas, sometidas a flexión y esfuerzo normal.

Si en una viga el momento flector se mantuviera constante a lo largo de la misma, el estado de tensiones quedaría definido analizando una sección cualquiera. Pero si el momento flector es variable, aparece una sollicitación adicional que es el esfuerzo de corte; haciendo que el estado de tensiones varíe a lo largo de la pieza ($T = dM/dx$). El corte, que se produce por el solo hecho de que una pieza tiene peso propio; siempre va acompañado de momento flector, pero no depende de él.

Consideraciones generales sobre el esfuerzo cortante:

El corte se produce cuando la resultante de todas las fuerzas que actúan a la izquierda de la sección considerada, está contenida en el plano de dicha sección. Por razones de equilibrio, la resultante de todas las fuerzas de la derecha, será igual y opuesta a la anterior, actuando sobre una sección infinitamente próxima. Se expresa bajo la forma de un resbalamiento de la sección, respecto de las secciones contiguas.



Considerando una viga rectangular cortada en fajas, cada una de ellas se comportará reactivamente respecto de la siguiente ubicada a la derecha, y siendo las reacciones de dirección opuesta a las cargas, tenderán a resbalar, descendiendo entre ellas un valor Δv . Es lo que se conoce como corte.

Estos descensos Δv van disminuyendo hacia el centro, donde desaparecen, por lo que se deduce que el diagrama de tensiones correspondiente será máximo en los extremos y nulo en el centro de la viga, suponiendo uniforme la carga.

Si se analizan pequeños cubos sobre el eje neutro entre fajas, éstos se deformarán por efecto de los deslizamientos, adoptando la forma de un paralelogramo, pues una de las diagonales del cubo se estira, y la otra se acorta.

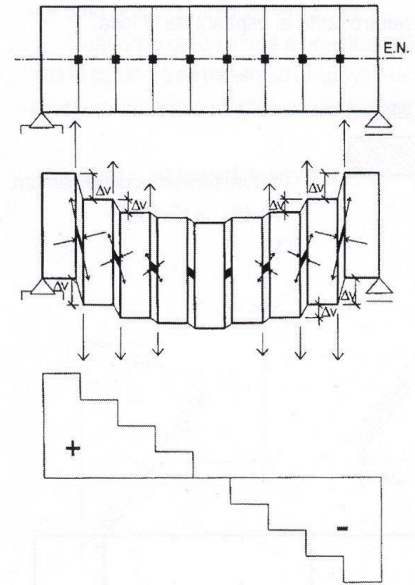


Fig. 5.3.1.: Corte en vigas
Fuente: "Hormigón armado" Pedro Perlés

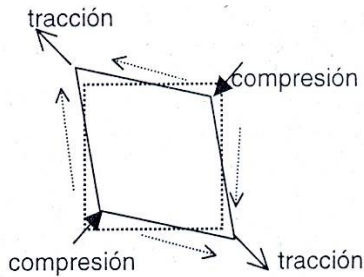


Fig. 5.3.2.: Tensiones principales de tracción y compresión.
Fuente: "Hormigón armado" Pedro Perlés

Si los esfuerzos normales producen tensiones normales y los momentos flectores producen tensiones normales de flexión, entonces se puede esperar que los esfuerzos cortantes produzcan tensiones de corte, conocidas como tensiones tangenciales, que como deben resistir cargas verticales, éstas actuarán en esa dirección normal.

En las fibras superior e inferior de la sección las tensiones tangenciales deben ser nulas. (De no ser así habría una tensión vertical actuando en la superficie de la viga que no podría ser equilibrada, por lo tanto es imposible).

Análisis matemáticos demuestran que la distribución de tensiones tangenciales en el interior de una sección rectangular, tiene una forma curva, tipo parabólica. El máximo aparece en el centro de la sección de la viga (eje neutro), es nula en la parte superior e inferior de la viga y constante a lo largo del ancho.

Si una viga esta sometida a cargas verticales, las resiste por medio de momentos y esfuerzos cortantes. En una sección de la viga vemos que se producen tensiones de

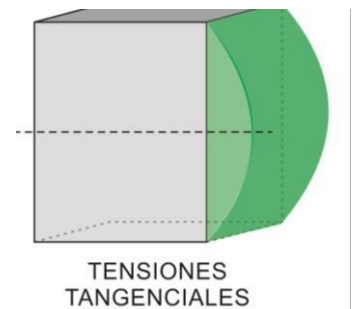


Fig. 5.3.3.: Tensión tangencial.
Fuente: Elaboración de cátedra.

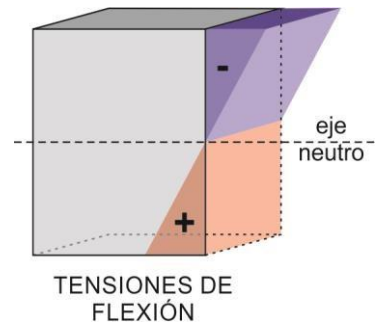


Fig. 5.3.4.: Tensión de flexión.
Fuente: Elaboración de cátedra.

flexión que varían linealmente y tensiones tangenciales cortantes.

El valor del momento flector y esfuerzo cortante varía a lo largo de la longitud de la viga, por lo tanto, el valor de las tensiones varía a lo largo de la longitud y, además, del canto de la viga. El máximo de las tensiones de flexión está en las fibras superior e inferior de la sección que se encuentra en el centro de la viga, y el máximo de las tensiones tangenciales, en el punto medio de las secciones que se encuentran en los extremos de la viga.

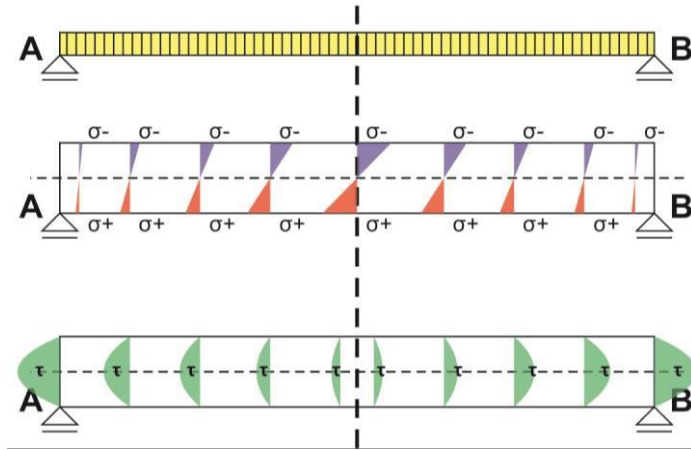


Fig. 5.3.5.: Tensión de flexión y tangencial.
Fuente: Elaboración de cátedra.

Si aisláramos dos cubos pequeños, uno en la parte superior de la sección de la viga, y otro en la inferior, ellos estarán sometidos a una tensión normal (tracción o compresión) debido al momento, y otra tensión tangencial debido al esfuerzo cortante.

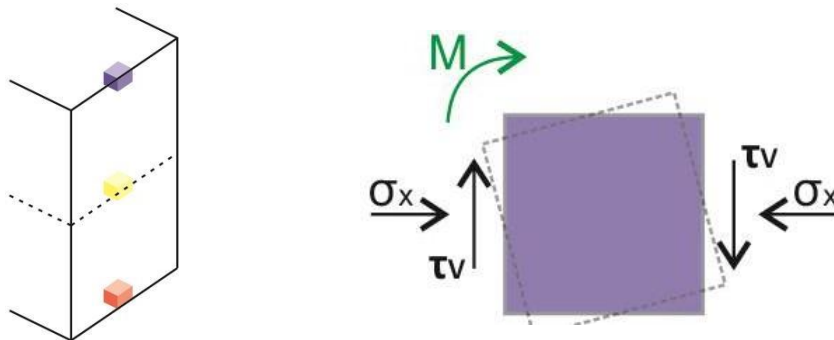


Fig. 5.3.6.: Tensiones en cubos aislados de vigas.
Fuente: Elaboración de cátedra.

Cada una de las caras del cubo sufre tensiones tangenciales y tensiones normales.

En el cubo existe equilibrio de fuerzas verticales y horizontales, ya que las tensiones se equilibran entre sí, pero no hay equilibrio de momentos ya que las tensiones tangenciales están haciendo girar el cubo.

Para impedir el giro y mantener el equilibrio, se origina otra cupla reactiva formada por un par de tensiones tangenciales horizontales de corte τ_h que son de igual magnitud a las verticales y se conocen como tensiones rasantes o de resbalamiento horizontal (Cauchy)

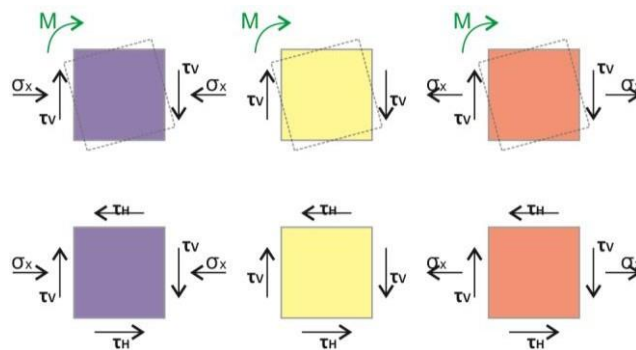


Fig. 5.3.7.: Tensión de corte.
Fuente: Elaboración de cátedra.

Las tensiones horizontales de corte se pueden comprobar cortando la misma viga en fajas horizontales, que se comportan como vigas independientes, que al flexionarse se deslizan entre sí:

Hallando las resultantes de tensiones ζ_v y ζ_h , que concurren a cada uno de los vértices A, B, C y D, respectivamente, se obtiene una diagonal del cubo traccionada y otra diagonal comprimida, que tienden a provocar la deformación indicada en línea punteada.

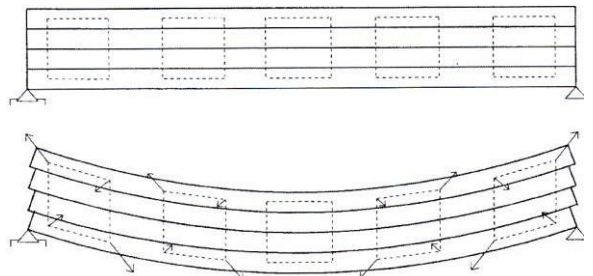


Fig. 5.3.8.: Tensiones horizontales de corte.
Fuente: "Hormigón Armado" P. Perlés

Estas diagonales incluidas constituyen las tensiones principales de tracción y compresión únicamente en correspondencia con el eje neutro y a 45° respecto del mismo.

Supongamos ahora una viga simplemente apoyada de sección rectangular, donde supuestamente el hormigón colabora a la tracción (estado I).

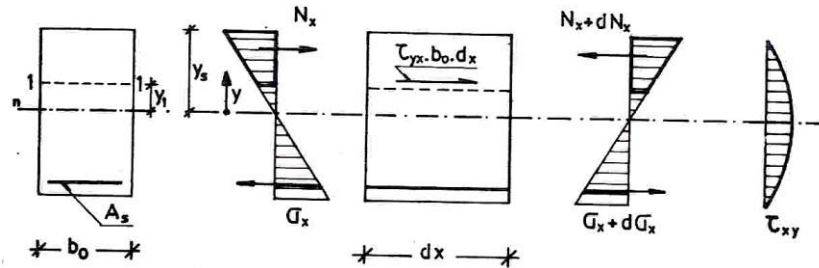


Fig. 5.3.9.: Flexión de elementos estructurales de hormigón armado.
Fuente: "Manual de cálculo de estructuras de hormigón armado". Ing. O. Pozzi Azzaro

Analizamos el equilibrio de un elemento de la pieza ubicado una distancia y_1 del eje neutro.

$$\tau_{yx} \cdot b \cdot dx + N_x = N_x + dN_x$$

Desarrollando matemáticamente esta expresión resulta la expresión de Jouravsky – Collignon, que permite determinar las tensiones de corte:

$$\tau_{xy} = \frac{Q \cdot S_x}{b \cdot J_x}$$

En el hormigón armado, el cociente:

$$\frac{J_x}{S_x} \cong z$$

Por lo tanto:

La tensión de corte puede expresarse de la siguiente manera:

$$\tau = \frac{Q}{b \cdot z}$$

Sin embargo se debe tener en cuenta la no colaboración del hormigón a la tracción, así como también su ley de variación en compresión. Pero, puede decirse que se llega a expresiones similares para la tensión de corte en el estado III.

Para la **b** debe adoptarse el ancho mínimo de la sección, y **z** se calcula, en el Estado III como:

$$z \cong kz \cdot h$$

Tensiones principales de tracción y compresión:

Si se conocen las tensiones normales y tangenciales en las distintas fibras de una sección, para todas las secciones pueden determinarse las tensiones principales en cualquier punto de una viga, mediante las siguientes expresiones:

$$\sigma_{I} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{II} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_{xy}^2}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x}$$

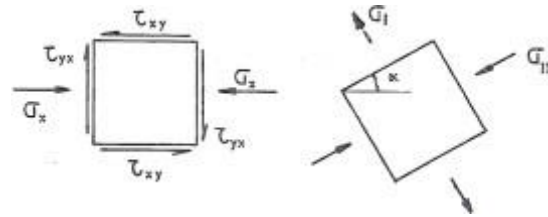


Fig. 5.3.10.: Tensiones principales de tracción y compresión.
Fuente: "Estructuras de Edificación" M. Millas

Estas ecuaciones también permiten hallar el ángulo α que forman las direcciones de esas tensiones principales.

Efecto del esfuerzo de corte en secciones de hormigón armado.

El efecto del esfuerzo de corte en una sección de hormigón armado presenta dos casos diferentes:

1. Es el que se produce antes de que aparezca la primera fisura en el hormigón. En estas condiciones, el hormigón armado se comporta como un material similar al acero, es decir, que resiste de igual manera tracción y compresión. Este caso es teórico ya que en realidad es casi imposible evitar que el hormigón se fisure ya que las mismas pueden aparecer en el propio proceso constructivo (discontinuidades en el hormigón, contracción por fragüe o por temperatura, etc.) y no por la aparición de esfuerzos de tracción, pero su análisis es necesario para entender por qué aparecen las fisuras por esfuerzo de corte.
2. Corresponde al hormigón fisurado (Estado II)

- *Esfuerzo de corte en el hormigón sin fisurar (Estado I): Líneas isostáticas.*

Las tensiones de flexión, corte y resbalamiento en cada punto de la viga, se combinan entre sí, determinando solicitaciones máximas de compresión o tracción, perpendiculares entre sí, y que se denominan tensiones principales en ese punto.

Si se unen las direcciones de las tensiones principales de tracción y compresión en una viga de hormigón armado en estado I y con carga uniforme, se obtienen las trayectorias de esas tensiones principales, denominadas "**líneas isostáticas**" y que no unen

puntos de igual valor, sino que sólo indican la variación de las direcciones principales dadas por las tangentes a lo largo de las curvas indicadas. Es decir, se denominan líneas isostáticas de tracción o compresión a las envolventes de las tensiones principales respectivas.

