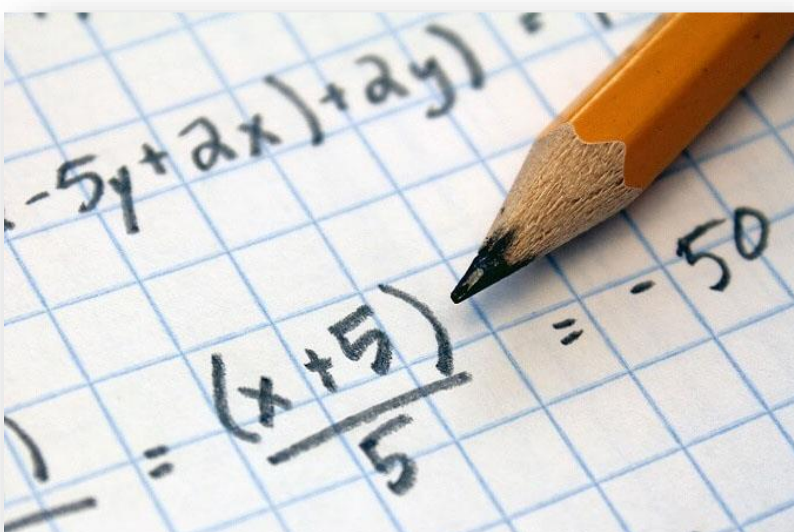
CUADERNILLO DE MATEMÁTICA

PRIMER AÑO DEL CICLO BÁSICO



PROF. FERNANDO GONZALEZ – ING. PABLO ONTIVEROS

COLEGIO SAN JOSE

Programa de Matemática 1°Año Colegio San José

Profesor: Fernando González - Pablo Ontiveros

Unidad 1 Números Naturales: Multiplicación y división. Propiedad distributiva, Potenciación y radicación. Propiedades de la potenciación. Lenguaje coloquial y simbólico. Ecuaciones, Propiedad distributiva en la resolución de ecuaciones.
Ecuaciones con potencias y raíces.

Unidad 2: Múltiplos y divisores: Múltiplos y divisores. Criterios de divisibilidad. Números primos compuestos y coprimos. Factoreo de un número. Múltiplo común menor y divisor común mayor.

Unidad 3: Números racionales: Fracciones, representación gráfica y en la recta numérica. Fracciones equivalentes. Expresiones decimales finitas y periódicas. Comparación de números racionales. Operaciones con fracciones. Operaciones con expresiones decima les. Potenciación y radicación de fracciones. Potenciación y radicación de expresiones decimales. Lenguaje coloquial y simbólico- Ecuaciones con fracciones. Ecuaciones con fracciones.

Unidad 4: Funciones — Proporciones: Ejes cartesianos. Interpretación de gráficos. Proporcionalidad directa. Proporcionalidad inversa. Repartición proporcional
Escalas.

Unidad 5: Ángulos y polígonos: Rectas paralelas y perpendiculares. Ángulos cóncavos y convexos. Clasificación. Sistema sexagesimal de medición de ángulos. Ángulos complementarios y suplementarios. Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice.
Polígonos convexos. Propiedades de las diagonales. Suma dc los ángulos Interiores y exteriores. Triángulos clasificación. Cuadriláteros. Clasificación.

Unidad 6: Perímetros y superficie: Unidades de longitud. Perímetros. Unidades agrarias. Superficie del triángulo y de los cuadriláteros. Superficie de un polígono regular-. Circunferencia y círculo. Figuras circulares.

CONTRATO PEDAGÓGICO DEL CORRIENTE AÑO

Para que podamos enseñar y aprender en un ambiente que favorezca nuestro conocimiento es fundamental que, quienes participamos del acto educativo, asumamos algunos compromisos:

RESPETO COMO VALOR Y VIRTUD, SERÁ TENIDO EN CUENTA COMO CONTENIDO TRANSVERSAL DE ESTE ESPACIO.

COMPROMISO DEL ALUMNO:

- Cumplir adecuadamente con los tiempos establecidos en entrega de los trabajos sin descuidar la presentación de los mismos.
- La ausencia a clase no significa exención del cumplimiento de las tareas asignadas y/o el estudio.
- No es necesaria la aclaración del profesor para estudiar lo visto en la clase anterior, hay que estudiar para todas las clases.
- Se debe evitar el pedido para salir del aula, para garantizar la seguridad de todos los alumnos a cargo del docente.
- El regreso al aula después de los recreos debe ser de inmediato.
- Es importante mantener en el aula el clima de trabajo y de higiene tanto corporal como del espacio físico.
- Concurrir a clase con el material pedido ya que es indispensable para poder avanzar con el conocimiento y aprovechar el tiempo de clase consultando las dudas.
- Proceder con absoluta honestidad: presentar trabajos propios y no los realizados por otras personas.
- No utilizar celulares, MP3, o cualquier otro dispositivo, sin la indicación o la autorización para hacerlo.
- No comer ni beber en clase.
- Traer firmadas las notificaciones en el cuaderno de comunicaciones. A los efectos de generar en el alumno mayor responsabilidad este deberá cuidar los elementos de la institución tales como sillas, bancos, equipos, etc.

COMPROMISO DEL DOCENTE:

- Explicar todas las dudas planteadas de los alumnos.
- Respetar a todos los alumnos y saber escuchar sus propuestas e inquietudes.
- Avisar con una semana de anticipación, por lo menos, la fecha y temas de las evaluaciones escritas.
- Entregar en un plazo no mayor a 7 días los resultados de las evaluaciones y trabajos prácticos.
- Mantener el orden, la disciplina y garantizar un clima propicio de trabajo.

COMPROMISO DE LOS PADRES

- Firmar cada nota que le sea enviada.
- Asistir cada vez que se lo llame a la institución para conversar sobre el desempeño del alumno.

…………………………	……………………….	………………………….
Docente	Alumno	Padre, Madre o Tutor

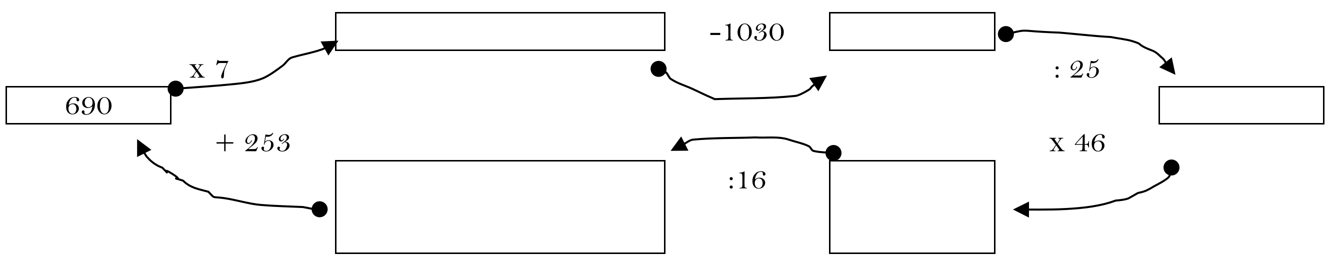
EJERCITACIÓN BÁSICA DE REPASO – CONTENIDOS DE LA PRIMARIA

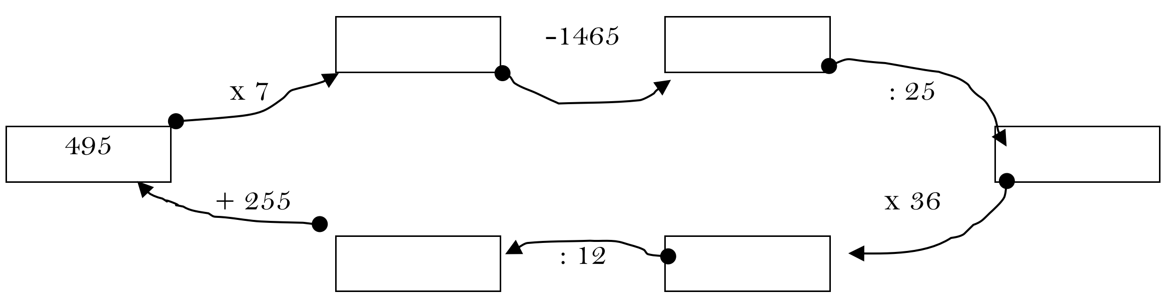
1) Complete los siguientes cuadrados con los números que correspondan para que resulten cuadrados mágicos.

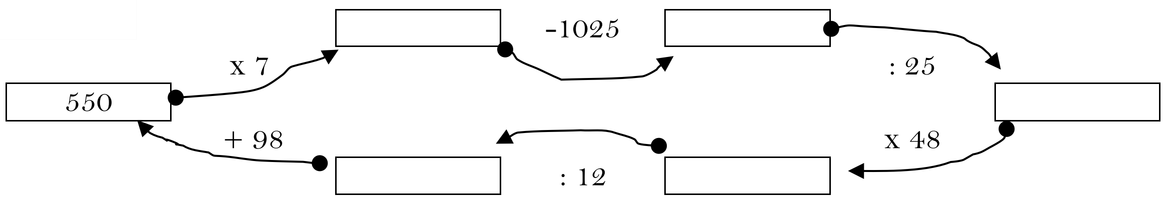
		6
	12	
18		10

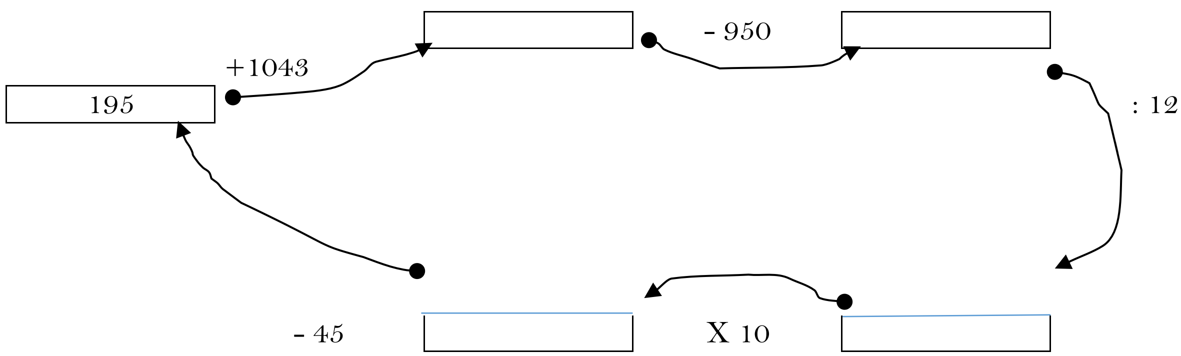
	21	
24	9	12

2) Complete las cadenas:









4) Plantee y resuelva:

I) Una carrera consta de 48 vueltas a una pista que tiene 12 km de recorrido ¿Cuántas vueltas de 16 km habrá que dar en otra pista para recorrer la misma distancia?

II) Para una construcción se necesitan 37 bolsas de cemento de $128 cada una y 59 bolsas de cal de $64 cada una ¿Cuánto gastará en total?

III)Una pared tiene 36 azulejos de largo y 18 de alto. Si quieren cambiar todos los azulejos ¿Cuántas cajas de 28 azulejos iguales a los de la pared serán necesarios?

IV)En un depósito hay 12 tarimas y en cada una de ellas caben 6 bolsas de ancho, 4 de profundidad y 8 de altura ¿Cuántas bolsas caben en el depósito?

V)Una canilla arroja 56 litros de agua por minuto ¿cuántos litros de agua arrojaría la canilla si se la dejara abierta una hora y cuarenta y cinco minutos?

VI)Un automóvil recorre 378 km con 42 litros de combustible, ¿Cuántos litros consumirá para recorrer 2322 km?

VII)Un comerciante vende 2 litros de aceite a $158 ¿Cuánto recibirá por vender 27 cajas que contienen 12 botellas de 6 litros de aceite cada una?

IX)¿Cuántos baldes de 25 litros se pueden llenar con el agua que contienen 7 tanques de 384 litros cada uno?

Unidad Nº 1: Números Naturales-Ecuaciones
Área Matemática
Colegio San José

Multiplicación y División

Teoría: una multiplicación es una manera abreviada de expresar una suma de términos iguales.
Cada uno de los números que se multiplican se llaman factores; y el resultado se llama producto.

$$7+7+7+7+7+7=\underbrace{7}_{\text{FACTOR}}\cdot\underbrace{6}_{\text{FACTOR}}=\underbrace{42}_{\text{PRODUCTO}}$$

En la división entera el resto debe ser menor que el divisor.

DIVIDENDO → 31 ⌊ 7 ← DIVISOR
RESTO → 3   4 ← COCIENTE

$$\underbrace{31}_{\text{DIVIDENDO}} = \underbrace{7}_{\text{DIVISOR}} \cdot \underbrace{4}_{\text{COCIENTE}} + \underbrace{3}_{\text{RESTO}}$$

Cuando el resto de una división entera es cero la división es exacta.

Ejercitación

1) Hallar el valor de la cifra que falta en el dividendo para que las siguientes divisiones resulten exactas.

3 1 ☐ ⌊ 7   7 4 8 ☐ ⌊ 12   5 4 ☐ 1 ⌊ 9

2) Plantear y resolver:

a) Una carrera consta de 48 vueltas a una pista que tiene 12 km de recorrido. ¿Cuántas vueltas de 16 km habrá que dar en otra pista para recorrer la misma cantidad de km?

b) Para una construcción se necesitan 37 bolsas de cemento de $145 cada una y 59 bolsas de cal de $87 cada una ¿Cuánto se gastará en total?

c) Una pared tiene 36 azulejos de largo y 18 de alto. Si quieren cambiar todos los azulejos, ¿Cuántas cajas de 28 azulejos iguales a los de la pared serán necesarias?

d) En un depósito hay 12 tarimas y en cada una de ellas caben 6 bolsas de ancho, 4 de profundidad y 8 de altura. ¿Cuántas bolsas caben en el depósito?

e) Para un acto se preparan 24 filas con 18 sillas cada una. Si se aumentan a 36 la cantidad de filas, ¿Cuántas sillas hay que colocar en cada una para que haya la misma cantidad?

f) Una persona debe tomar una pastilla por día durante 13 semanas. Si las pastillas vienen en tiras de 15 o 20 unidades, ¿Cuántas tiras iguales y de qué cantidad debe comprar para desperdiciar la menor cantidad de pastillas?

Cálculos Combinados
Orden de las Operaciones

Cuando en un cálculo sin paréntesis se presentan diferentes operaciones, se resuelve respetando el siguiente orden

- Se señalan los términos (los determinan las sumas y las restas)
- Potencias y raíces.
- Multiplicaciones y Divisiones.
- Sumas y Restas.

Si hay paréntesis se resuelven primero las operaciones que ellos encierran, en el orden establecido antes.

Ejercitación

3) Resolver los siguientes cálculos combinados.

a) 17 . 9 - (161 : 7 – 3) : 5 . 4 =
b) (3 + 24 : 3) . 14 – 23 . 6 =
c) 120 : (9 + 7 . 3) + 232 : 8 – 33 =
d) 19 – (168 : 4 – 2) : 4 + 42 : 3 .2 =
e) (120 : 15 + 1) . 4 – 102 : 6 + 5 =
f) 315 : 9 – (8 + 5 . 20) : 12 – 5 . 5 =
g) 18 . 14 : 6 – (63 : 7 +1) . 2 . 2 =
h) (4 + 7 . 4) : 4 . 2 + 15 . 7 – 11. 11 =

Propiedad Distributiva

Teoría : La multiplicación es distributiva respecto de la adición y sustracción a derecha e izquierda.

3 . (2 + 5) = 3 . 2 + 3 . 5
3 . 7 = 6 + 15
21 = 21

(8 – 2) . 4 = 8 . 4 – 2 . 4
6 . 4 = 32 - 8
24 = 24

La división es distributiva respecto de la adición y sustracción solo a izquierda

(28 + 32) : 4 = 28 : 4 + 32 : 4
60 : 4 = 7 + 8
15 = 15

12 : (4 + 2) ≠ 12 : 4 + 12 : 2
12 : 6 ≠ 3 + 6
2 ≠ 9

Ejercitación

4) Resolver aplicando la propiedad distributiva y verificar el resultado

a) 7 . (8 – 3 + 2) =
b) (16 + 24 – 20) : 4 =
c) (11 – 7 + 3) . 8 =
d) 48 : (8 + 4) =

Potenciación

Teoría : La potenciación expresa una multiplicación de factores iguales y el resultado es una potencia.