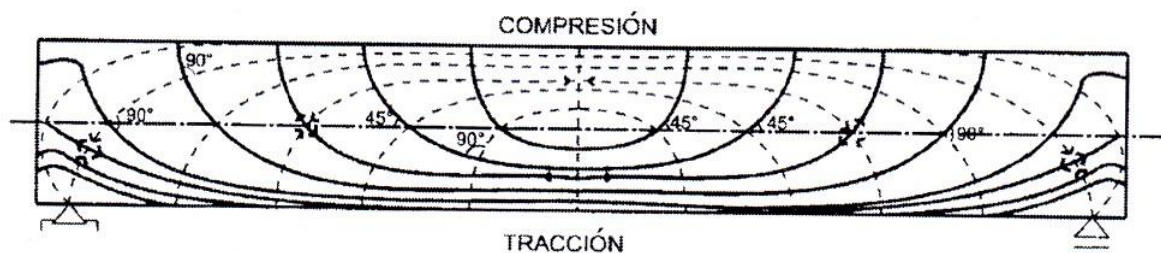


Fig. 5.3.11.: Líneas isostáticas.
Fuente: "Hormigón Armado" P. Perlés

Estas curvas representan el mecanismo de flexión y enseña el modo como deben disponerse las armaduras de acero en vigas de hormigón armado.

Las líneas isostáticas de tracción y de compresión, se cruzan perpendicularmente. Eso significa que en una de las direcciones se tiene tracción y en la otra compresión.

Zona media de la viga: Las tensiones de compresión (parte superior) y las de tracción (parte inferior) son paralelas al eje de la viga. Estas últimas (de tracción) son tomadas por la armadura.

Hacia los apoyos: Las direcciones de las tensiones de compresión se inclinan, por efecto del corte. El hormigón resiste los esfuerzos conformando las llamadas "bielas comprimidas".

Las tracciones se inclinan hacia arriba. Se cruzan perpendicularmente con las de compresión. Las barras de acero dobladas a 45° absorben los esfuerzos de tracción.

Sobre el eje neutro, las tensiones principales son oblicuas y se cruzan a 90°; por lo que es lógico suponer, en primera instancia, que lo mejor sería adaptar la armadura a las tensiones principales de tracción para evitar la formación de las fisuras indicadas en la siguiente figura:

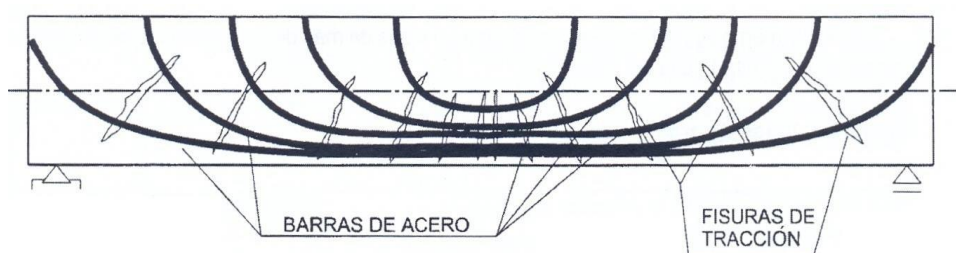


Fig.5.3.12: Fisuras de tracción.
Fuente: "Hormigón armado" P. Perlés

Pero esto, no sólo dificultaría su ejecución, sino que además, hay que tener en cuenta que la trayectoria de las tensiones principales varía con la posición cambiante de la carga móvil. Incluso a partir del estado II, y como consecuencia de haberse agotado la resistencia a tracción del hormigón, que se ha fisurado, se producen superposiciones de tensiones, que hacen más complejo el problema.

Las dificultades de armado de vigas ya explicado, lleva a un esquema simplificado de armado, de fácil ejecución, y que cumple satisfactoriamente los requisitos de equilibrio.

- *Esfuerzo de corte en el hormigón fisurado. (Estado II): Reticulado análogo.*

Cuando aparecen fisuras en el hormigón, las tensiones cortantes se comportan diferente en la zona comprimida del hormigón y la zona traccionada.

El investigador alemán E. Mörsch, generó una teoría que permite explicar el funcionamiento de una viga de hormigón armado cuando la misma se encuentra fisurada, conocida como “Teoría del reticulado análogo” o “analogía del reticulado”.

El mecanismo adoptado para que el hormigón y acero transmitan los esfuerzos de corte, es análogo al de una estructura reticulada, cuyo cordón superior está formado por la zona comprimida del hormigón; el cordón inferior lo constituye la armadura a tracción; las diagonales comprimidas son bielas inclinadas de hormigón; las traccionadas son barras de acero inclinadas. El reticulado puede llevar montantes, los cuales quedan materializados con barras de acero verticales denominadas estribos.

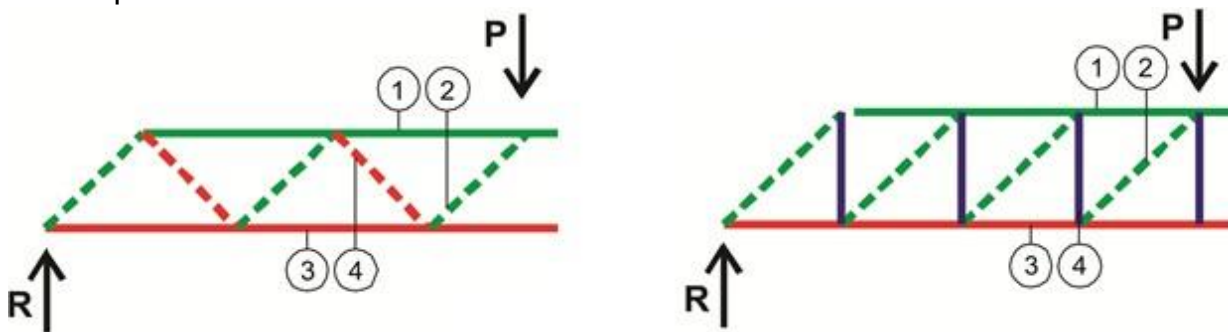


Fig. 5.3.13.: Mecanismo de transmisión de esfuerzo de corte análogo a reticulado.
Fuente: Elaboración de cátedra.

El funcionamiento del reticulado análogo es el siguiente:

La carga P se descompone en dos direcciones (1) y (2), ambas de compresión. El esfuerzo en (2) se descompone en dos esfuerzos de tracción en las direcciones (3) y (4). La componente vertical de (4) es igual a P y esta armadura inclinada es la que cuelga la carga del punto (A) reiniciándose el ciclo hasta llegar al apoyo.

El siguiente esquema funciona de igual modo, utilizando barras verticales (estribos) en lugar de bielas inclinadas.

Para evitar esas grietas, se puede optar por:

1. Colocar barras dobladas a 45° o 60° respecto de la horizontal, que sigan las isostáticas de tracción que van “cociendo” el material para mantenerlo unido.
2. Colocar estribos para mantener la unión del material.



Fig. 5.3.14.: Barras inclinadas y estribos para absorber el corte.
Fuente: “Hormigón Armado” P. Perlés

En la práctica, al proyectar la armadura de corte, debe tenerse presente que no basta con considerar reticulados simples, estáticamente determinados ya que debidos a la gran separación que se produce entre barras traccionadas, una fisura que se origine entre ellas, puede llevar a la rotura. En cosecuencia, se combinan diagonales y estribos que están más juntos, conformando reticulados de alta hiperestaticidad.

Verificación de tensiones y dimensionamiento de armadura:

Una vez determinados los esfuerzos en la viga, es necesario verificar las tensiones de corte y, en función de ellas, calcular las armaduras dobladas y estribos necesarios que, conjuntamente con el hormigón, absorben los esfuerzos de corte.

El procedimiento general válido para elementos sometidos a flexión pura o compuesta con gran excentricidad es el siguiente:

Se determinan las tensiones de corte en las secciones de máximo esfuerzo Q:

Para secciones rectangulares:

$$z \cong kz \cdot h$$

Para secciones T o Γ:

$$z = h - \frac{d}{2}$$

La norma DIN 1045 permite adoptar como tensión de corte de cálculo aquella correspondiente a una sección ubicada una distancia "r" del eje de apoyo, distancia que varía según el tipo de apoyo.

Para apoyos directos (columnas y tabiques)

$$r = \frac{1}{2}(h + c)$$

Para apoyos indirectos (vigas y nervios)

$$r = \frac{h}{2}$$

Luego, se determina la tensión de cálculo máxima, lo cual se efectúa por semejanza de triángulos:

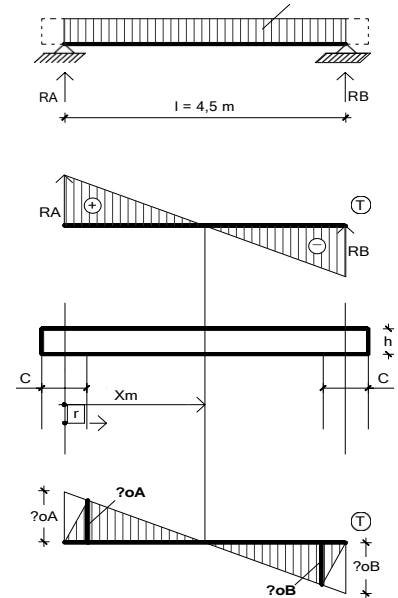


Fig. 5.3.15.: Tensión de corte de cálculo. Fuente: Elaboración de cátedra.

$$\frac{\tau_{oA}}{X_M} = \frac{\tau_{oimáx}}{(X_M - r)}$$

Donde:

$$\text{máx } \tau_{oi} = \tau_{oi} \cdot \frac{X_M - r}{X_M}$$

X_M = Coordenada de corte nulo, medida desde el eje del apoyo correspondiente

¿Por qué se utiliza como tensión de corte el valor de ζ_o ?

En la zona de apoyos, podemos decir que la columna se "extiende" dentro de la viga; y esa conjunción entre viga y columna genera elevados esfuerzos de compresión en los extremos de la viga, que hacen disminuir las tensiones de tracción provocados por el corte.

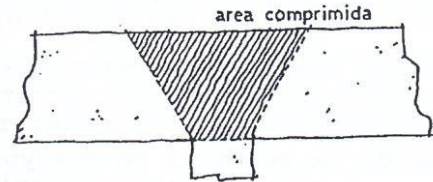


Fig. 5.3.16: Esfuerzos de compresión generados en los extremos de la viga.
Fuente: "Vigas" Ing. Jorge Bernal

Por tal motivo, se permite adoptar esfuerzos de corte en correspondencia con dicha reducción. Para ello se consideran los siguientes casos:

Apoyo directo:

Si la viga apoya directamente sobre la columna, las tensiones diagonales de tracción en el apoyo son neutralizadas por la propia compresión de la columna que impide la fisuración hasta una distancia aproximadamente igual a la mitad de la altura de la viga, por lo que se puede medir a partir de esa sección la tensión de corte, lo que implica una reducción en el área del diagrama, que corresponderá a la superficie rayada.

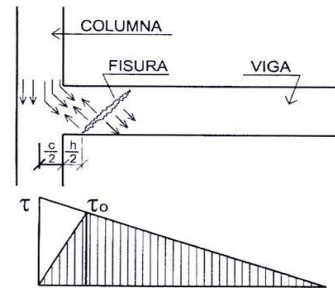


Fig. 5.3.17.: Posición de ζ_o .
Fuente: "Hormigón armado" P. Perlés

Apoyo indirecto:

$$\tau_{oi} = -\frac{Q_i}{b \cdot z}$$

En el caso de apoyar sobre otra viga, al no existir solicitaciones verticales de compresión que neutralicen las tensiones principales de tracción, el valor de ζ puede tomarse a una distancia $h/2$.

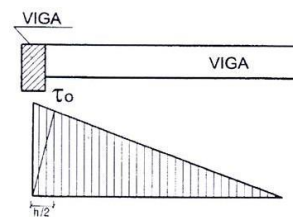


Fig. 5.3.18.: Posición de ζ_o .
Fuente: "Hormigón armado" P. Perlés

Esta tensión máxima de cálculo debe ser comparada con las tensiones admisibles características que tiene el hormigón, las cuales están tabuladas (T. 57) y dependen de la calidad del hormigón.

Los esfuerzos de tracción por efecto de corte, son menores que los obtenidos mediante la teoría del reticulado, por lo que las normas permiten reducir los valores de las tensiones tangenciales de cálculo. Para ello establecen para cada calidad de hormigón, tensiones tangenciales límites características.

Tensiones límites de corte (kg/cm²)

	β_{cn}						
	110	130	170	210	300	380	470
τ_{011}	2,7	3,5	4,5	5,0	6,0	7,0	8,0
τ_{012}	4	5	6,5	7,5	10	11	12,5
τ_{02}	9	12	15	18	24	27	30
τ_{03}	15	20	25	30	40	45	50

En dicha comparación (con estas tensiones), la norma DIN 1045, diferencia 4 casos, para absorber las tensiones tangenciales que absorbe el corte.

CASO 1

Si se cumple $\text{máx. } \zeta_{oi} \leq \zeta_{012}$ hay poco problema de corte. No se realiza verificación al corte, pero se coloca armadura mínima. Generalmente se absorbe colocando únicamente estribos, y la armadura de corte mínima a colocar, se calcula como:

$$\tau_{arm} \leq 0,4 \text{ máx } \tau_{oi}$$

El Reglamento CIRSOC 201 (T. 31), establece como separación de estribos:

Sep. $\leq 0,8$ do estribos

Sep. ≤ 30 cm

REGLAMENTACIÓN:

En San Juan, no se admiten separaciones de estribos que superen los 20 cm ni diámetros menores a ϕ 6, densificándolo a 1/5 de la luz, cualquiera sea el caso.

CASO 2

Si se cumple $\zeta_{012} \leq \text{máx. } \zeta_{oi} \leq \zeta_{02}$, el problema de corte es más complejo. Generalmente se absorbe con estribos y/o barras dobladas. La tensión de dimensionamiento máxima para la armadura de corte, corresponde a la sección de máxima ζ_{oi} :

$$\tau_{arm} = \frac{(\text{máx. } \tau_{oi})^2}{\tau_{02}} \geq 0,4 \cdot \text{máx. } \tau_{oi}$$

Separación de estribos según CIRSOC 201:

Sep $\leq 0,6$ do estribos

Sep ≤ 25 cm

CASO 3

Si $\zeta_{o2} \leq \text{máx. } \zeta_{oi} \leq \zeta_{o3}$, el problema de corte es importante. No se permite reducir la tensión de cálculo, se exige cobertura total al corte. Se absorbe con estribos y barras dobladas. La armadura de corte se calcula como:

$$\tau_{arm} = \text{máx } \tau_{oi}$$

Separación de estribos:
Sep. $\leq 0,3 d_o$ estribos
Sep. $\leq 20 \text{ cm}$

Nota:

El CIRSOC exige una cantidad mínima de estribos, pero no fija ningún valor máximo, es decir en cualquiera de los casos anteriores, puede ser absorbido exclusivamente por estribos si se prefiere.

CASO 4

Cuando $\text{máx. } \zeta_{oi} > \zeta_{o3}$, el corte no verifica. Este caso es inadmisibles. Es necesario redimensionar la sección de la viga, aumentando el ancho (b) o alto (h) de la misma, para reducir el máx. ζ_{oi} .

En síntesis: En el caso 1 no se realiza la verificación al corte, pero se coloca armadura mínima; en el caso 2, se hace verificación al corte con cobertura al corte reducida; en el caso 3 se hace la verificación con cobertura total de corte y, en el caso 4, debe redimensionarse la sección porque su situación al corte es inadmisibles.

Diagrama de tensiones tangenciales.

Para cada una de las tensiones y zonas definidas, graficaremos la variación de las tensiones, en el caso de una viga simple con carga uniforme. Se representa acá, en la zona rayada, el diagrama final con el que se debe dimensionar la armadura de corte según el caso.

Caso 1:

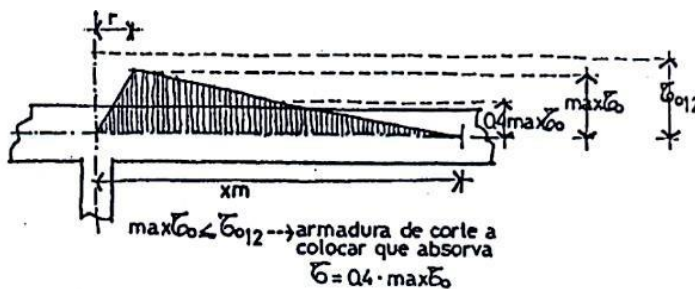


Fig. 5.319.: Diagramas de tensiones tangenciales para caso 1.
Fuente: "Vigas" Ing. Jorge Bernal

Caso 2:

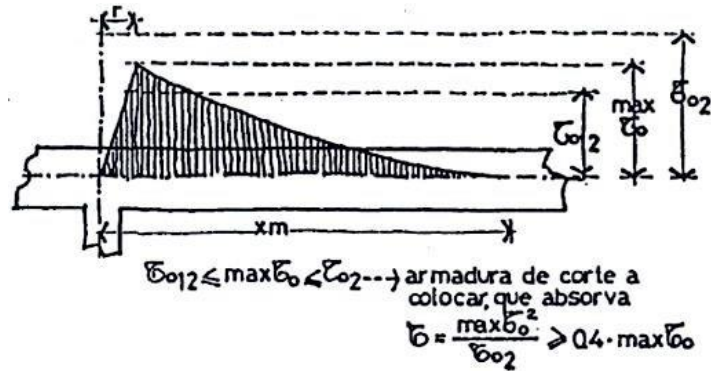


Fig. 5.3.20.: Diagramas de tensiones tangenciales para caso 2.
Fuente: "Vigas" Ing. Jorge Bernal

Caso 3:

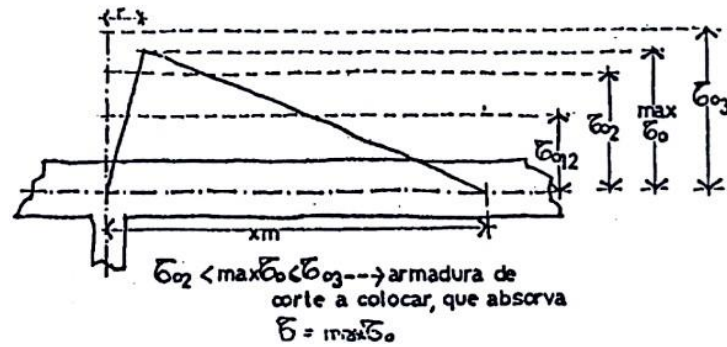


Fig. 5.3.21.: Diagramas de tensiones tangenciales para caso 3.
Fuente: "Vigas" Ing. Jorge Bernal

En la siguiente figura, se observa dibujado en trazo discontinuo el diagrama de corte de la viga, y en trazo lleno el diagrama final con el cual se debe dimensionar la armadura según el caso:

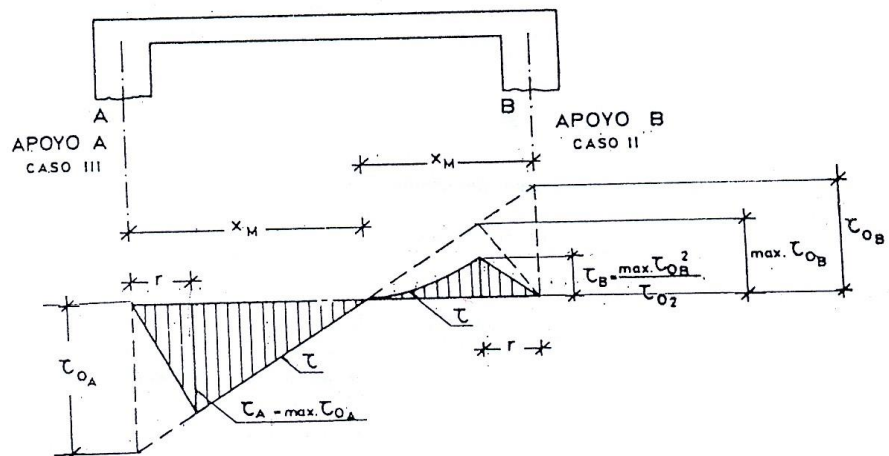


Fig. 5.3.22.: Diagramas de tensiones tangenciales para cada caso.
Fuente: "Manual de cálculo de estructuras de Hormigón armado" Ing. Pozzi Azzaro

Cálculo de la armadura de corte.

Para resolver una viga al corte, es necesario determinar los siguientes parámetros:

- Estribos: diámetros, separación, cantidad de ramas.
- Barras dobladas: diámetros, cantidad, inclinación, ubicación.

Algunas de estas incógnitas, ya están casi determinadas por el dimensionado a flexión, previo al corte, como es el caso del diámetro de las barras dobladas.

Según el caso, se ha calculado la tensión que debe tener la armadura de corte, la cual se compone de estribos y/o barras dobladas en planos a 45° ó 60°. ζ_B son las tensiones que absorben los estribos, ζ_s son las tensiones que deben absorber las barras dobladas. Por lo tanto:

$$\tau_{arm} = \tau_B + \tau_s$$

Para calcular estribos y/o barras dobladas podemos adoptar, por ejemplo, que cada uno absorba un porcentaje del total de la armadura.

Si estoy en el caso 1, podemos adoptar $\zeta_B = \zeta_{arm}$, es decir, el 100 %. No se colocan barras dobladas.

En los casos 2 y 3 podría adoptar $\zeta_B = 40\%, 50\%, 60\%$ de ζ_{arm} . Las barras dobladas entonces, deberían absorber el excedente. También puede optarse por otorgar el 100 % de la τ_{arm} a estribos, debido a la complejidad de ejecución en obra del armado de vigas con barras dobladas.

Cálculo de ESTRIBOS

$$\frac{\sigma_{su}}{\gamma}$$

La tensión de servicio del acero es:

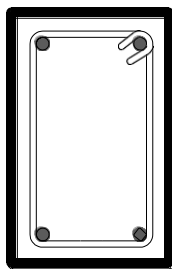
Y para ADN 420:

$$\frac{\sigma_{su}}{\gamma} = \frac{4200 \text{ kg/cm}^2}{1,75} \leq 2400 \text{ kg/cm}^2$$

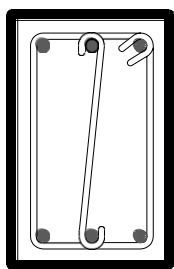
Y la tensión que absorben los estribos:

$$\tau_B = \frac{a s_B \cdot \sigma_{su} / \gamma \cdot \eta}{b \cdot t}$$

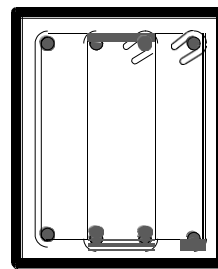
Los números de ramas de los estribos son:



2 ramas



3 ramas



4 ramas

Fig. 5.3.24.: Ramas de estribos.
Fuente: Elaboración de cátedra.

De esta ecuación, τ_B , ϕ , η , b y β_s , son valores que podemos adoptar, y así despejar la separación entre estribos “t”, que nunca debe ser mayor a 20 cm. En general esta separación no se calcula, existen tablas (T. 60 a 67), una para cada tipo de ϕ y de acero. Ingresando con el ancho de la viga (b) y, con lo que se ha estipulado que absorban los estribos, la tabla da como respuesta la separación que deben tener. Si se desea aumentar la tensión absorbida sin aumentar la sección del estribo, se disminuye “t”.

Cálculo de BARRAS DOBLADAS

En el dibujo, se observa una franja rayada que representa la zona del diagrama de corte cubierta por estribos. Se deben determinar ahora las barras dobladas capaces de absorber el resto del volumen de tensiones, denominado ζ_s .

Entonces, el esfuerzo a absorber por las barras dobladas “ τ_s ”, es la diferencia entre el total de la ζ_{arm} y lo que absorben los estribos.

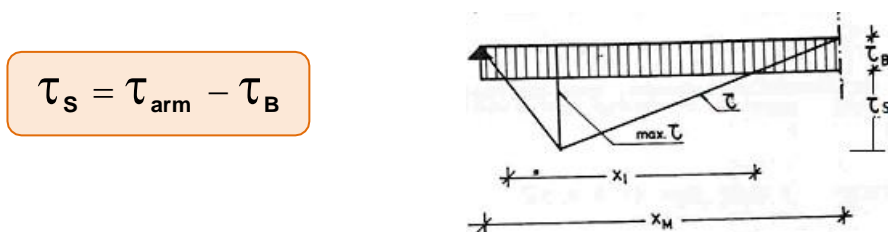


Fig. 5.3.25: Diagramas de tensiones de corte absorbida por estribos y por barras dobladas.
Fuente: “Manual de cálculo de estructuras de Hormigón armado” Ing. Pozzi Azzaro

Para vigas sometidas a una carga distribuida uniforme y donde se doblan todas las barras en un mismo punto (baricentro del triángulo de base x_L y altura τ_s), son válidas las siguientes ecuaciones:

$$\frac{x_L}{\tau_s} = \frac{x_M}{\tau_{o\text{máx}}}$$

$$\tau_s = \frac{\tau_s^2 \cdot b \cdot x_M}{2 \cdot \text{máx } \tau_{oi}}$$

Obteniendo “ τ_s ”, puede determinarse el número de barras a doblar, según el diámetro de las mismas, utilizando la expresión:

$$\tau_s = a s_s \cdot \beta_s \cdot n s \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \delta$$

Este esfuerzo sí debemos calcularlo, ya que todos son datos. Con él se ingresa a la tabla T. 59. Se adopta el ϕ , se busca el τ_s inmediato superior y la tabla nos indica la cantidad de barras que se necesita absorber con dicho esfuerzo.

ACEROS 42/50, 50/55								
DIÁMETRO (mm)	N° de barras dobladas a 45°							
	1	2	3	4	5	6	7	8
8	1702	3405	5108	6811	8514	10217	11920	13623
10	2657	5315	7973	10630	13288	15946	18604	21261
12	3825	7651	11477	15303	19128	22954	26780	30606
14	5213	10427	15641	20855	26069	31283	36497	41710
16	6805	13610	20415	27220	34025	40830	47635	54440
20	10630	21261	31892	42523	53154	63785	74416	85046
25	16623	33246	49870	66493	83117	99740	116364	132987

Una vez que se conoce el número de barras, debe hacerse la distribución. Las barras dobladas deben cortar el eje baricéntrico de la viga, en un punto que coincida aproximadamente con el baricentro de la superficie del diagrama de tensiones de corte que le corresponda.

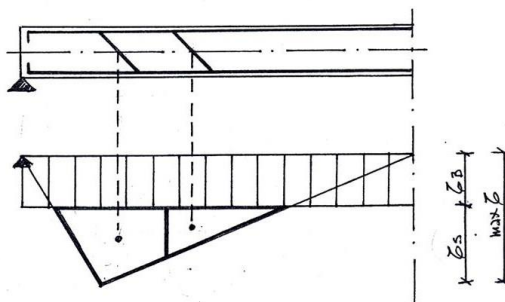


Fig. 5.3.26.: Doblado de barras.
Fuente: Elaboración de cátedra.

5.4. – Viga continua. Métodos de cálculo de vigas continuas, diagramas de solicitaciones, dimensionamiento, detalles constructivos.

Los criterios de resolución para los sistemas isostáticos e hiperestáticos, no son los mismos; porque los primeros pueden resolverse a partir de los principios de la estática, mientras que, en los segundos, la cantidad de ecuaciones es menor al número de incógnitas de la estructura, y por lo tanto no es posible su resolución algebraica. Por ello estos sistemas están “estáticamente indeterminados” y deben abordarse a partir del punto de vista de las deformaciones.

La estructura más elemental de continuidad es la viga continua, que es aquella que tiene varios tramos y varios apoyos. Son estructuras hiperestáticas.

Constituyen un elemento estructural horizontal, sustentado por sucesivos vínculos simples, que, podría llevar a pensar que en los mismos no deberían existir momentos. Sin embargo, la continuidad de la viga (es decir la presencia de sucesivas cargas sobre un elemento materialmente continuo) provoca la existencia de momentos flectores en concordancia con los apoyos simples internos, que se transforman así en pseudoempotramientos.



Fig. 5.4.1.: Caso real de viga continua.

Fuente: <http://www.tallerdnc.com.ar/index.php/niveles/plan-v/nivel-ii/descargas/category/6-guias-estudio>

La viga es una sola, no es una sucesión de ellas. Se presentan en cualquier edificio. Es común encontrar este tipo de estructura en los estacionamientos subterráneos de los supermercados. Los esfuerzos se transfieren de un elemento a otro.

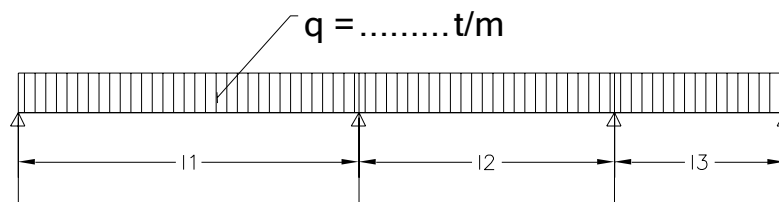


Fig. 5.4.2.: Esquema de viga continua.

Fuente: Elaboración propia.

La sollicitación principal es la flexión, ya que esos elementos deben salvar luces para cubrir los espacios.

Los apoyos son fijos o móviles sin haber empotramiento. Es decir, hay giro en cualquier apoyo.

Métodos de cálculo:

El análisis o dimensionamiento de estas estructuras, pueden resolverse por varios métodos; algunos de ellos exactos, y otros por aproximación.

1) Método manual exacto.

Se basa en la teoría de las estructuras. Pueden ser resueltos a través de sistemas de ecuaciones.

2) Métodos por aproximación:

- a) Método simplificado de los coeficientes.
- b) Método con empleo de software. Ejemplo: Pplan.

Cuando las estructuras no son importantes, o se pretende sólo un predimensionamiento, se utiliza el método de los coeficientes, el cual brinda valores aproximados de los momentos en apoyos (-) y en tramos (+). Pero este método posee varias limitaciones ya que para emplearlo, deben cumplirse ciertas condiciones:

- Que la carga sea uniformemente distribuida y constante en toda la viga.
- Que el momento de inercia sea constante en toda la viga.
- Que los tramos sean aproximadamente iguales. La mayor de dos luces adyacentes debe exceder más del 20 % de la menor.
- Los vínculos deben ser articulaciones fijas.
- La relación g/p en todos los tramos, debe mantenerse constante.