$\underbrace{a.a.a.a\ldots.a}_{\text{n vec}} = a^n$ $\qquad$ $a^0 = 1$

$5.5 = 5^2 = 25$ $\qquad$ $7.7.7 = 7^3 = 343$ $\qquad$ $2.2.2.2 = 2^4 = 16$

Un número se denomina cuadrado perfecto cuando es igual a otro elevado al cuadrado.

$9 = 3^2$ $\qquad$ $49 = 7^2$ $\qquad$ $64 = 8^2$

Un número se denomina cubo perfecto cuando es igual a otro elevado al cubo.

$27 = 3^3$ $\qquad$ $64 = 4^3$ $\qquad$ $125 = 5^3$

Ejercitación

5) Escribir como potencia y calcular los siguientes productos
a) 6.6.6. =
b) 17.17 =
c) 4.4.4.4 =
d) 11.11.11=
6) Calcular los primeros diez cuadrados y cubos perfectos.

a	1	2	3	4	5	6	**7**	8	9	10
a^2										
a^3										

Radicación

Teoría : La radicación es la operación que" deshace" la potenciación .
Para averiguar la raíz cuadrada de 36 se busca qué número natural elevado al cuadrado da 36

Ejercitación

7) Calcular las siguientes raíces

a) $\sqrt{64} =$ $\qquad$ b) $\sqrt[3]{8} =$ $\qquad$ c) $\sqrt[3]{64} =$ $\qquad$ d) $\sqrt[5]{32} =$ $\qquad$ e) $\sqrt{196} =$

f) $\sqrt[3]{1000} =$ g) $\sqrt[4]{625} =$ h) $\sqrt{400} =$

8) Resolver :

a) $\sqrt{8.5+3^2} =$ b) $\sqrt[3]{7^2+3.5} =$

c) $\sqrt{12^2+5^2} =$ d) $\sqrt[3]{10^2+5^2} =$

e) $\sqrt[4]{11^2-5.2^3} =$ f) $\sqrt{6^3+7^2-3^2} =$

Propiedades de la potenciación

Propiedad	Simbólicamente	Ejemplo
Producto de potencias de igual base	$a^n.a^m = a^{n+m}$	$3^2.3^3 = 3^{2+3} = 3^5$
Cociente de potencias de igual base	$a^n a^m = a^{n+m}$	$4^7 : 4^4 = 4^{7-4} = 4^3$
Potencia de otra potencia	$(a^n)^m = a^{n.m}$	$(2^3)^5 = 2^{3.5} = 2^{15}$
Distributiva respecto de la multiplicación	$(a.b)^n = a^n.b^n$	$(9.6)^3 = 9^3.6^3$
Distributiva respecto de la división	$(a:b)^n = a^n : b^n$	$(8:2)^5 = 8^5 : 2^5$

La potenciación **NO** es distributiva respecto de la adición y de la sustracción,

Ejercitación

9) Resolver aplicando las propiedades de la potenciación.

a) $3^3.3 =$ b) $5^6 : 5^4 =$ c) $4.4^3 =$ d) $6^4.6^5 : 6^7 =$ e) $(2.3)^3 =$

f) $(20:4)^2 =$ g) $(2^3)^4 : 2^6 =$ h) $(7.7^5) : 7^3 =$ i) $(3^2.3^3)^3 : (3^2)^6 =$

10) Resolver los siguientes cálculos combinados

a) $(1+2)^3 : 9 + (2.4-2) : 3 + \sqrt{15:3+2^2} =$ b) $\sqrt{20.2+3^2} + 2^3 - 20 : 5.3 + \sqrt[3]{5^2+2} =$

c) $(28:4+3) : 5 + (7-4)^2 + \sqrt{8^2:4+3^2} =$ d) $17 - (7.3-1) : \sqrt{100} + 2^5 : 2^3 + (12 : +1)^2 =$

e) $(3+7)^2 : \sqrt[3]{125} + (7.4-2^3) : 2^2 + 30 : 6 =$ f) $(5-3)^5 : 2^2 + (12-5.2).7 - \sqrt{12:4+7^0} =$

Lenguaje Coloquial y simbólico

El lenguaje coloquial es el que se utiliza en la vida cotidiana, y el lenguaje simbólico es el que utiliza la matemática. Está compuesto por números, letras y símbolos. Las letras representan números cuyo valor se desconoce.

Lenguaje Coloquial		Lenguaje simbólico
El doble de un número	_________________	$2.r$
La tercera parte de un número	________________	$m : 3$
El consecutivo o siguiente de un número	___________	$t + 1$
El anterior de un número	_____________________	$n – 1$

11) Expresar en lenguaje simbólico

a) La suma entre ocho y doce es veinte.
b) Nueve es menor que trece.
c) El doble de quince es treinta.
d) La diferencia entre catorce y seis es ocho.
e) La cuarta parte de cien es veinticinco.
f) El producto entre seis y siete es cuarenta y dos.
g) El cociente entre doscientos y cuarenta es cinco.
h) El cuadrado de siete es cuarenta y nueve.

12) Traducir al lenguaje simbólico y resolver.
a) La diferencia entre quince y siete.
b) El producto entre ocho y catorce.
c) La cuarta parte de ciento treinta y dos.
d) El quíntuple de veintinueve.
e) La diferencia entre el doble de diecisiete y veinticinco.
f) El cociente entre doscientos cuatro y el triple de cuatro.
g) El cuadrado del siguiente de doce.
h) El producto entre el anterior y el siguiente de dieciséis.
i) La suma entre el cubo de ocho y la mitad de cuarenta.
j) La tercera parte de la diferencia entre noventa y doce.

Ecuaciones

Teoría: Una ecuación es una igualdad en la que hay por lo menos una letra (incógnita) que representa un número desconocido.
Resolver una ecuación es encontrar el valor de la incógnita que verifica la igualdad.

Ejemplos de cómo se resuelve una ecuación.

a) $x + 7 = 18$	b) $3x = 24$	c) $x - 9 = 3$	d) $x : 2 = 8$
$x + 7 - 7 = 18 - 7$	$3x : 3 = 24 : 3$	$x - 9 + 9 = 3 + 9$	$x : 2 . 2 = 8 . 2$
$x = 11$	$x = 8$	$x = 12$	$x = 16$

Ejercitación

13) Resolver las siguientes ecuaciones :

a) $2x + 3 = 9$
b) $3x - 5 = 10$
c) $x + 4x = 7 + 13$
d) $2 + 7x - 3x = 18$
e) $9 + 5x - 4 + x = 23$
f) $10x - 5 - 2x = 9 + 5x + 7$

14) Plantear la ecuación y resolver.

a) Si al doble de un número se le resta el cuadrado de tres, se obtiene la mitad de cincuenta. ¿De qué número se trata?
b) Si a la tercera parte del dinero que tengo le sumo el cuádruplo de seis, obtengo el cuadrado de diez. ¿Cuánto dinero tengo?

Propiedad distributiva en la resolución de ecuaciones

Para resolver algunas ecuaciones, a veces, es necesario aplicar la propiedad distributiva.

a) $5.(x + 2) = 3.(x + 8)$	b) $(54x - 27) : 9 = 2.x + 17$
$5.x + 10 = 3.x + 24$	$6.x - 3 = 2.x + 17$
$5.x - 3.x = 24 - 10$	$6.x - 2.x = 17 + 3$
$2.x = 14$	$4.x = 20$
$x = 14 : 2$	$x = 20 : 4$
$x = 7$	$x = 5$

Ejercitación

15) Resolver cada ecuación aplicando la propiedad distributiva.

a) $3.(x + 2) = 12$ b) $(12.x - 8) : 2 = 14$ c) $(2.x - 5).4 = 20$

d) $2.(x - 4) = x + 7$ e) $7.(x - 1) = 3.x + 1$ f) $(x + 2) . 6 = 2.(10 + x)$

g) $(35.x - 50) : 5 = 2.x + 15$ h) $5.(x - 2) = 3.(x + 7) + 1$ i) $3.(2.x - 4) + 6.(x - 3) = 30$

Ecuaciones con potencias y raíces

Las ecuaciones con potencias o raíces se resuelven de la siguiente manera:

a) $x^2 = 49$ b) $x^3 = 216$ c) $\sqrt{x} = 5$ d) $\sqrt[5]{x} = 2$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{49}$ $\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{216}$ $\left(\sqrt{x}\right)^2 = 5^2$ $\left(\sqrt[5]{x}\right)^5 = 2^5$

x = 7 x = 6 x = 25 x = 32

Ejercitación

16) Resolver cada una de las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 - 1 = 8$ b) $\sqrt{x} - 3 = 4$ c) $x^4 : 8 + 1 = 33$ d) $3.\sqrt[4]{x} = 6$

e) $2.x^3 + 1 = 55$ f) $\sqrt{x+2} = 3$ g) $(x+1)^3 = 64$ h) $\sqrt[3]{x-4} - 1 = 4$

17) Plantear la ecuación y resolver:

a) El anterior del cuadrado de un número es igual al triple de dieciséis. ¿Cuál es el número?

b) El cuadrado del siguiente de un número es igual al siguiente de ochenta. ¿Cuál es el número?

c) La superficie de un cuadrado es e 196 cm ^{2} .Cual es su perímetro?

d) La mitad del cubo de un número es ciento ocho. ¿Cuál es el número?

e) El siguiente del cuadrado de un número es igual al doble de trece. ¿Cuál es el número?