Para una viga con carga distribuida, la ecuación necesaria para calcular el momento es:

$$M = \frac{q \cdot l^2}{m}$$

Los coeficientes a considerar para el cálculo de momentos “m” varían según se trate de tramo o de apoyo, y de la cantidad y posición de los mismos. Esto se detalla en el siguiente gráfico:

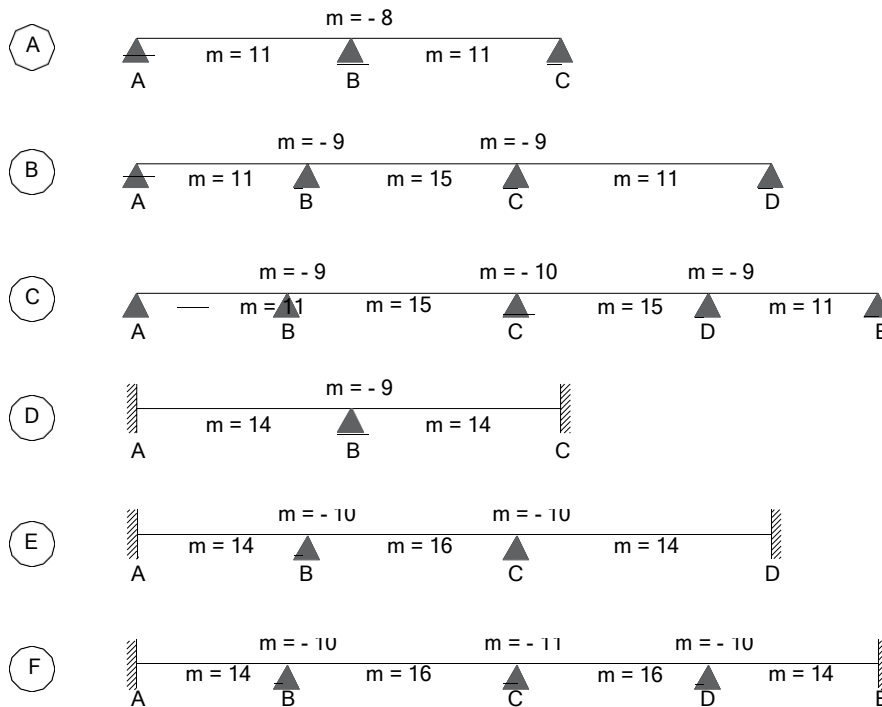


Fig. 5.4.3.: Coeficientes para cálculo de momentos en apoyos y tramos.
Fuente: Elaboración propia.

Los casos C y F, son aplicables a todas las vigas continuas que posean más de cuatro tramos.

Cálculo y diagrama de solicitaciones:

Para calcular las solicitaciones, cada tramo de la viga continua se puede aislar, considerándolo isostático.

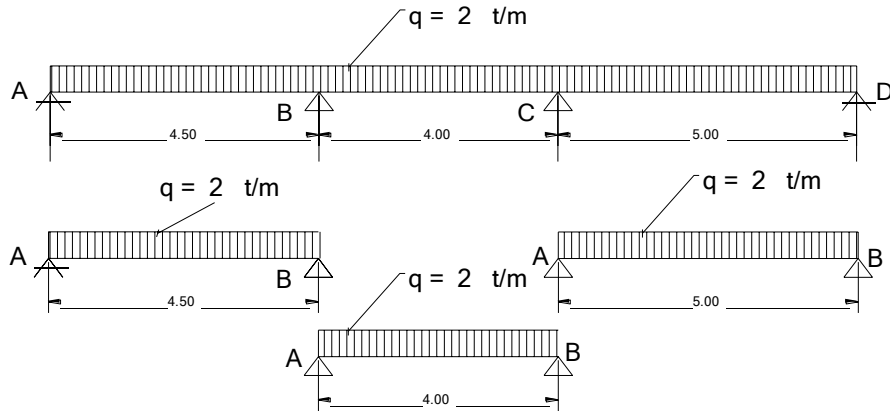


Fig. 5.4.4.: Sucesión de vigas isostáticas para análisis de viga continua.
Fuente: Elaboración propia.

Pero se sabe que en la realidad no funciona así, ya que existe una continuidad. La vinculación con el tramo contiguo, hace que cada tramo no pueda girar libremente, porque aquel se lo impide. Esto hace que surjan los momentos, que también forman parte del estado de cargas.

Cálculo de momentos:

En los extremos de cada viga individual, hay un momento (M) por efecto de la continuidad estructural. Debe recordarse que el momento es independiente del material; sólo depende de las luces y cargas. En los apoyos extremos, no hay continuidad; por lo tanto el momento es nulo ($M=0$).

Hay diferentes métodos o programas de computadora (software) que se emplean para determinar el momento que se transfiere de un tramo a otro. En los apoyos hay giro, hay momento; y la viga se inclinará hacia el lado donde ese momento es mayor. Pero la viga está en equilibrio porque hay un M que impide el giro.

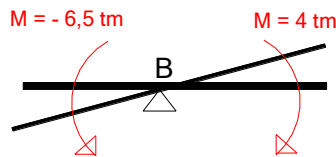


Fig. 5.4.5.: Representación del giro que se produce en los apoyos.
Fuente: Elaboración propia.

Las ecuaciones para determinar entonces los momentos en tramos y apoyos, serán:

$$M_A = 0 \text{ tm}$$

$$M_1 = \frac{q \cdot l^2}{11} = \frac{2 \text{ t/m} \cdot (4,50 \text{ m})^2}{11} = 3,68 \text{ tm}$$

$$M_B = \frac{q \cdot l^2}{9} = \frac{2 \text{ t/m} \cdot (4,25 \text{ m})^2}{-9} = -4 \text{ tm}$$

$$M_2 = \frac{q \cdot l^2}{15} = \frac{2 \text{ t/m} \cdot (4 \text{ m})^2}{15} = 2,13 \text{ tm}$$

$$M_C = \frac{q \cdot l^2}{9} = \frac{2 \text{ t/m} \cdot (4,50 \text{ m})^2}{-9} = -4,50 \text{ tm}$$

$$M_3 = \frac{q \cdot l^2}{11} = \frac{2 \text{ t/m} \cdot (5 \text{ m})^2}{11} = 4,54 \text{ tm}$$

$$M_D = 0 \text{ tm}$$

En el caso de los apoyos, los momentos son negativos; y la luz, en caso de tramos desiguales, se considera la luz promedio de tramos contiguos.

Obtenidos los momentos en los apoyos, para trazar el diagrama de momentos, se cuelgan de dichos valores, los diagramas parabólicos de las cargas uniformemente distribuidas.

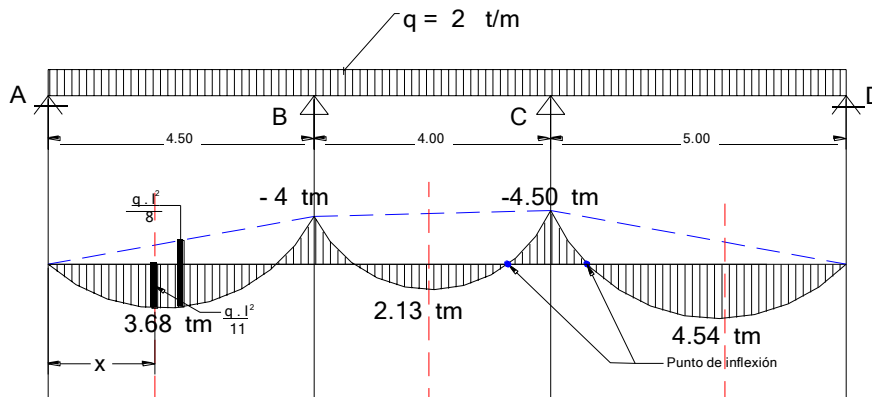


Fig. 5.4.6.: Diagrama de momentos de viga continua.
Fuente: Elaboración propia.

El diagrama de momentos, es útil porque:

1. Determina los puntos de inflexión, lo cual sirve para saber dónde deben doblarse los hierros en caso de vigas de hormigón armado.
2. Permite conocer los momentos flectores máximos para efectuar el dimensionamiento. En este ejemplo, el $M_{\text{máx.}}$ se encuentra en el último tramo.

La línea azul de trazos pasa a ser línea de referencia del momento flector. En el centro de cada tramo se tendrá $M = q \cdot l^2 / 8$. Por ejemplo, si el último tramo hubiese correspondido a una viga simplemente apoyada, el $M_{\text{máx}}$ hubiese sido:

$$M = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{2 \text{ t/m} \cdot (5 \text{ m})^2}{8} = \frac{50}{8} = 6,25 \text{ tm}$$

En cambio, como viga continua, el $M_{\text{máx}}$ en ese tramo es de 4,54 tm. Aquí puede visualizarse, entonces, las ventajas de una viga continua: Menor momento máximo, implica menor armadura, menor sección de hormigón y, por ende, menores costos.

Cálculo de reacciones

La carga a la que está sometida la viga es de 2 t/m. Pero además de ella, por el hecho de ser continua, también aparecen momentos, que deben ser equilibrados por las reacciones. Por ello, primero deben encontrarse las reacciones de cada tramo de viga aislada como si estuviese simplemente apoyada y, posteriormente, las reacciones necesarias para equilibrar el momento. Finalmente, deberán considerarse la totalidad de las reacciones de cada apoyo.

Debe recordarse que siempre debe cumplirse la condición $\Sigma y = 0$

Tramo 1:

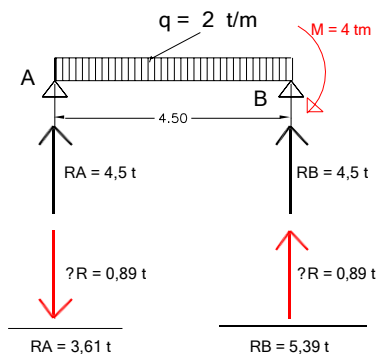


Fig. 5.4.7.: Tramo 1.

Fuente: Elaboración propia.

Las reacciones de la viga isostática, se calcula como:

$$R_A = R_B = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{2 \text{ t/m} \cdot 4,5 \text{ m}}{2} = 4,5 \text{ t}$$

Para equilibrar el momento M , puede hacerse con otro momento igual, pero de sentido contrario o con una cupla (porque se disponen en los apoyos).

$$\Delta R = \frac{\Delta M}{l} = \frac{4 \text{ tm}}{4,5 \text{ m}} = 0,89 \text{ t}$$

Es decir, ΔR es la fuerza que, en los apoyos, equilibra a M . La cupla de fuerzas ΔR , tienen el sentido de giro del mayor momento.

Se han modificado las reacciones:

$$R_A = 4,5 \text{ t} - 0,89 \text{ t} = 3,61 \text{ t}$$

$$R_B = 4,5 \text{ t} + 0,89 \text{ t} = 5,39 \text{ t}$$

$$\Sigma Fy = R_A + R_B - q \cdot l = 0$$

$$\Sigma Fy = 3,61 \text{ t} + 5,39 \text{ t} - 2 \cdot 4,5 \text{ m} = 0$$

Como referencia, puede comprobarse que siempre las reacciones suman donde se encuentra el mayor momento.

Tramo 2:

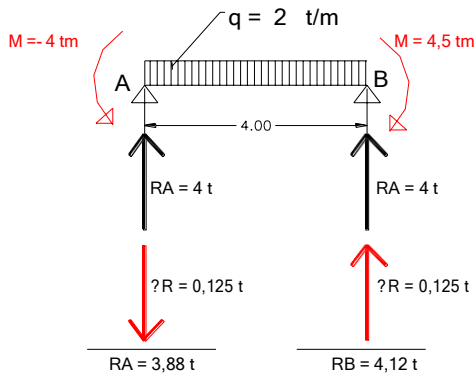


Fig. 5.4.8.: Tramo 2.
Fuente: Elaboración propia.

$$R_A = R_B = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{2 \text{ t/m} \cdot 4 \text{ m}}{2} = 4 \text{ t}$$

Para equilibrar el momento M , puede hacerse con otro momento igual, pero de sentido contrario generado por una cupla (porque se disponen en los apoyos).

$$\Delta R = \frac{\Delta M}{l} = \frac{0,5 \text{ tm}}{4 \text{ m}} = 0,125 \text{ t}$$

Se han modificado las reacciones:

$$R_A = 4 \text{ t} - 0,12 \text{ t} = 3,88 \text{ t}$$

$$R_B = 4 \text{ t} + 0,12 \text{ t} = 4,12 \text{ t}$$

$$\sum F_y = R_A + R_B - q \cdot l = 0$$

$$\sum F_y = 3,88 \text{ t} + 4,12 \text{ t} - 2 \cdot 4 \text{ m} = 0$$

Tramo 3:

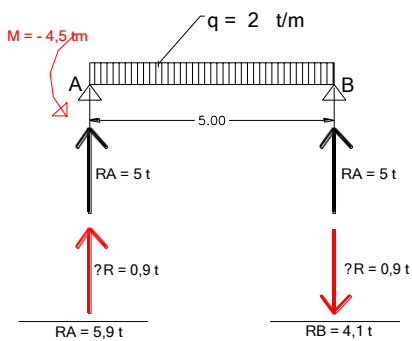


Fig. 5.4.9.: Tramo 3.
Fuente: Elaboración propia.

$$R_A = R_B = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{2 \cdot 5}{2} = 5 \text{ t}$$

$$\Delta R = \frac{\Delta M}{l} = \frac{4,5 \text{ tm}}{5 \text{ m}} = 0,9 \text{ t}$$

Se han modificado las reacciones:

$$R_A = 5 \text{ t} + 0,9 \text{ t} = 5,9 \text{ t}$$

$$R_B = 5 \text{ t} - 0,9 \text{ t} = 4,1 \text{ t}$$

$$\sum F_y = R_A + R_B - q \cdot l = 0$$

$$\sum F_y = 5,9 \text{ t} + 4,1 \text{ t} - 2 \cdot 5 \text{ m} = 0$$

Finalmente, se obtienen las reacciones finales de la viga continua:

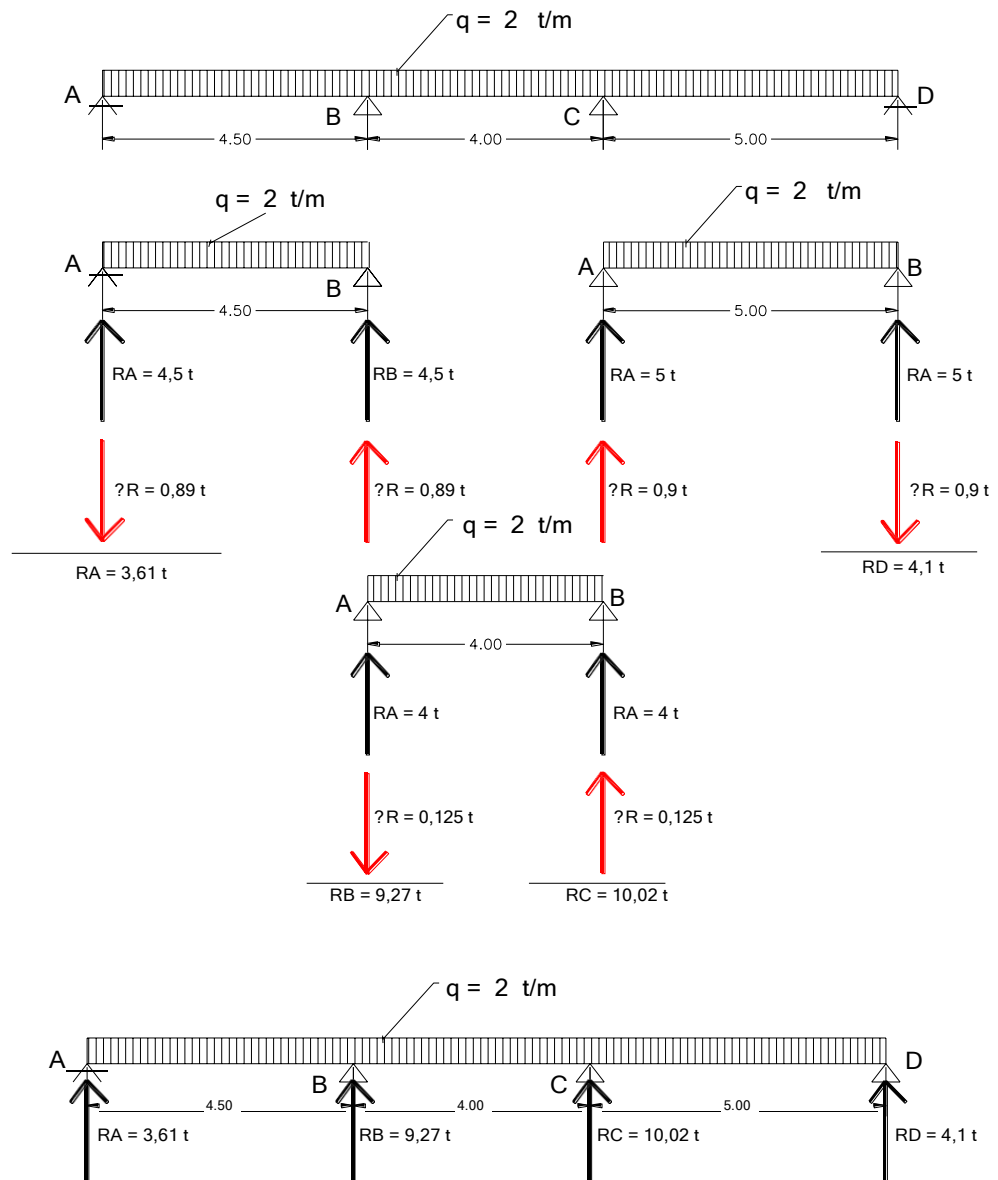


Fig. 5.4.10.: Reacciones finales de la viga continua.
Fuente: Elaboración propia.

Esfuerzo de corte

Ahora, con los datos obtenidos, se está en condiciones de graficar el diagrama de esfuerzos de corte. No hay esfuerzos normales, porque no hay cargas en el sentido de la barra.

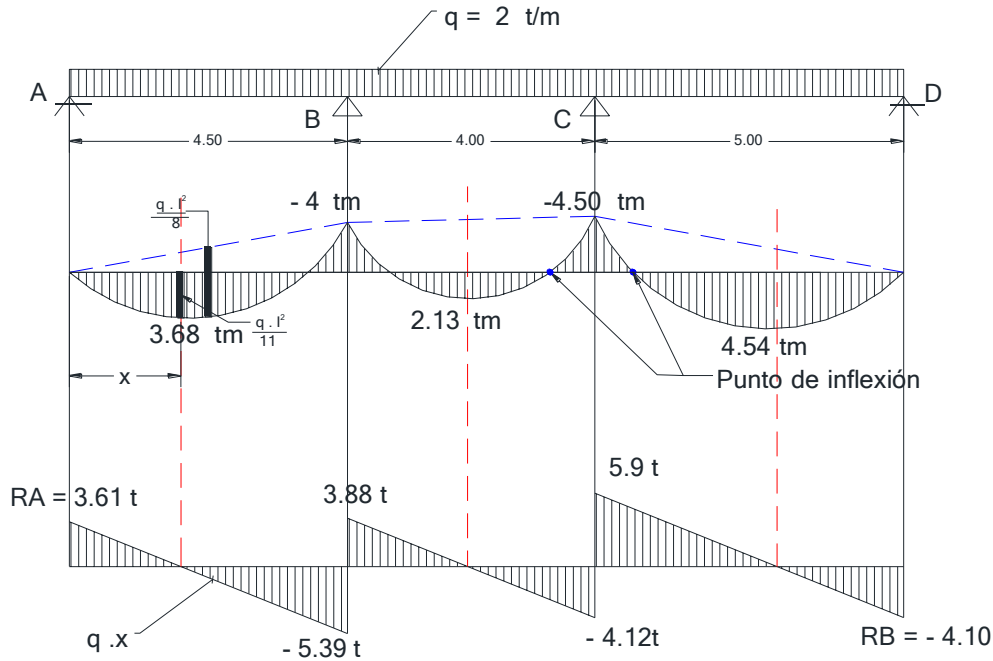


Fig. 5.4.11.: Diagramas de momento flector y esfuerzo de corte de la viga continua.
Fuente: Elaboración propia.

Dimensionamiento de la viga:

Hormigón H17 ADN 420

Para el dimensionamiento de una viga continua, se emplea el $M_{\text{máx. de tramo}}$ y se verifica con el $M_{\text{máx. de apoyo}}$. En el caso que no verifique, la acción a implementar consiste en agregar material, ya sea armadura en el caso que la viga sea de hormigón armado, platinas o platabandas (de madera o metálicas) si la viga es de este material.

Cada tramo debería dimensionarse con el M que posee cada uno; pero como normalmente se mantiene la sección en toda la viga, con la armadura se van logrando los M que se necesita cubrir.

Proceso constructivo:

- 1°) Se coloca el encofrado: Debe tenerse en cuenta que los laterales de encofrado apoyan sobre la base. Los laterales de viga pueden sacarse a los 14 días, mientras que el fondo, puede retirarse a los 28 días
- 2°) Se coloca la armadura lista. Si el hormigón queda a la vista, el separador deberá ser de hormigón. Si no, puede ser metálico.
- 3°) Se procede al hormigonado de la misma.
- 4°) Una vez fraguado el hormigón, se retira el encofrado.

PRESCRIPCIONES REGLAMENTARIAS

Vigas de encadenado:

- Dimensiones mínimas:

Ancho "b" = Ancho del muro que confinan.

Altura "d" =

- = $\frac{1}{2}$ espesor del muro
- ≥ 20 cm

- Armadura mínima: $2 \text{ } \varnothing 10$ mm

- Estribos:

Zona crítica (1/5 de la luz y como mínimo 60 cm de viga medida a partir del borde interno de la columna): Doble sección de los estribos de la zona normal.
Separación: ≤ 20 cm

Zona normal (longitud de viga entre zona crítica)

\varnothing mín: $\varnothing 6$ mm

Separación: \leq lado mínimo de la viga ó ≤ 20 cm

Vigas de carga:

- Dimensiones mínimas:

Ancho "b" = 20 cm

Altura "d" = 20 cm

- Armadura mínima: $2 \text{ } \varnothing 12$

- Estribos:

$\varnothing 6$ cuando la armadura principal es hasta $\varnothing 16$

$\varnothing 8$ cuando la armadura principal es hasta $\varnothing 20$

$\varnothing 10$ cuando la armadura principal es hasta $\varnothing 25$

- Separación:

Deberá ser ≤ 20 cm en zona normal (longitud de viga entre zona crítica), debiendo densificarse en la zona crítica (en extremos de viga, en una longitud de 1/5 de la luz y no menor a 60 cm) con una separación igual a la mitad de la considerada en la zona normal.

VIGAS DE CARGA

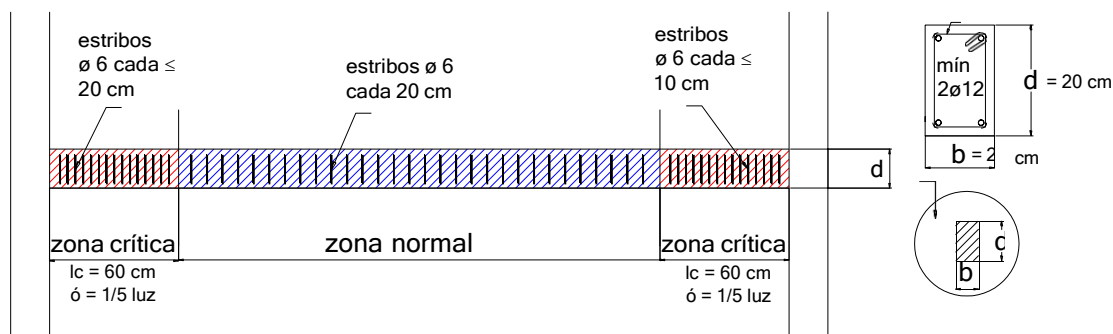


Fig. 5.4.1.: Representación gráfica de las reglamentaciones CIRSOC en vigas de carga.
Fuente: Elaboración de cátedra.

El primer estribo se deberá colocar a una distancia ≤ 5 cm, medida desde el borde de la columna. La separación máxima de estribos es de 20 cm en tramos y 10 cm en zona densificada.

En vigas, la armadura resistente va apoyada sobre los estribos. Éstos a su vez, van colgados de 2 barras longitudinales, denominadas perchas, cuyo diámetro será, como máximo, 2ϕ menor que el diámetro mayor de la armadura principal.

Cuando la altura de la viga exceda los 30 cm, deberán colocarse percha intermedia de $2 \phi 10$.

A los efectos de asegurar el pasaje del hormigón líquido entre barras, durante el llenado, evitando la formación de huecos o nido de abejas en la cara inferior, se fija una separación mínima en la armadura, que no podrá ser inferior al diámetro de la misma y en ningún caso menor a 2 cm.

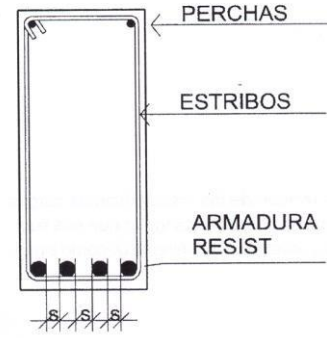


Fig. 5.4.2.: Armadura de las vigas de hormigón armado.
Fuente: Hormigón Armado" Pedro Perlés

Utilizando barras de mayor diámetro se reduce su número y se aumenta en consecuencia, su separación, es por ello que los diámetros más usados son $\emptyset 16$, $\emptyset 20$ y $\emptyset 25$. Además las barras de mayor diámetro están más protegidas de la corrosión.

DETALLES CONSTRUCTIVOS

Unión viga de arriostramiento – columna

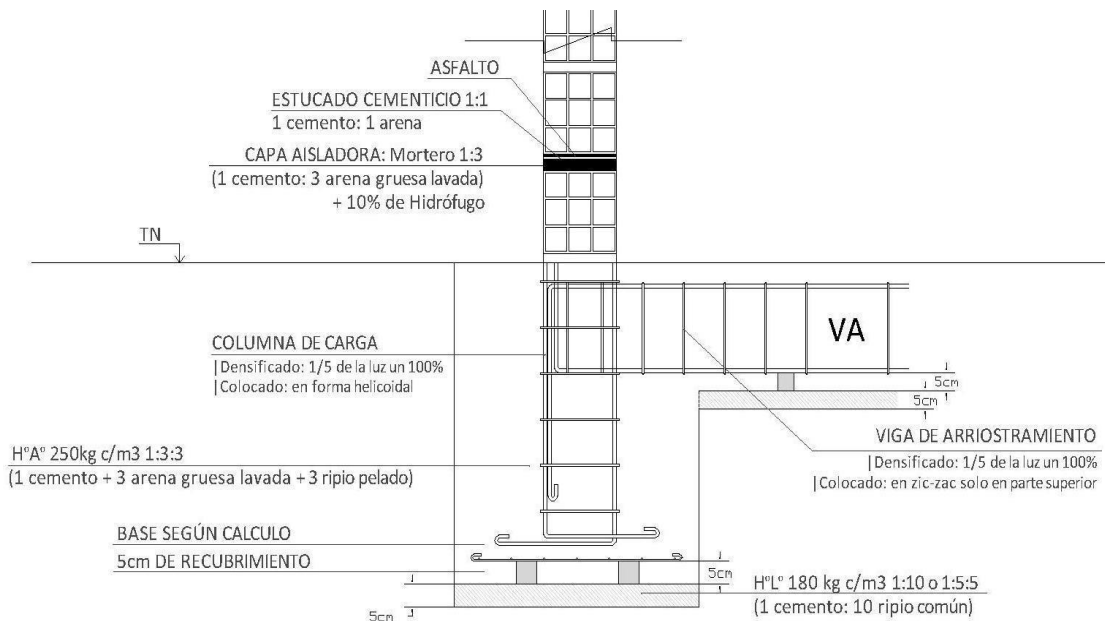


Fig. 5.4.3.: Detalle de unión de viga de arriostramiento con columna.
Fuente: Elaboración de alumnos de cátedra.

Secciones de vigas

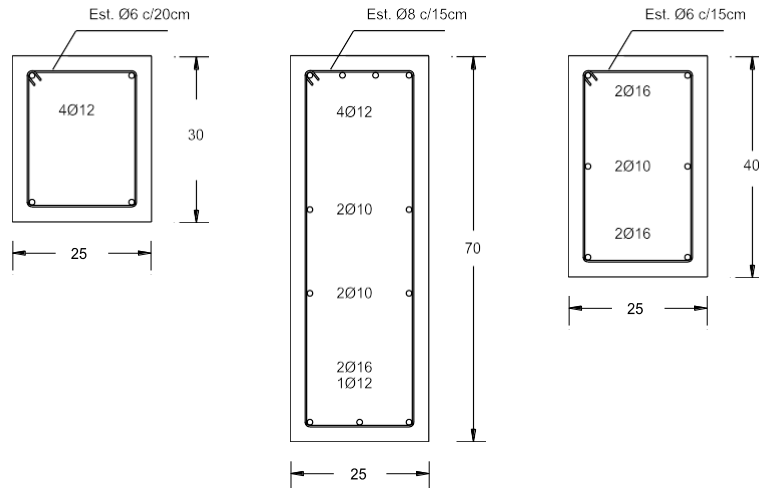


Fig. 5.4.4: Detalle de secciones de vigas.
Fuente: Elaboración de cátedra.

PLANILLA

Como síntesis del cálculo de vigas, y que deberá adjuntarse al plano a presentar en la entidad correspondiente, debe desarrollarse una planilla, donde se vuelcan todos los datos obtenidos, que permita una rápida visualización de los mismos. Como ejemplo se muestra la siguiente:

VIGAS H°A										H17 $\sigma'_{bk} = 170\text{Kg/m}^2$					ADN 420 $\sigma_{ek} = 4,2\text{ t/cm}^2$								
Designación	Dimensiones			Luz	q	M	R	Grado empotramient	Armadura										Observaciones				
	b	d	h						As Superior					As Inferior						Armadura Transversal Estribos			
	cm	cm	cm						cm ²	Nº	Φ	Nº	Φ	cm ²	Nº	Φ	Nº	Φ		cm ²	Ramas	Φ	sep
V1																							
V2																							
V3																							

SÍNTESIS DEL PROCESO DE CÁLCULO

1. Definir materiales.
2. Determinar la altura "h".
3. Cálculo de solicitaciones (Reacciones, esfuerzo de corte y momento flector).
4. Determinación y verificación de la sección de hormigón kh, en tramos y apoyos.
5. Cálculo de armadura "As", en tramos y apoyos.
6. Verificar ancho de viga.
7. Cálculo de posición de eje neutro "x" y brazo elástico "z".
8. Verificación al corte:

- Cálculo ζ_{oi} .
- Máximo ζ_{oi} . (X_M, r)
- Identificación del caso, para calcular la armadura.

Caso 1: Si $\text{máx. } \zeta_{oi} \leq \zeta_{o12} \Rightarrow \zeta_{arm} = 0,4 \text{ máx } \zeta_{oi}$

Caso 2: Si $\zeta_{o12} \leq \text{máx } \zeta_{oi} \leq \zeta_{o2} \Rightarrow \tau_{arm} = \frac{(\text{máx } \tau_{oi})^2}{\tau_{o2}} \geq 0,4 \cdot \text{máx } \tau_{oi}$

Caso 3: Si $\zeta_{o2} \leq \text{máx. } \zeta_{oi} \leq \zeta_{o3} \Rightarrow \zeta_{arm} = \text{máx } \zeta_{oi}$

Caso 4: Debe redimensionarse la sección de la viga.

9. Cálculo de estribos y separación.
$$t = \frac{as_B \cdot \sigma_{su} / \gamma \cdot \eta}{b \cdot \tau_B}$$

IMÁGENES

Uniones entre vigas



Fig. 5.4.5.: Fotografía unión de armadura de vigas de hormigón armado.
Fuente: Elaboración de cátedra.

EJEMPLOS

EJEMPLO 1: Dimensionar la siguiente viga rectangular de hormigón armado, cuyos apoyos poseen restricción parcial al giro y cuyas paredes de apoyo tienen 30 cm de ancho.