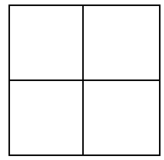
f) El cuadrado del siguiente de un número es igual al cubo de cuatro. ¿Cuál es el número?

g) La superficie de un cuadrado es de 225 cm ^{2} .¿Cuál es su superficie?

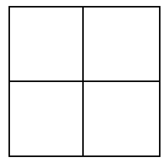
h) La tercera parte del cubo de un número es setenta y dos. ¿Cuál es el número?

Preguntas y respuestas

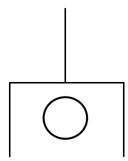
1) Cambia de lugar 2 de los 12 palillos y haz que queden formados 7 cuadrados.



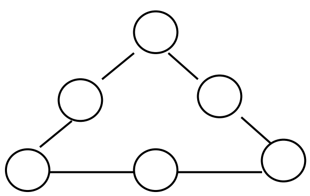
2) Cambia de lugar 4 de los 12 palillos y haz que queden formados 3 cuadrados iguales.



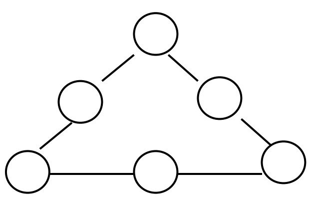
3) La siguiente figura representa una palita de basura, dentro de ella hay un papel. Cambiando de posición 2 palitos de la palita, el papel debe quedar afuera. ¿Qué palitos debes cambiar?



4) Escriba los números del 1 al 6 de tal manera que la suma de cada lado dé 9. Solo puedes usar cada número una vez.



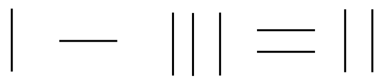
5) Escriba los números del 1 al 6 de tal manera que la suma de cada lado dé 10. Solo puedes usar cada número una vez.



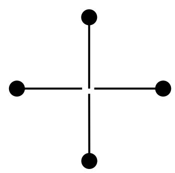
6) Sonia es hija de Manuel y éste es hijo de Alberto que es esposo de Raquel. Si Alberto desposó una sola mujer entonces Sonia es de Raquel su :……………..

7) ¿Qué parentesco tiene conmigo un joven que es el hijo de la esposa del único vástago de mi abuela?

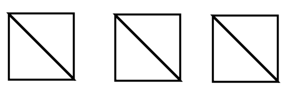
8) Mueve un palito y logra que la igualdad sea correcta.



9) Moviendo solamente un palito de fósforo obtener un cuadrado perfecto.

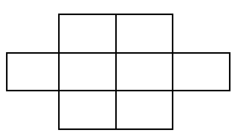


10) Retirar 5 palitos de fósforos y obtener uno.



11) Usando 8 cifras 8 y únicamente, utilizando la adición obtener 1.000.

12) Colocar los números del 1 al 8 en cada uno de los casilleros de la figura (sin repetir), de tal manera que dos números consecutivos no estén juntos.

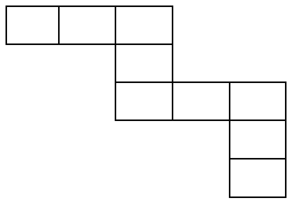


13) Cambiar de posición 3 puntos para que la figura 1 se transforme en la figura 2.

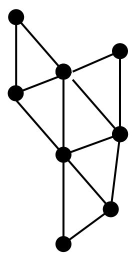
X
X X
X X X
X X X X

X X X X
X X X
X X
X

14) Colocar los dígitos del 1 al 9 (uno por casillero) para que la suma de cada fila horizontal o vertical sea igual a 13.



15) Retira 3 de los 13 palillos y haz que queden formados solo 3 triángulos



Unidad 2 : Múltiplos y divisores

Los múltiplos de un número se obtienen multiplicando dicho número por cualquier otro número natural.

a) 4.5 = 20, entonces, 20 es múltiplo de 4 y 5.
b) 9.3=27, entonces 27 es múltiplo de 9 y 3.

El 0 es múltiplo de todos los números.
Un divisor es un número que divide exactamente a otro

a) 6 es divisor de 18, porque 18:6=3.Por lo tanto 18 es divisible por 6 y por 3.
b) 7 es divisor de 35, porque35:7=5.Por lo tanto 35 es divisible por 7 y por 5.

Criterios de divisibilidad

Los criterios de divisibilidad sirven para conocer si el número se puede dividir por otro sin realizar la división

Un número se puede dividir por	Cuando	Ejemplos
2	Su última cifra es 0 o número par	150 - 3.258 - 23.554
3	La suma sucesiva de sus cifras es 3, 6 o 9	513--5+1+3=9 765--7+6+5=18--1+8=9
4	Sus dos últimas cifras son 0 o múltiplos de 4	300 - 408 - 2.536
5	Su última cifra es 0 o 5	380 - 4.215 - 31.600
6	Es divisible por 2 y por 3, simultáneamente	714 – 900 - 4.002
8	Sus tres últimas cifras son 0 o múltiplos de 8	5.000 - 7.800 - 13.032
9	La suma sucesiva de sus cifras es 9	261---2+6+1=9 8.766---8+7+6+6=2+7=9
10	Su última cifra es 0	790 - 6.110 - 53.000
11	La diferencia entre la suma de las cifras que ocupan los lugares pares e impares es 0 u 11	8.415 – (8+1)-(4+5)= =9-9=0 9.482 – (9+8)-(4+2)= =17-6=11
12	Es divisible por 3 y por 4, simultáneamente	132 - 6.408 - 17.100
15	Es divisible por 3 y por 5, simultáneamente	810 - 2.115 - 7.800

Ejercitación

1) Tachar los números que no cumplen con la condición pedida
a) Es múltiplo de 9:

69	9	0	27	109	3	63	450	6	99

b) Divisor de 60:

45	30	0	10	25	3	60	120	15	4

c) Múltiplo de 15:

25	1	30	60	40	5	3	90	45	100

d) Divisor de 100:

15	50	25	100	0	30	10	200	75	1

2) Completar las siguientes frases:
a) Si 40 es múltiplo de 8, entonces, 8 es _____________de 40.
b) Si 9 es divisor de 36, entonces, 36 es ______________de 9.
c) Si 30=2 . 15; entonces 2 y 15 son____________ de 30.
d) Si 100=25 . 4 ; entonces, 100 es _____________ de 4 y de 25.
e) Si 20 es divisible por 4; entonces, 4 es __________ de 20

3) Colocar verdadero o falso según corresponda:

a)5 es múltiplo de 20. ( ) e) 15 es divisor de 75 ( ) i)102 es múltiplo de 3 ( )
b) 56 es divisible por 8 ( ) f) 1 es múltiplo de 9 ( ) j)18 es divisor de 3 ( )
c)0 es divisor de 7 ( ) g) 42 es divisible por 6 ( ) k) 200 es múltiplo de 25 ( )
d)3 no es múltiplo de 9 ( ) h) 7 es divisor de 63 ( )( ) l) 54 es divisible por 6 ( )

4) Marque con una x la columna que corresponda:

Divisible por	2	3	4	5	6	8	9	10	11	12	15
204											
405											
704											
1.000											
1.800											
2.750											
3.420											
8.415											

5) Escribir tres números que cumplan las siguientes condiciones:
a) Tiene cuatro cifras distintas, termina en siete y es múltiplo de nueve
b) Tiene cinco cifras distintas, termina en uno y es múltiplo de once

Números Primos , compuestos y coprimos

Un número natural es primo cuando solo es divisible por 1 y por sí mismo, es decir, cuando tiene solo dos divisores: 2,7,11,13,23, y 31 son primos.