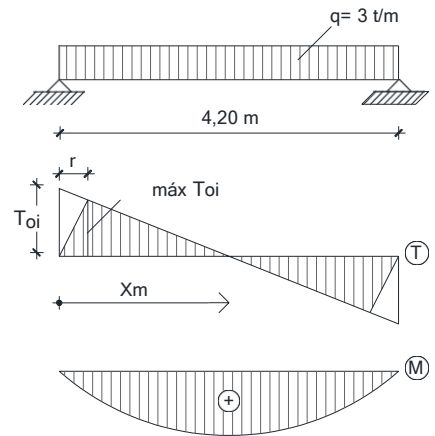
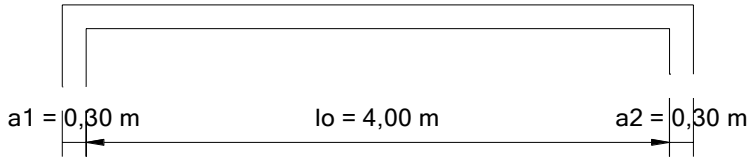
Datos:

ADN 420 - H 17

$l_0 = 4 \text{ m}$

$q = 3 \text{ t/m}$

$a_1 = a_2 = 0,30 \text{ m}$



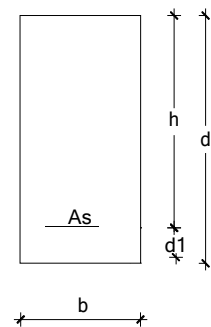
1- Predimensionamiento

$$l_c = l_0 \cdot 1,05 = 4 \text{ m} \cdot 1,05 = 4,20 \text{ m} = l_c$$

$$l_c = l_0 + \frac{a_1}{3} + \frac{a_2}{3} = 4 + \frac{0,30 \text{ m}}{3} + \frac{0,30 \text{ m}}{3} = 4,20 \text{ m} = l_c$$

$$h = \frac{l_c}{m} = \frac{420 \text{ cm}}{16} = 26,25 \text{ cm} \rightarrow \text{Adopto}$$

$h = 27 \text{ cm}$
 $d_1 = 3 \text{ cm}$
 $d = 30 \text{ cm}$
 $b = 20 \text{ cm}$

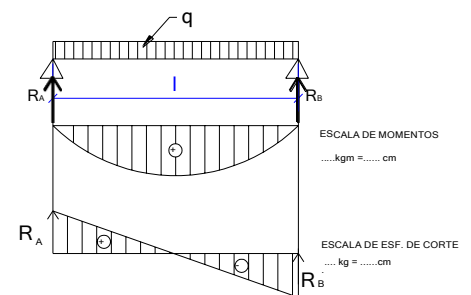


$$b = \frac{h}{2} \text{ o ancho de muro}$$

2- Solicitaciones (agregar peso propio de la viga)

$$R_A = R_B = Q_{\text{máx}} = q \cdot \frac{l_c}{2} = 3 \text{ t/m} \cdot \frac{4,20 \text{ m}}{2} = 6,30 \text{ t} = Q_{\text{máx}}$$

$$M_{\text{máx}} = q \cdot \frac{l_c^2}{8} = 3 \text{ t/m} \cdot \frac{(4,20 \text{ m})^2}{8} = 6,61 \text{ tm} = M_{\text{máx}}$$



3- Verificación de la altura (h)

$$kh = \frac{h [\text{cm}]}{\sqrt{\frac{M [\text{tm}]}{b [\text{m}]}}} \geq kh^* \therefore kh = \frac{27 \text{ cm}}{\sqrt{\frac{6,61 \text{ tm}}{0,20 \text{ m}}}} = 4,69 < 6,08 = kh^* \quad \text{Redimensiono}$$

$$h = kh^* \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = 6,08 \cdot \sqrt{\frac{6,61 \text{ tm}}{0,20 \text{ m}}} = 34,9 \text{ cm} = h$$

Verifica

$b = 20 \text{ cm}$
 $h = 37 \text{ cm}$
 Adopto: $d_1 = 3 \text{ cm}$
 $d = 40 \text{ cm}$

$$kh = \frac{37 \text{ cm}}{\sqrt{\frac{6,61 \text{ tm}}{0,20 \text{ m}}}} = 6,4 > 6,08 = kh^*$$

Tabla T2

- $kh = 6,3$ (inmediato inferior al calculado)
- $ks = 0,52$
- $\sqrt{s_u/\gamma} = 2,40$
- $kx = 0,48$
- $Kz = 0,80$
- $-\epsilon_b = 3,50 \text{ ‰}$
- $\epsilon_s = 3,83 \text{ ‰}$

4- Cálculo armadura traccionada

$$\frac{d_1}{h} = \frac{3 \text{ cm}}{37 \text{ cm}} = 0,08 \therefore \rho = 1$$

$$A_s [\text{cm}^2] = ks \cdot \frac{M [\text{tm}]}{h [\text{m}]} = 0,52 \cdot \frac{6,61 \text{ tm}}{0,37 \text{ m}} = 9,29 \text{ cm}^2 = A_s$$

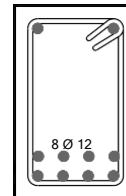
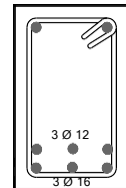
$$+ 3\% = 9,56 \text{ cm}^2$$

$$- 5\% = 8,82 \text{ cm}^2$$

$$\begin{cases} + 3\phi 16 = 3,39 \text{ cm}^2 \\ + 3\phi 12 = 6,03 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$A_s = 9,42 \text{ cm}^2$$

$$8\phi 12 = 9,05 \text{ cm}^2$$



Se verifica que la armadura necesaria se adapte al ancho de la viga:

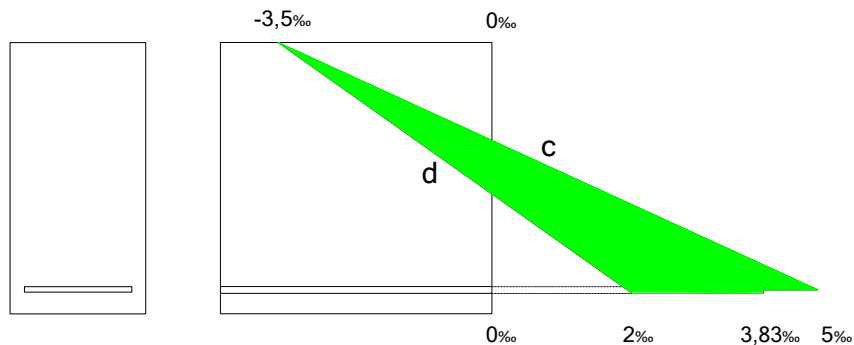
En el primer caso: 3 Ø 16

$$b' = \text{barras} + \text{separaciones} + \text{recubrimiento} = (3 \cdot 1,6) + (2 \cdot 2) + (2 \cdot 3) = 14,8 \text{ cm} < b_{\text{viga}} = 20 \text{ cm} \gg \text{Verifica}$$

En el segundo caso: 4 Ø 12

$$b' = \text{barras} + \text{separaciones} + \text{recubrimiento} = (4 \cdot 1,2) + (3 \cdot 2) + (2 \cdot 3) = 16,8 \text{ cm} < b_{\text{viga}} = 20 \text{ cm} \gg \text{Verifica}$$

DOMINIO III



5- Corte

$$\tau_{oi} = \frac{Q_{\text{máx}}}{b \cdot z} = \frac{6300 \text{ kg}}{20 \text{ cm} \cdot 29,6 \text{ cm}} = 10,64 \text{ kg/cm}^2 = \tau_{oi}$$

$$z = kz \cdot h = 0,80 \cdot 37 \text{ cm} = 29,6 \text{ cm}$$

$$6- \text{máx } \tau_{oi} = \tau_{oi} \cdot \left(\frac{Xm - r}{Xm} \right) = 10,64 \text{ kg/cm}^2 \cdot \left(\frac{210 \text{ cm} - 28,5 \text{ cm}}{210 \text{ cm}} \right) = 9,19 \text{ kg/cm}^2 = \text{máx } \tau_{oi}$$

CASO 2

$$Xm = \frac{Lc}{2} = \frac{420 \text{ cm}}{2} = 210 \text{ cm} = Xm$$

Cálculo "r" (apoyo directo [columna]):

$$r = \frac{1}{2} \cdot (h + c) = \frac{(37 \text{ cm} + 20 \text{ cm})}{2} = 28,5 \text{ cm} = r$$

Para H 17:

τ_{011}	4,5	\Rightarrow CASO 1: $\tau_{\text{arm}} = 0,4 \text{ máx. } \tau_{oi}$
τ_{012}	6,5	\Rightarrow CASO 2: $\tau_{\text{arm}} = (\text{máx. } \tau_{oi})^2 / \tau_{o2} \geq 0,4 \text{ máx. } \tau_{oi}$
τ_{02}	15	\Rightarrow CASO 3: $\tau_{\text{arm}} = \text{máx. } \tau_{oi}$
τ_{03}	25	

7- Cálculo de estribos y la separación

$$\tau_B = \tau_{\text{arm}} = \frac{(\text{máx } \tau_{oi})^2}{\tau_{o2}} \geq 0,4 \text{ máx } \tau_{oi}$$

$$\tau_B = \tau_{\text{arm}} = \frac{(9,19 \text{ kg/cm}^2)^2}{15} = 5,63 \text{ kg/cm}^2 > 0,4 \cdot 9,19 \text{ kg/cm}^2 = 3,67 \text{ kg/cm}^2$$

Adopto $\emptyset 6$ para estribos

$$\tau_B = \frac{as \cdot \sigma_{su} / \gamma \cdot n}{b \cdot t}$$

De la ecuación anterior, se despeja "t" (separación de estribos)

$$t = \frac{as \cdot \sigma_{su} / \gamma \cdot n}{b \cdot \tau_B} = \frac{0,28 \text{ cm}^2 \cdot 2400 \text{ kg/cm}^2 \cdot 2}{20 \text{ cm} \cdot 5,63 \text{ kg/cm}^2} = 11,9 \text{ cm} = t \longrightarrow \text{Adopto } t = 10 \text{ cm}$$

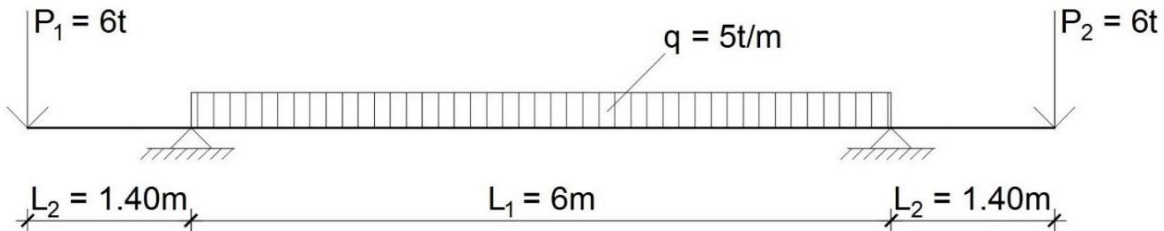
En el CASO 2, debe cumplirse que la separación de estribos sea:

$$\leq 0,6 \text{ do estribos} = 0,6 \cdot 6 = 36 \text{ cm}$$

$$\leq 20 \text{ cm}$$

Se colocarán estribos $\varnothing 6$ cada 20 cm densificado a 1/5 de la luz (cada 10 cm).

EJEMPLO 2: Dimensionar la siguiente viga rectangular de hormigón armado.



Materiales: ADN 420 – H 17

Reacciones

$$\sum M_A = -P_1 \cdot l_2 + \frac{q \cdot l_1^2}{2} - R_B \cdot l_1 + P(l_1 + l_2)$$

$$\sum M_A = -6 \text{ t} \cdot 1,4 \text{ m} + \frac{5 \text{ t/m} \cdot (6 \text{ m})^2}{2} - R_B \cdot 6 \text{ m} + 6 \text{ t} (6 \text{ m} + 1,4 \text{ m})$$

$$R_B = \frac{6 \text{ t} \cdot 1,4 \text{ m} + \frac{5 \text{ t/m} \cdot 36 \text{ m}^2}{2} + 6 \text{ t} \cdot 7,4 \text{ m}}{6 \text{ m}} = 21 \text{ t}$$

$R_B = 21 \text{ t}$

$$\sum M_B = -P \cdot 7,4 \text{ m} + R_A \cdot 6 \text{ m} - \frac{q \cdot (6 \text{ m})^2}{2} + P \cdot 1,4 \text{ m}$$

$$R_A = \frac{6 \text{ t} \cdot 7,4 \text{ m} + \frac{5 \text{ t/m} \cdot 36 \text{ m}^2}{2} - 6 \text{ t} \cdot 1,4 \text{ m}}{6 \text{ m}} = 21 \text{ t}$$

$R_B = 21 \text{ t}$

$$\sum F_y = R_A + R_B - P_1 - q \cdot l_1 - P_2$$

$$\sum F_y = 21 \text{ t} + 21 \text{ t} - 6 \text{ t} - 5 \text{ t/m} \cdot 6 \text{ m} - 6 \text{ t} = 0$$

En este caso el esquema es simétrico, por lo que las reacciones podrían haberse obtenido como:

$$\sum F_y = P_1 + q \cdot l_1 + P_2 = 6 \text{ t} + 30 \text{ t} + 6 \text{ t} = 42 \text{ t}$$

$$R_A = R_B = \frac{\sum F}{2} = \frac{42 \text{ t}}{2} = 21 \text{ t}$$

Solicitaciones

Esfuerzo de corte

Tramo 1-1 $\rightarrow 0 \leq x \leq 1,40 \text{ m}$

$$T_{0A} = -P_1 \begin{cases} x = 0 \rightarrow T_0 = -6 \text{ t} \\ x = 1,40 \text{ m} \rightarrow T_A = -6 \text{ t} \end{cases}$$

Tramo 2-2 $\rightarrow 1,40 \text{ m} \leq x \leq 7,40 \text{ m}$

$$T_{AB} = -P_1 + R_A - q \cdot (x - 1,40 \text{ m}) \begin{cases} x = 1,40 \text{ m} \rightarrow T_A = -6 \text{ t} + 21 \text{ t} - 5 \text{ t/m} \cdot (1,40 \text{ m} - 1,40 \text{ m}) = 15 \text{ t} \\ x = 7,40 \text{ m} \rightarrow T_B = -6 \text{ t} + 21 \text{ t} - 5 \text{ t/m} \cdot (7,40 \text{ m} - 1,40 \text{ m}) = -15 \text{ t} \end{cases}$$

Tramo 3-3 \rightarrow Der $0 \text{ m} \leq x \leq 1,40 \text{ m}$

$$T_{B1_{\text{der}}} = -P_2 \begin{cases} x = 0 \rightarrow T_1 = -6 \text{ t} \\ x = 1,40 \text{ m} \rightarrow T_B = -6 \text{ t} \end{cases}$$

$T = 0 \rightarrow$ Tramo 2 - 2 $\therefore M_{\text{máx}}$

$$T_{AB} = -P_1 + R_A - q \cdot (x - 1,40 \text{ m}) = 0$$

$$x = \frac{-P_1 + R_A}{q} + 1,40 \text{ m} = \frac{-6 \text{ t} + 21 \text{ t}}{5 \text{ t/m}} + 1,40 \text{ m} = 4,40 \text{ m}$$

Momento flector

Tramo 1-1 $\rightarrow 0 \leq x \leq 1,40 \text{ m}$

$$M_{0A} = -P_1 \cdot x \begin{cases} x = 0 \rightarrow M_0 = 0 \text{ tm} \\ x = 1,40 \text{ m} \rightarrow M_A = -6 \text{ t} \cdot 1,40 \text{ m} = -8,40 \text{ m} \end{cases}$$

Tramo 2-2 $\rightarrow 1,40 \text{ m} \leq x \leq 7,40 \text{ m}$

$$M_{AB} = -P_1 \cdot x + R_A \cdot (x - 1,40 \text{ m}) - q \cdot \frac{(x - 1,40 \text{ m})^2}{2} \begin{cases} x = 1,40 \text{ m} \rightarrow M_A \\ x = 7,40 \text{ m} \rightarrow M_B \end{cases}$$

$$M_A = -6 \text{ t} \cdot 1,40 \text{ m} + 21 \text{ t} \cdot (1,40 \text{ m} - 1,40 \text{ m}) - 5 \text{ t/m} \cdot \frac{(1,40 \text{ m} - 1,40 \text{ m})^2}{2} = -8,40 \text{ tm}$$

$$M_B = -6 \text{ t} \cdot 7,40 \text{ m} + 21 \text{ t} \cdot (7,40 \text{ m} - 1,40 \text{ m}) - 5 \text{ t/m} \cdot \frac{(7,40 \text{ m} - 1,40 \text{ m})^2}{2} = -8,40 \text{ tm}$$

Tramo 3-3 \rightarrow Der $0 \text{ m} \leq x \leq 1,40 \text{ m}$

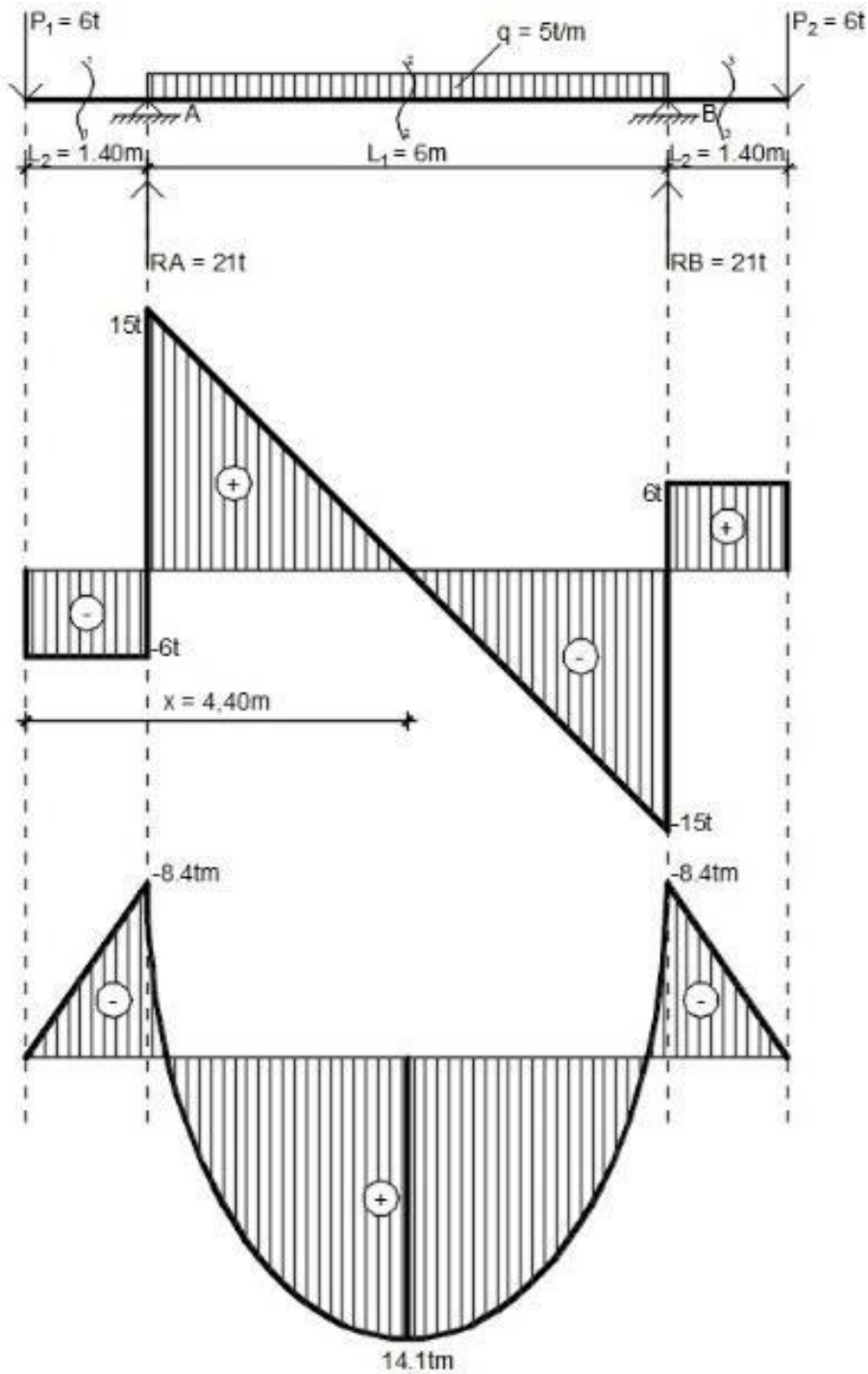
$$M_{B1_{\text{der}}} = -P_2 \cdot x \begin{cases} x = 0 \rightarrow M_1 = 0 \text{ tm} \\ x = 1,40 \text{ m} \rightarrow M_B = -6 \text{ t} \cdot 1,40 \text{ m} = -8,40 \text{ m} \end{cases}$$

Momento flector máximo $\rightarrow x = 4,40 \text{ m}$

$$M_{AB} = -P_1 \cdot x + R_A \cdot (x - 1,40 \text{ m}) - q \cdot \frac{(x - 1,40 \text{ m})^2}{2}$$

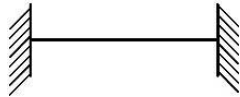
$$M_{MAX} = -6 \text{ t} \cdot 4,40 \text{ m} + 21 \text{ t} \cdot (4,40 \text{ m} - 1,40 \text{ m}) - 5 \text{ t/m} \cdot \frac{(4,40 \text{ m} - 1,40 \text{ m})^2}{2} = 26,4 \text{ tm} + 63 \text{ tm} - 22,5 \text{ tm} = 14,1 \text{ tm}$$

$M_{MAX} = 14,1 \text{ tm}$



Predimensionamiento

$$h = \frac{l}{m} \rightarrow m = 25$$



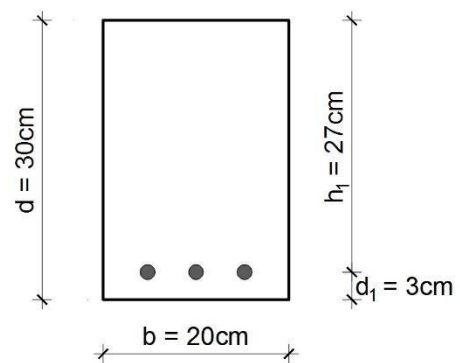
l = luz entre apoyos

Por lo tanto:

$$h = \frac{600\text{cm}}{25} = 24\text{cm}$$

Conviene, por razones constructivas, que d sea múltiplo de 5. Entonces se adopta:

$$\begin{aligned} h &= 27\text{cm} \\ d_1 &= 3\text{cm (de 3 a 5cm)} \\ d &= h + d_1 = 27\text{cm} + 3\text{cm} = 30\text{cm} \\ b &= 20\text{cm} \end{aligned}$$



Verificación de la sección en el tramo

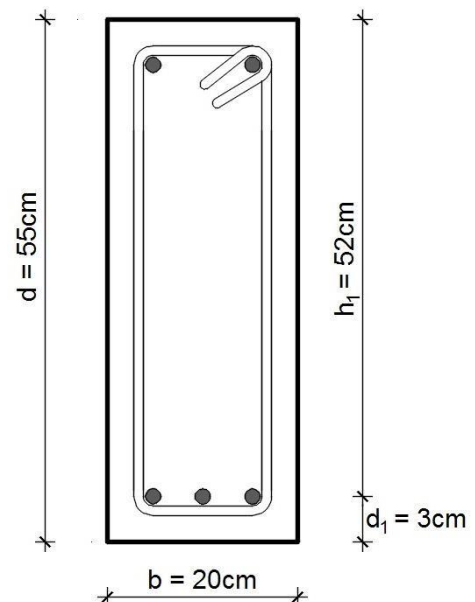
$$kh = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{26\text{cm}}{\sqrt{\frac{14.1\text{tm}}{0.20\text{m}}}} = 1.38 < kh^* = 6.08 \therefore \text{NO VERIFICA}$$

Se hace $kh = kh^*$ y se despeja h

$$h = kh^* \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = 6.08 \cdot \sqrt{\frac{14.1\text{tm}}{0.20\text{m}}} = 51\text{cm}$$

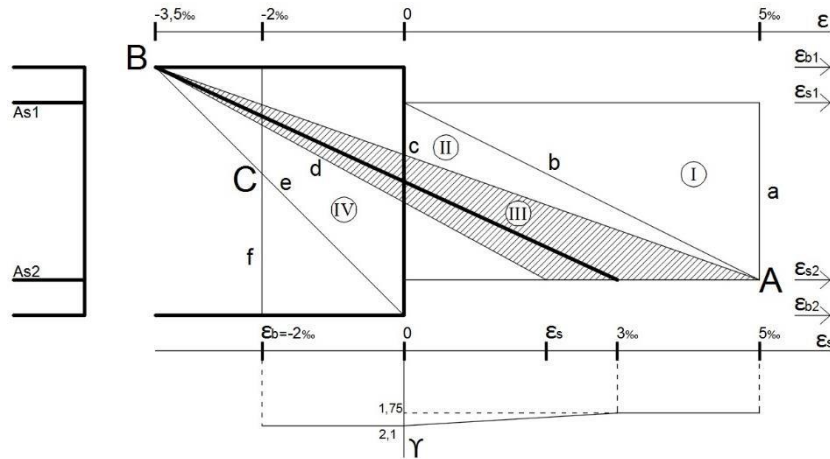
Se adopta:

$$\begin{aligned} h &= 52\text{cm} \\ d_1 &= 3\text{cm} \\ d &= 55\text{cm} \\ b &= 20\text{cm} \end{aligned}$$



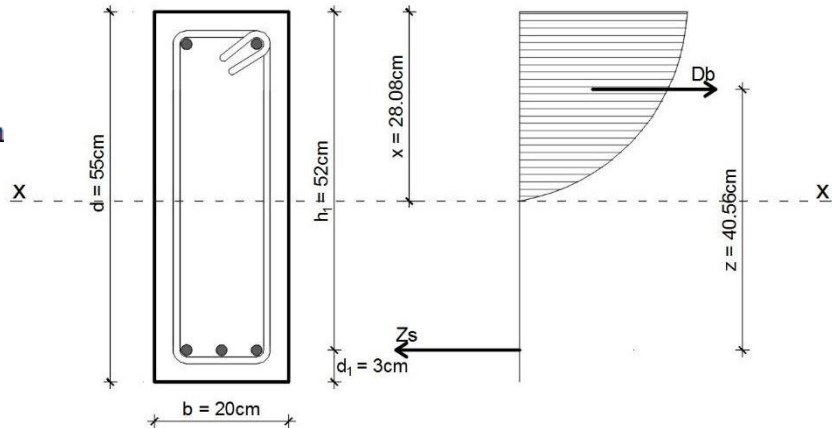
Coeficientes, posición del eje neutro y brazo de palanca

$K_s = 0.54$
 $\gamma_{su}/\gamma = 2.40$
 $K_x = 0.54$
 $K_z = 0.78$
 $-\xi_b = -3.50 \text{ ‰}$
 $\xi_s = 3.00 \text{ ‰}$
DOMINIO 3 - III



$$z = k_z \cdot h = 0.78 \cdot 52\text{cm} = 40.56\text{cm}$$

$$x = k_x \cdot h = 0.54 \cdot 52\text{cm} = 28.08\text{cm}$$

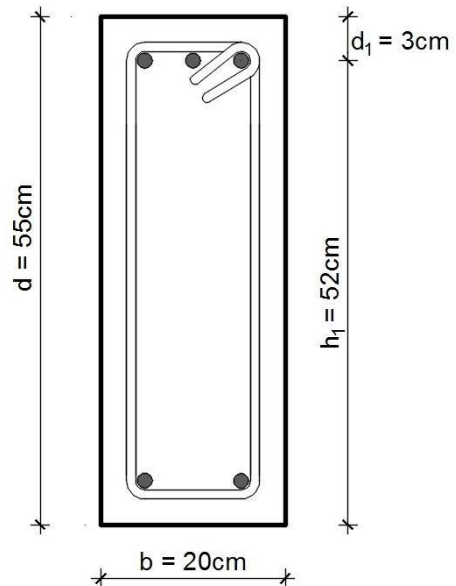


Verificación de la sección en el voladizo

$$kh = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{52\text{cm}}{\sqrt{\frac{8.40\text{tm}}{0.20\text{m}}}} = 8.02 > kh^* = 6.08 \therefore \text{VERIFICA}$$

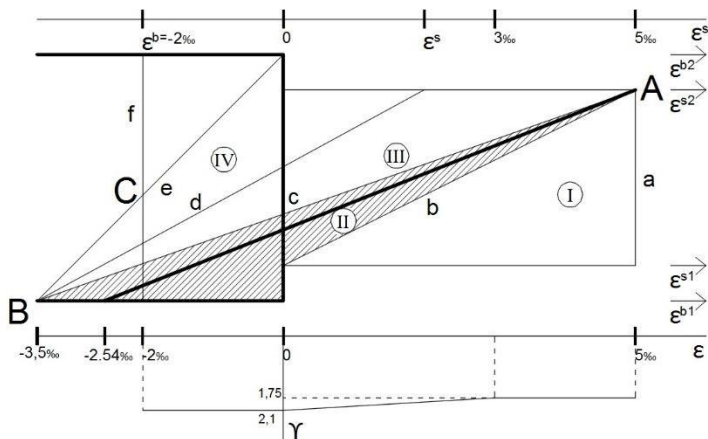
Se adopta:

$h = 52\text{cm}$
 $d_1 = 3\text{cm}$
 $d = 55\text{cm}$
 $b = 20\text{cm}$



Coefficientes, posición del eje neutro y brazo de palanca

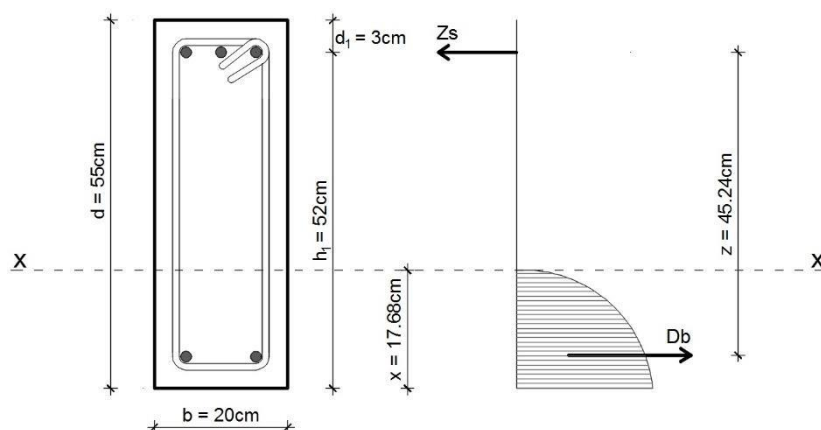
$$\begin{aligned} K_h &= 7.60 \\ K_s &= 0.48 \\ \gamma_{su}/\gamma &= 2.40 \\ K_x &= 0.34 \\ K_z &= 0.87 \\ -\xi_b &= -2.54 \text{‰} \\ \xi_s &= 5.00 \text{‰} \end{aligned}$$