Un número es compuesto cuando no es primo. Es decir, cuando tiene más de dos divisores: 9,12,20 y 48 son números compuestos.
El número 1 no es primo ni compuesto.
Dos números son coprimos cuando no tiene divisores en común.

Ejercitación

6) Tachar los números que no son primos

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

7) Marcar con una x los pares de números que son coprimos:

a)2 y 15 ( ) d) 18 y 27 ( ) g) 25 y 36 ( ) j) 43 y 61 ( )
b)8 y 12 ( ) e) 11 y 38 ( ) h) 47 y 100 ( ) k) 28 y 55 ( )
c)10 y 15 ( ) f) 21 49 ( ) i) 50 y 64 ( ) l) 57 y 102 ( )

Factoreo de un número

Factorear un número es expresarlo como un producto de factores primos.

a)8=2.2.2 = 2^3 b) 18=2.3.3=2.3^2 c) 30=2.5.3

Un número se pude factorear de la siguiente manera:

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

60=2.2.3.5=$2^2.3.5$

Ejercitación

8) Marcar con una x los números que están correctamente factoreados

a)12=4.3 [ ] d) 36=2.2.3.3 [ ] g) 50= 2.5.5 [ ]
b)15=3.5 [ ] e) 42 = 6.7 [ ] h) 80 = 2.2.2.10 [ ]
c)16=2.2.4 [ ] f) 45 = 15.3 [ ] i) 90= 9.2.5 [ ]

9) Factorear correctamente los números mal factoreados

10) Unir cada número con su correspondiente factoreo

a)90 $2^2.3^2.5$
b)150 $2.3^3.5$
c)120 $2.3.5^2$
d)270 $2.3^2.5$
e)300 $2^2.3.5^2$
$2^3.3.5$

Múltiplo común menor y divisor común menor
El múltiplo común menor (mcm) de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes.

Múltiplos de 10: 10-20-30-40-50-**60**-70-80-90 100-110-120………
Múltiplos de 15: 15-30-45-**60**-75-90- 105-120-135-150………
Múltiplos de 20: 20-40-**60**-80-100-120-140-160-180-200…….
El mcm entre 10, 15 y 20 es **60**____mcm(10,15y 20) = 60

Una manera práctica de hallar el mcm es :

10	15	20	2
5	15	10	2
5	15	5	3
5	5	5	5
1	1	1	

mcm(10,15,20)= $2^2.3.5$

Ejercitación

11) Calcular :

a)mcm(18,24)= b) mcm(30,45)= c)mcm(12,20,45)= d)mcm=(25,35,40)=

El divisor común mayor (dcm) de dos o más números es el mayor de los divisores comunes
Divisores de 16: 1_2_**4**_8 y 16
Divisores de 20: 1_2_**4**_6_8_12 y 24
Divisores de 24: 1_2_**4**_6_8_12 y 24
El dcm entre 16, 20 y 24 es **4** _____dcm(16,20,24)=**4**
Una manera práctica de hallar el dcm de dos o más números es la siguiente:

16	20	24	2*
8	10	12	2*
4	5	6	2

2 1	5 5 5 1	3 3 1	2 3 5

Dcm(16,20,24)=2.2=4

Ejercitación

12) Calcular:

a)dcm(24,72)= b) dcm(36,24)= c)dcm(16,20,28)= d)dcm(30,45,75)=

13) Completar la tabla

n	m	Mcm(n,m)	Dcm(n,m)
80	200		
90	300		
120	450		
180	270		

14)Plantear y resolver

a) En una ruta, hay carteles publicitarios cada 16 km y teléfonos para emergencia cada 40 km. Si en un peaje hay un cartel y un teléfono, ¿después de cuantos km volverán a coincidir ambos?

b)Macarena compró tres rollos de cintas de colores de 56 cm, 72 cm y 96 cm, para cortar el menor número de tiras iguales sin desperdiciar cinta. ¿cuántas tiras puede cortar?

c) Desde una terminal, salen cada 60 minutos micros hacia Córdoba; cada 90 minutos hacia Misiones; y cada 135 minutos, hacia Trelew. Si a las 8 de la mañana coincidieron las tres salidas, ¿a qué hora volverán a coincidir?

d) Diego tiene 36 películas de terror, 45 de ciencia ficción, 54 comedias y 63 de acción. Si las quiere guardar en la menor cantidad de cajas con igual cantidad de películas del mismo género, ¿cuántas cajas debe conseguir?

Unidad Nº3: Los números racionales

Una fracción es una manera de expresar un número racional y representa una parte de un entero.

Numerador $\underline{A}$ Cantidad de partes iguales que se toman del entero.
Denominador B Cantidad de partes en que se divide el entero.

Las fracciones **propias** representan una parte menor a un entero; las **impropias**, una parte mayor a un entero, y las **aparentes,** números enteros.

Propias: $\frac{3}{4}, \frac{8}{9}, \frac{11}{13}$

Impropias: $\frac{6}{5}, \frac{7}{3}, \frac{9}{5}$

Aparentes: $\frac{15}{5}, \frac{12}{4}, \frac{9}{3}$

Las fracciones impropias pueden representarse por medio de números mixtos.

$\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ $\frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$ $\frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$

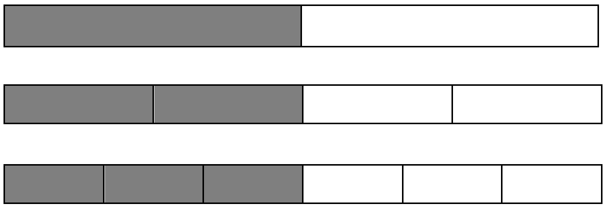
Para representar una fracción en la recta numérica, se divide la unidad en la misma cantidad de partes que el denominador de la fracción.

Ejercitación

1) Clasifique las siguientes fracciones:
   $\frac{5}{9}, \frac{7}{4}, \frac{13}{16}, \frac{16}{4}, \frac{45}{5}, \frac{5}{10}, \frac{23}{24}, \frac{12}{5}, \frac{7}{9}, \frac{21}{7}, \frac{4}{7}$
2) Exprese en forma de fracción impropia
   $a)3\frac{6}{7} =$ $b)4\frac{5}{9} =$ $c)4\frac{3}{8} =$ $d)2\frac{4}{11} =$
3) Exprese como número mixto
   $a)\frac{13}{7} =$ $b)\frac{23}{9} =$ $c)\frac{25}{6} =$ $d)\frac{14}{5} =$
4) Represente en la recta numérica
   $a)\frac{5}{6} =$ $b)\frac{8}{5} =$

Fracciones Equivalentes

Las fracciones **equivalentes** representan la misma parte de un entero



$\frac{1}{2}$

$\frac{2}{4}$

$\frac{3}{6}$

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}$$

Para obtener una fracción equivalente, se multiplica o divide el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número distinto de cero.

$a)\frac{2}{5}=\frac{2.3}{5.3}=\frac{6}{15}\rightarrow\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$ $\qquad$ $a)\frac{32}{40}=\frac{32:8}{40:8}=\frac{4}{5}\rightarrow\frac{32}{40}=\frac{4}{5}$

Una fracción es **irreducible** cuando no existe ningún número natural, distinto de 1, por el cual se pueden dividir el numerador y el denominador de la fracción. Por ejemplo $\frac{2}{5},\frac{5}{12}o\frac{7}{4}$. **Simplificar** una fracción es hallar su equivalente irreducible.

Ejercitación

5) Unir las fracciones equivalentes:

$a)\frac{3}{5}$	$\frac{20}{18}$
$b)\frac{20}{15}$	$\frac{45}{72}$
$c)\frac{5}{8}$	$\frac{5}{4}$
$d)\frac{35}{28}$	$\frac{4}{3}$
$e)\frac{2}{3}$	$\frac{16}{24}$
$f)\frac{56}{64}$	$\frac{7}{8}$
	$\frac{12}{20}$

6) Completar los casilleros

$a)\frac{4}{9}=\frac{[\ ]}{27}=\frac{28}{[\ ]}$ $\quad b)\frac{48}{64}=\frac{3}{[\ ]}=\frac{[\ ]}{16}$ $\quad c)\frac{[\ ]}{12}=\frac{2}{[\ ]}=\frac{18}{27}$ $\quad d)\frac{8}{[\ ]}=\frac{24}{18}=\frac{[\ ]}{3}$

Expresiones decimales

Una **expresión decimal** es otra manera de expresar un número racional. Se obtiene realizando la división entre el numerador y el denominador de una fracción.

__En algunas de estas divisiones, se obtiene una expresión con una cantidad finita de cifras decimales que se denominan **expresiones decimales finitas.**

$a)\frac{1}{5}=1:5=0{,}2$ $\quad b)\frac{7}{100}=1:100=0{,}07$ $\quad c)\frac{9}{4}=9:4=2.25$

__ En otras, se obtiene una expresión decimal con una cantidad infinita de cifras decimales repetidas que se denominan **expresiones decimales infinitas periódicas.**

$a)\frac{1}{3}=1:3=0{,}333....=0{,}\bar{3}$ $\quad b)\frac{13}{9}=13:9=1{,}444....=1{,}\widehat{4}$

$c)\frac{5}{11}=5:11=0{,}4545....=0{,}\overline{45}$

__Toda fracción cuyo denominador es la unidad seguida de ceros es una **fracción decimal**, y su expresión decimal es finita.

Por ejemplo: $\frac{7}{10}=0{,}7;\frac{18}{100}=0{,}18;\frac{3}{1000}=0{,}003 o \frac{239}{10}=23{,}9$

__Para que una fracción tenga una fracción decimal equivalente, en el factoreo de su denominador, solo debe haber como factores primos 2 o 5.

$a)\frac{7}{2}=\frac{7.5}{2.5}=\frac{35}{10}=3{,}5$ $\quad b)\frac{4}{5}=\frac{4.2}{5.2}=\frac{8}{10}=0{,}8$ $\quad c)\frac{3}{4}=\frac{3.5^2}{2^2.5^2}=\frac{75}{100}=0{,}75$

Ejercitación

7) Marcar con una x la expresión decimal de cada fracción

$a)\frac{2}{3}\rightarrow 0{,}6[\ ]$____$0{,}\widehat{6}[\ ]$____$0{,}0\widehat{6}[\ ]$ $\quad b)\frac{4}{5}\rightarrow 0{,}8[\ ]$____$0{,}4[\ ]$_____$0{,}2[\ ]$

$c)\frac{12}{10}\rightarrow 12{,}0[\ ]$____$0{,}12[\ ]$___$1{,}2[\ ]$ $\quad d)\frac{1}{20}\rightarrow 0{,}5[\ ]$_____$0{,}05[\ ]$_____$0{,}005[\ ]$

8) Hallar la fracción irreducible de cada expresión decimal

a)0,6= b) 1,8= c)0,04= d)3,5= e)2,25= f)0,008=
g)1,85= h)0.0075=

9) Hallar la expresión decimal de cada fracción decimal equivalente

a) $\frac{9}{2}=$ b) $\frac{7}{4}=$ c) $\frac{6}{25}=$ d) $\frac{6}{5}=$

e) $\frac{3}{8}=$ f) $\frac{13}{20}=$

Comparación de números racionales

Para comparar dos fracciones se pueden utilizar varios procedimientos.

- Se pueden buscar fracciones equivalentes a las dadas con igual denominador.

$$\frac{3}{5}\,y\,\frac{5}{7}\to \quad \frac{3}{5}=\frac{21}{35}\Rightarrow\frac{25}{35}\succ\frac{21}{35}\Rightarrow\frac{5}{7}\succ\frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{7}=\frac{25}{35}$$

- Se puede hallar la expresión decimal de cada fracción

$$\frac{5}{8}\,y\,\frac{3}{4}\to\frac{5}{8}=0{,}625;\frac{3}{4}=0{,}75\Rightarrow\frac{3}{4}\prec\frac{5}{8}$$

Ejercitación

10) Colocar $\succ o \prec$ según corresponda

a) $\frac{5}{9}[\ \ ]\frac{1}{2}$ b) $\frac{4}{7}[\ \ ]\frac{4}{9}$ c) $0{,}012[\ \ ]0{,}12$ d) $\frac{1}{3}[\ \ ]0{,}333$ e) $\frac{9}{20}[\ \ ]0{,}45$

f) $\frac{7}{11}=0{,}63$ g) $0{,}5[\ \ ]0{,}56$ h) $0{,}061[\ \ ]\frac{3}{5}$

Operaciones con fracciones

Para **sumar** o **restar** fracciones, se buscan fracciones equivalentes de igual denominador y luego se suman los numeradores.

a) $\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+\frac{2}{3}=\frac{2}{12}+\frac{9}{12}+\frac{8}{12}=\frac{9}{12}=1\frac{7}{12}$ b) $\frac{9}{5}-\frac{7}{10}-\frac{1}{4}=\frac{36}{20}-\frac{14}{20}-\frac{5}{20}=\frac{17}{20}$

Para **multiplicar** fracciones, se multiplican los numeradores y de denominadores entre sí. Antes de multiplicar, es conveniente simplificar.

a) $8.\frac{3}{5}=\frac{8.3}{5}=\frac{24}{5}$ b) $\frac{7}{5}.\frac{3}{4}=\frac{7.3}{5.4}=\frac{21}{20}$ c) $\frac{20}{9}.\frac{6}{25}=\frac{4.2}{3.5}=\frac{8}{15}$

Para **dividir** dos fracciones, se invierte el divisor y se multiplica.

a) $\frac{5}{3}:4=\frac{5}{3}.\frac{1}{4}=\frac{5.1}{3.4}=\frac{5}{12}$ b) $2:\frac{7}{9}=\frac{2}{7}.\frac{9}{7}=\frac{2.9}{7}=\frac{18}{7}$ c) $\frac{3}{4}:\frac{5}{9}=\frac{3}{4}.\frac{9}{5}=\frac{3.9}{4.5}=\frac{27}{20}$

Ejercitación

11) Resolver las siguientes sumas y restas :

a) $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{5}{8}=$ b) $2-\frac{7}{5}+\frac{1}{10}=$ c) $\frac{14}{9}-\frac{3}{2}+\frac{5}{6}=$ d) $1\frac{3}{8}+3\frac{1}{4}-2\frac{5}{6}=$

e) $\frac{5}{8}+3\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}=$ f) $5\frac{3}{5}-2\frac{14}{15}-1=$

12) Resolver las siguientes multiplicaciones y divisiones simplificando cuando sea posible;

a) $18.\frac{5}{24}=$ b) $\frac{15}{8}:9=$ c) $\frac{12}{5}.\frac{10}{9}=$ d) $\frac{6}{25}:\frac{12}{5}=$ e) $\frac{10}{21}.\frac{5}{6}.14=$ f) $\frac{16}{15}.\frac{10}{9}.\frac{3}{6}=$

g) $10:\frac{4}{3}.\frac{7}{5}=$ h) $\frac{20}{9}.\frac{12}{25}:\frac{8}{3}=$ i) $\frac{25}{98}:\frac{10}{21}.\frac{5}{4}=$

13) Plantear y resolver :
   a) Se reparten \$512 entre tres personas. Si una de ellas recibe la cuarta parte, y cada una de las otras la mitad del resto ¿cuánto recibe cada una?
   b) Una persona gasta la tercera parte de su dinero y aún le quedan \$48.¿cuánto dinero tenía?
   c) De un periódico de 64 páginas, 24 de ellas se dedican a publicidad. ¿qué parte del periódico no tiene publicidad?
   d) Una persona trabaja 42 horas semanales y de lunes a viernes trabaja un sexto de las horas por día ¿Cuántas horas trabaja el fin de semana?