DOMINIO 2 - II

$$z = k_z \cdot h = 0.87 \cdot 52 \text{cm} = 45.24 \text{cm}$$

$$x = k_x \cdot h = 0.34 \cdot 52 \text{cm} = 17.68 \text{cm}$$



Armadura en tramo

$$\frac{d_1}{h} = \frac{3 \text{cm}}{52 \text{cm}} = 0.05 < 0.07 \therefore \rho = 1$$

$$A_s \text{ (cm}^2\text{)} = k_s \cdot \frac{M \text{ (tm)}}{h \text{ (m)}} \cdot \rho = 0.54 \cdot \frac{14.1 \text{tm}}{0.52 \text{m}} \cdot 1 = 14.64 \text{cm}^2$$

$$A_s = 14.64 \text{cm}^2 \quad \left| \begin{array}{l} +3\% = 15.08 \text{cm}^2 \\ -5\% = 13.91 \text{cm}^2 \end{array} \right.$$

Se adopta $3\Phi 25 = 14.73 \text{cm}^2$

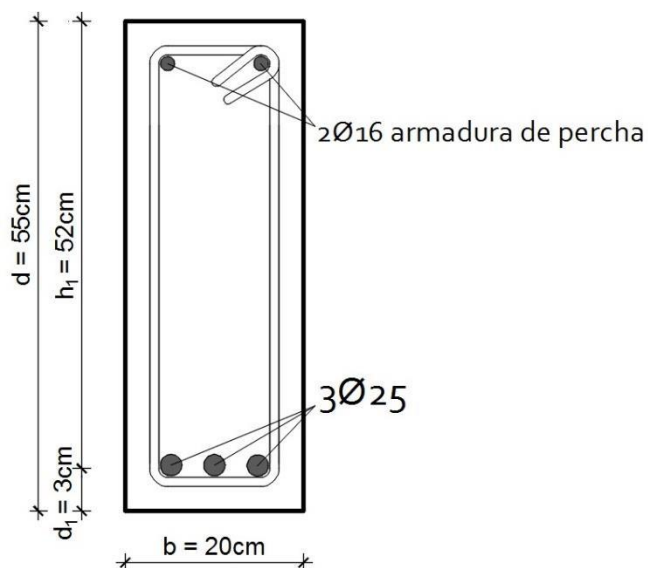
Verificación ancho de viga

$$b \geq \text{barras} + \text{sep} + \text{recubrimiento}$$

$$b \geq 3 \cdot 2.5 \text{cm} + 2 \cdot 2.5 \text{cm} + 2 \cdot 3 \text{cm}$$

$$b \geq 7.5 \text{cm} + 5 \text{cm} + 6 \text{cm} = 18.5 \text{cm}$$

$$b = 20 \text{cm} > 18.5 \text{cm} \therefore \text{VERIFICA}$$



Armadura en voladizo

Se mantiene la sección de hormigón

$$M_{voladizo} = 8.4 \text{tm}$$

$$A_s (\text{cm}^2) = k_s \cdot \frac{M_{voladizo} (\text{tm})}{h (\text{m})} \cdot \rho = 0.48 \cdot \frac{8.4 \text{tm}}{0.52 \text{m}} \cdot 1 = 7.75 \text{cm}^2$$

$$A_s = 7.75 \text{cm}^2 \quad \left| \begin{array}{l} +3\% = 7.98 \text{cm}^2 \\ -5\% = 7.36 \text{cm}^2 \end{array} \right.$$

Se adopta $4\Phi 16 = 8,04 \text{ cm}^2$

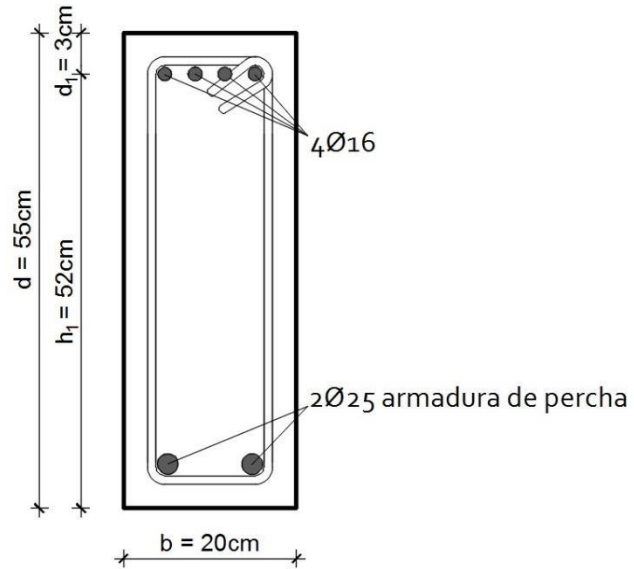
Verificación ancho de viga

$b \geq \text{barras} + \text{sep} + \text{recubrimiento}$

$$b \geq 4 \cdot 1,6 \text{cm} + 3 \cdot 2 \text{cm} + 2 \cdot 3 \text{cm}$$

$$b \geq 6,4 \text{cm} + 6 \text{cm} + 6 \text{cm} = 18,4 \text{cm}$$

$$b = 20 \text{cm} > 18,4 \text{cm} \therefore \text{VERIFICA}$$



Verificación al corte en tramo

$$\begin{aligned} T_{\text{máx}} &= 15 \text{ t} \\ b &= 20 \text{ cm} \\ z &= 40,56 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{T}{b \cdot z} = \frac{15 \text{t}}{20 \text{cm} \cdot 40,56 \text{cm}} = 0.019 \text{ t/cm}^2$$

$$\text{máx } \tau_{oi} = \tau_{\text{máx}} \cdot \left(\frac{xm - r}{xm} \right) = 19 \text{ kg/cm}^2 \cdot \left(\frac{300 \text{cm} - 36 \text{cm}}{300 \text{cm}} \right) = 16.72 \text{ kg/cm}^2 \therefore \text{CASO 3 - III}$$

$$xm = 3 \text{m} = 300 \text{cm}$$

$$r = \frac{1}{2} (h + c) = \frac{1}{2} (52 \text{cm} + 20 \text{cm}) = 36 \text{cm}$$

$$\tau_{02} < \tau_{\text{máx}} < \tau_{03}$$

$$15 \text{ kg/cm}^2 < 16.72 \text{ kg/cm}^2 < 25 \text{ kg/cm}^2$$

- Puede resolverse con:
- Sólo estribos
 - Estribos más barras dobladas

$$\tau_{arm} = \text{máx } \tau_{oi} \quad \text{CASO III} = 16.72 \text{ kg/cm}^2$$

Se absorberá todo el corte mediante estribos, por lo que:

$$\tau_{arm} = \tau_B$$

Estribos $\Phi 10 = 0,79 \text{ cm}^2$

$$\tau_B = \frac{as_B \cdot \sigma_{ST} \cdot n}{b \cdot t} \rightarrow t = \frac{as_B \cdot \sigma_{ST} \cdot n}{b \cdot \tau_B} = \frac{0,79 \text{ cm}^2 \cdot 2400 \text{ kg/cm}^2 \cdot 2}{20 \text{ cm} \cdot 16,72 \text{ kg/cm}^2} = 11.34 \text{ cm}$$

Se adopta estribos $\Phi 10$ cada 20cm, densificados a 1/5 de la luz.

Verificación al corte en voladizo

$$\begin{aligned} T_{\text{máx}} &= 6t \\ b &= 20 \text{ cm} \\ z &= 45.24 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{T}{b \cdot z} = \frac{6t}{20 \text{ cm} \cdot 45.24 \text{ cm}} = 0.0066 \text{ t/cm}^2 = 6.6 \text{ kg/cm}^2 \therefore \text{CASO 2 - II}$$

$$\tau_{012} < \tau_{\text{máx}} < \tau_{02}$$

$$6.5 \text{ kg/cm}^2 < 15 \text{ kg/cm}^2 < 15 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{arm} = \frac{(\text{máx } \tau_{oi})^2}{\tau_{02}} = \frac{(6.6 \text{ kg/cm}^2)^2}{15 \text{ kg/cm}^2} > \tau_{arm} = \text{máx } \tau_{oi} \cdot 0.4 = 6.6 \text{ kg/cm}^2 \cdot 0.4$$

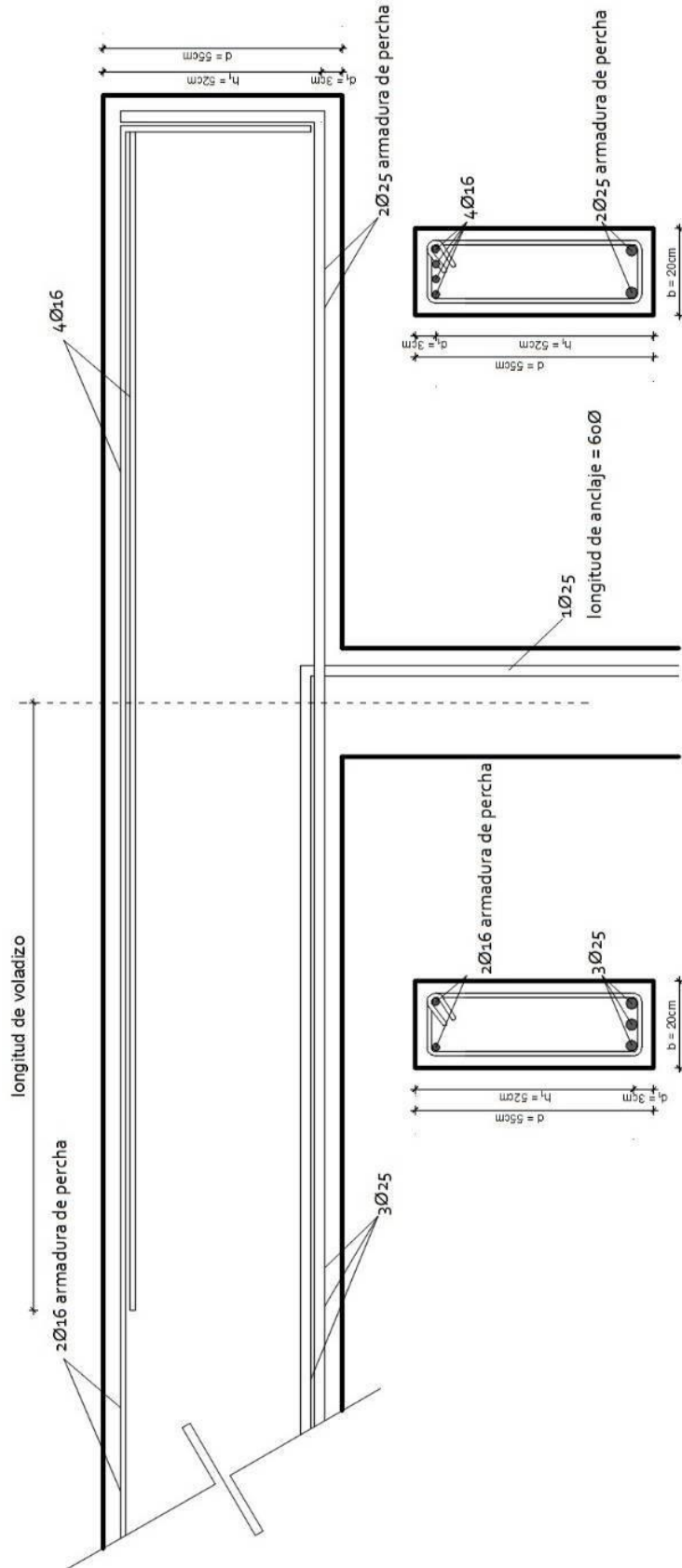
$$2.9 \text{ kg/cm}^2 > 2.6 \text{ kg/cm}^2$$

Estribos $\Phi 10 = 0,79 \text{ cm}^2$

$$\tau_B = \frac{as_B \cdot \sigma_{ST} \cdot n}{b \cdot t} \rightarrow t = \frac{as_B \cdot \sigma_{ST} \cdot n}{b \cdot \tau_B} = \frac{0,79 \text{ cm}^2 \cdot 2400 \text{ kg/cm}^2 \cdot 2}{20 \text{ cm} \cdot 2,90 \text{ kg/cm}^2} = 65 \text{ cm}$$

Se adopta estribos $\Phi 10$ cada 10cm

GRÁFICO FINAL



CUESTIONARIO GUÍA

1. ¿A qué esfuerzos puede estar solicitada una viga?
2. ¿De qué dependen las luces de cálculo (l_c) y las esbelteces (m) a considerar para el dimensionado de una viga de hormigón armado?
3. ¿Cómo se calcula el peso propio de una viga?
4. ¿Cuáles son los pasos a seguir para el dimensionamiento de vigas de hormigón armado?
5. ¿Cómo se resuelve una viga de hormigón armado si el valor obtenido de kh es inferior al de kh^* que aparece en las tablas de flexión? ¿Qué significa este último?
6. ¿Cómo se calcula el brazo elástico “ z ” de una viga de sección rectangular?
7. ¿De qué factores depende el brazo elástico “ z ”?
8. ¿Cómo es el diagrama de tensiones de una viga rectangular?
9. ¿Qué función cumple el acero estructural colocado en la parte comprimida de una viga y cuándo es necesario colocarlo?
10. ¿A qué se denominan líneas isostáticas de tracción y compresión de una viga?
11. ¿Qué ángulos forman el cruce de las líneas isostáticas de tracción con las de compresión? ¿Y de éstas con el eje neutro?
12. ¿Qué armaduras pueden existir en una viga? Dibujar.
13. ¿Cuál es la separación mínima entre hierros en una viga?
14. ¿Qué son las ramas de los estribos de una viga?
15. Esquematizar las fisuras producidas por flexión en vigas.
16. Esquematizar las fisuras producidas por corte en vigas.
17. ¿Para qué es necesario verificar las tensiones de corte de una viga?
18. ¿Qué es el reticulado análogo de Morsch y para qué se utiliza?
19. ¿Cuándo es necesario colocar estribos?
20. ¿Cuándo es necesario colocar barras dobladas?
21. ¿Cuál es la reducción máxima de \bar{T}_{oi} ?
22. ¿Por qué se reduce la tensión máxima de corte para calcular la cantidad de armadura que debe absorberlo?
23. ¿Qué es la reducción de corte por apoyo directo e indirecto? ¿Cuál es la diferencia?
24. ¿Hasta cuántos hierros de la armadura de tracción pueden doblarse en una viga para absorber los momentos negativos?
25. Los hierros que se doblan para tomar esfuerzos de corte: ¿sirven para tomar momentos negativos?
26. ¿Hay alguna relación entre el diagrama de \bar{T} y el de Q ?
27. ¿En qué partes de la viga se presenta el \bar{T} máx, y dónde el \bar{T} es igual a 0?
28. ¿En qué momento de la verificación al corte se tiene en cuenta la calidad del hormigón?
29. ¿Cuándo se dice que la viga no verifica al corte y es necesario redimensionarla?
30. ¿Qué ventaja y desventaja tiene estudiar una viga como continua?
31. ¿Dónde se ubica la armadura principal en una viga continua de hormigón armado?
¿Por qué?
32. Si la tensión de trabajo a flexión de una viga es menor que la tensión admisible: ¿es necesario hacer alguna otra verificación? ¿A qué? ¿Por qué?
33. ¿Cómo debe ser el diagrama de esfuerzos de corte para que deba hacerse la reducción de la tensión máxima?