14) Resolver las siguientes operaciones combinadas:

a) $\frac{1}{4}+\frac{12}{5}:4=$ b) $\frac{2}{9}.\frac{15}{8}-\frac{1}{6}=$ c) $\frac{2}{3}:\left(1-\frac{5}{9}\right)=$ d) $\frac{4}{3}-\frac{4}{5}.\frac{3}{2}=$

e) $\left(\frac{3}{10}+\frac{7}{6}\right).\frac{3}{11}=$ f) $6:\frac{12}{5}+\frac{3}{20}:\frac{1}{5}=$ g) $\frac{6}{5}-\frac{4}{15}.\frac{3}{8}+\frac{1}{10}=$

h) $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right):\frac{7}{2}+\frac{2}{9}=$

Operaciones con expresiones decimales

Para **sumar o restar** dos expresiones decimales finitas, se encolumna a partir de la coma decimal y luego se resuelve.

a) 6,28 + 13,7 + 0,643 =

```
   6,28
+ 13,7
   0,643
 20,623
```

b) 32,17 – 18,54 =

```
  32,17
– 18,54
  13,63
```

c) 4,3 - 2,458 =

```
  4,300
– 2,458
```

Para **multiplicar** dos expresiones decimales, se tachan las comas y se multiplican los números resultantes.
El producto tiene tantos lugares decimales como la suma de los lugares decimales de los factores.

0,05 . 0,7 = 0,035

Para **dividir** dos expresiones decimales, se corre la coma de tal manera que el divisor quede entero y se realiza la división.

a) 3 : 0,2 = 30 : 2 = 15 b) 2,4 : 3 = 0,8 c) 1,8 : 0,06 = 180 : 6 = 30

Ejercitación

15) Resolver los siguientes cálculos:

a) 2 . 0,2 = b) 0,1 – 0,05 = c) 0,08 : 2 = d) 1,7 – 1,2 = e) 1,2 : 3 =
f) 0,1 . 0,4 = g) 0,1 – 0,06 = h) 0,1 : 2 = i) 0,8 .0,5 = j) 50 . 0,01 =
k) 1,1 – 0,7 =

16) Resolver de manera decimal

a) $\frac{7}{4}+2{,}86-\frac{37}{20}=$ b) $1\frac{3}{5}-0{,}48+\frac{2}{25}=$ c) $\frac{1}{50}.15=$ d) $\frac{6}{5}:3=$

17)Resolver las operaciones combinadas:

a) 0,85. 0,4 – 0,187 = b) 7,2 – 1,3 .5 + 0,1 : 5 = c) (1,92 + 0,58) . 0,4 – 0,37 =
d) 0,054: (0,25 – 0,19) + 1,8 = e) (0,18 : 0,3 – 0,04) : 0,7 =
f) 0,5 . (2 – 0,4 . 0,7) + 1,54 =

18)Plantear y resolver :

a) Tres amigos compran un regalo de \$ 1.032,5. Si uno aporta \$ 238,5; y otro, el doble de esa cantidad, ¿Cuánto aporto el tercer amigo?
b) Un tanque de combustible tiene una capacidad de 54 litros. Si el litro de combustible cuesta \$ 44,25, ¿Cuánto cuesta cargar un cuarto de tanque?
c) Marcela pagó con \$ 500 un detergente de \$ 185,5 y tres botellas de lavandina, Si recibió \$43 de vuelto. ¿Cuánto cuesta cada botella de lavandina?
d) Fernando ahorró \$ 42 con 52 monedas de \$ 0,25 y el resto de \$0,50. ¿Cuántas monedas de \$ 0,50 tiene?
e) Un comerciante compra 18 cajas de hamburguesas por \$ 1.750. Si vende cada caja a \$ 132,50. ¿Cuánto gana si vende todas las cajas?

f) De un rollo de cinta de 62,7 m se cortan 23 tiras iguales y sobran 1,75 m. ¿Cuál es la longitud de cada tira de cinta?

Porcentaje

Para calcular el x % de una cantidad, se deben tomar x partes de las 100 en que se divide la cantidad.

Por ejemplo el 20 % de 300 es : $300.\frac{20}{100} = 300.0{,}2 = 60$

Entonces para calcular un porcentaje se puede multiplicar directamente la cantidad por una expresión decimal.

a) El 10 % de 90 es : 90. 0,10 = 9 b) El 30 % de 400 es : 400 . 030 = 120

c)El 50 % de 240 es : 240 . 0,50 = 120 d) El 75 % de 600 es : 600 . 0,75 = 450

Ejercitación

19) Calcular la fracción irreducible que se relaciona con cada porcentaje.

a) 5% b) 18% c) 50% d) 90% e) 8% f) 25% g) 40% h) 75%

20) Calcular los siguientes porcentajes.

a) El 6% de 200= b) El 15% de 180= c) El 22% de 250 = d) El 35% de 400=

e) El 60% de 350= f) El 80% de 450 =

Cálculo directo

Se puede calcular directamente un descuento o un recargo.

_ Con un 6% de recargo, se termina pagando el 106% del valor.

Por ejemplo, si el valor es $300, con un 6% de recargo: $300 . 1,06 = $318

_Con un 8% de descuento, se termina pagando 92% del valor.

Por ejemplo, si el valor es de $200, con un 8% de descuento: $200 . 0,92 =$184

Otras aplicaciones :

a) Con un 4% de descuento, se pagan $432. El precio sin el descuento es $432 : 0,92= $450.
b) Con un 5% de recargo, se pagan $399. El precio sin recargo es :$399 : 1,05 =$380

Ejercitación

21) Calcular directamente:

a) El valor de un tv de $5.600 con un descuento del 7%.

b) El importe de una cuota de $850 con un recargo del 12%.

c) El precio de una heladera que se abonó $5.974 con un recargo del 3%.

d) El precio de una aspiradora que se abonó $833 con un descuento del 2%.

22) Plantear y resolver los siguientes problemas:

a) Un barril de 60 litros contiene un 35% de jugo de fruta y el resto de agua. ¿Cuántos litros de agua hay en el barril?
b) Se compra una cocina de $4.500 con un recargo del 6%. Si se paga en 15 cuotas iguales, ¿Cuál es el valor de la cuota?
c) Para pintar una casa, hay 80 litros de pintura. Si el 45% es de color blanco; 28 litros, verde; y el resto, azul, ¿Cuántos litros hay de azul?
d) Una campera se compra con un 8% de descuento y se la paga $1.150. ¿Cuál es el precio de la campera?
e) El 40% de los invitados de una fiesta son niños, y hay 24 adultos. ¿Cuántas personas hay en la fiesta?
f) En un día, el 40% de los partidos de fútbol los gano el local; el 25%, el visitante, y hubo 7 empates. ¿Cuántos partidos se jugaron?

Potenciación y radicación de fracciones

Para elevar una fracción a un exponente, se eleva el numerador y el denominador

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

a) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{3^2}{7^2} = \frac{9}{49}$ b) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1^5}{2^5} = \frac{1}{32}$

La raíz de una fracción es la raíz del numerador y la del denominador.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

a) $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$ b) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{1}{3}$

Ejercitación

23) Resolver las siguientes potencias y raíces.

a) $\left(\frac{3}{10}+\frac{1}{2}\right)^2 =$ b) $\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{4}{9}} =$ c) $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)^3 =$ d) $\sqrt[4]{\frac{11}{27}-\frac{17}{81}} =$

24) Resolver las siguientes operaciones combinadas.

a) $1-\sqrt{\frac{1}{3}:\frac{2}{5}-\frac{7}{18}} =$ b) $\sqrt[3]{\frac{343}{8}}-\left(1+\frac{1}{2}\right)^2 =$ c) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{10}\right)^2+\sqrt{1-\frac{19}{100}} =$

d) $\sqrt[3]{1-\frac{7}{8}}-\frac{8}{9}.\left(1-\frac{1}{4}\right)^3 =$ e) $\frac{9}{10}.\sqrt{\left(1-\frac{3}{8}\right):\frac{18}{5}} =$ f) $\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{12}\right)^3+\sqrt[3]{\frac{512}{729}} =$

Potenciación y radicación de expresiones decimales

Para elevar una expresión decimal a una potencia, se aplica la definición de potenciación.

a) $0{,}03^2 = 0{,}03 . 0{,}03 = 0{,}0009$ b) $0{,}02^3 = 0{,}02 . 0{,}02 . 0{,}02 = 0{,}000008$

Regla práctica: la cantidad de lugares decimales de la potencia es igual al producto entre la cantidad de lugares decimales de la base y el exponente.

Para calcular la raíz de una expresión decimal, se aplica la definición de radicación.

a) $\sqrt{0{,}04} = 0{,}2;\ porque\ 0{,}2^2 = 0{,}04$ b) $\sqrt[3]{0{,}064} = 0{,}4;0,\ porque\ 0{,}4^3 = 0{,}064$

Regla práctica: la cantidad de lugares decimales de la raíz es igual a la cantidad de lugares decimales de la base dividido el índice.

Ejercitación

25) Resolver las siguientes operaciones combinadas.

a) $0{,}6.\sqrt{1-1{,}7.0{,}3} - 0{,}5^2 =$ b) $500.(0{,}5.0{,}2 - 0{,}08)^3 =$

c) $\sqrt[3]{0{,}8.0{,}7 - 1{,}6.0{,}03} - 0{,}7^3 =$ d) $0{,}018 : \sqrt{0{,}3^4 + 0{,}03^2 - 0{,}3^3.0{,}2} =$

Lenguaje coloquial y simbólico

Al utilizar fracciones en el lenguaje simbólico, puede haber más de una expresión que tenga el mismo significado.

Lenguaje coloquial		**lenguaje simbólico**
La mitad de treinta	$\rightarrow$	$30 : 2 = \frac{30}{2} = \frac{1}{2}.30 = 30.\frac{1}{2}$
La tercera parte de un número	$\rightarrow$	$n:3 = \frac{n}{3} = n.\frac{1}{3} = \frac{1}{3}.n = \frac{1}{3}n$
El triple de dos quintos	$\rightarrow$	$3.\frac{2}{5} = \frac{2}{5}.3$
La mitad de un tercio	$\rightarrow$	$\frac{1}{3}:2 = \frac{1}{3}.\frac{1}{2} = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}$
Tres cuartos de nueve quintos	$\rightarrow$	$\frac{3}{4}.\frac{9}{5} = \frac{9}{5}.\frac{3}{4}$

Ecuaciones con fracciones

Las ecuaciones con fracciones se resuelven de igual manera que con números naturales.
Ejemplos: (resolver con el profesor)

a) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = \frac{2}{5} + \frac{1}{2}$ b) $\frac{x+2}{3} = \frac{5}{6}$ c) $\frac{2x+1}{5} = \frac{x+9}{10}$

Ejercitación

26) Resolver las siguientes ecuaciones

a) $\frac{3}{8}x+\frac{3}{4}=\frac{5}{6}$ b) $\frac{x+3}{4}=\frac{7}{8}$ c) $x+\frac{2}{3}=\frac{5}{6}x+\frac{3}{2}$ d) $\frac{3x-4}{10}=\frac{x+2}{4}$

27) Plantear la ecuación y resolver
a) La suma entre un número y su tercera parte es veintiocho. ¿cuál es el número?
b) La cuarta parte del anterior de un número es siete. ¿de qué número se trata?
c) Guillermo gasta la cuarta parte de su dinero, y aún le quedan $78.¿cuánto tenía?
d) El triple de la mitad del siguiente de un número es veintiuno. ¿cuál es el número?

Unidad Nº 4 **: Geometría**

Breve Reseña:

En el antiguo Egipto y Babilonia, la geometría surgió como ciencia práctica relacionada con la agricultura.

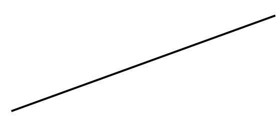
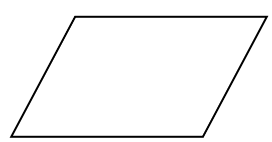
Fue en Grecia, sin embargo, donde se convirtió en una ciencia abstracta, alcanzando su máximo esplendor en la escuela de Platón. Se destacaron Thales de Mileto(639-545 AC) , uno de los 7 sabios de Grecia; Pitágoras(580-446AC)famoso el teorema que lleva hoy su nombre y Euclides, autor del libro "Elementos de la geometría" escrito alrededor de 3000 años antes de Cristo. Aunque Euclides desarrolló con atención la geometría plana o de dos dimensiones, otros matemáticos griegos desarrollaron la geometría especial o de tres dimensiones.

Si bien la geometría en sus inicios aparece para solucionar problemas concretos, de medición de tierra, construcción de viviendas, diseños urbanos, etc., nos permite apreciar infinidad de formas que se encuentran en el mundo que nos rodea.

En efecto, la geometría se encuentra en todas partes y el hombre la observa, la aprende, la admira y la comprende en todo el universo.

En el espacio que nos rodea descubrimos un lenguaje geométrico ilimitado a través del cual podemos representarlo.

Representación del punto, recta y plano

punto	.
recta	
plano	

El estudio de la geometría se inicia estableciendo ciertas relaciones que se consideran verdaderas propiedades tan claras y evidentes que no necesitan ser demostradas. Estas proposiciones se llaman axiomas.

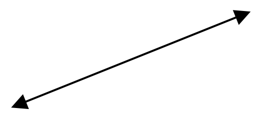
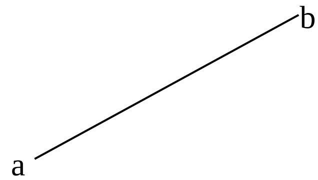
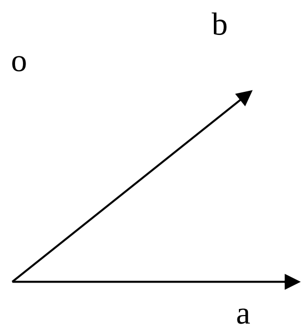
Ejemplos:

1. Existen infinitos puntos , infinitas rectas , e infinitos planos
2. Por un punto pasan infinitas rectas.
3. Por una recta pasan infinitos planos .
4. Dos puntos determinan una recta a la cual pertenecen.

5. Dos puntos que pertenecen a un plano determinan una recta incluida en el plano y lo divide en dos semiplanos

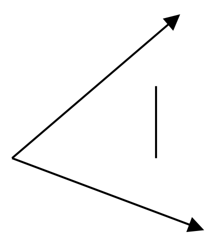
Otras propiedades y relaciones deben ser demostradas. Estas proposiciones se llaman teoremas.

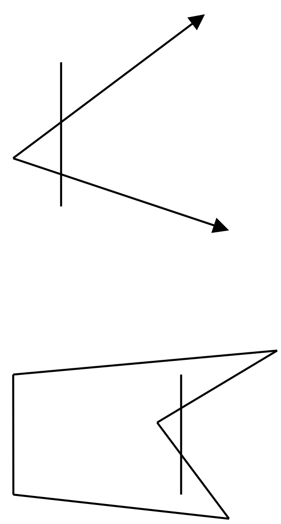
Semirrecta segmento, ángulo

Semirrecta		El punto o divide a la recta en dos semirrectas ob: semirrecta de origen o que pasa por b. oa : semirrecta de origen o que pasa por a
Segmento		Los puntos comunes a la semirrectas ab y ba determinan el segmento ab
Ángulo		O : vértice del boa ob y oa lados del boa

Figuras cóncavas y convexas

Convexas **Cóncavas**

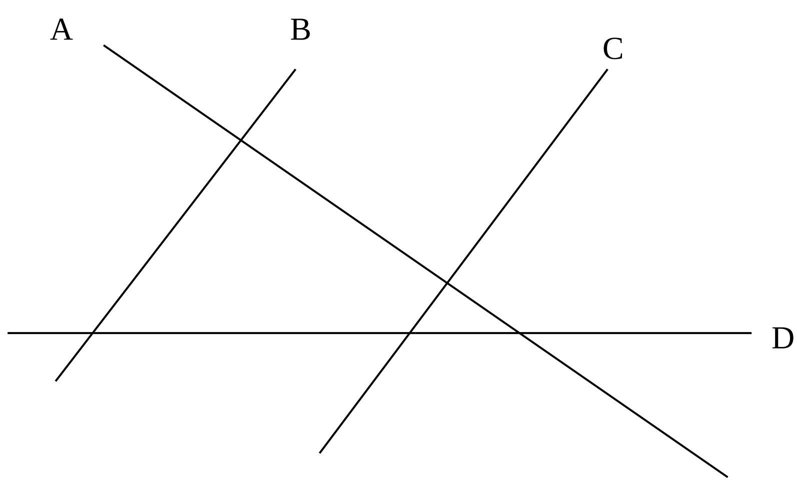


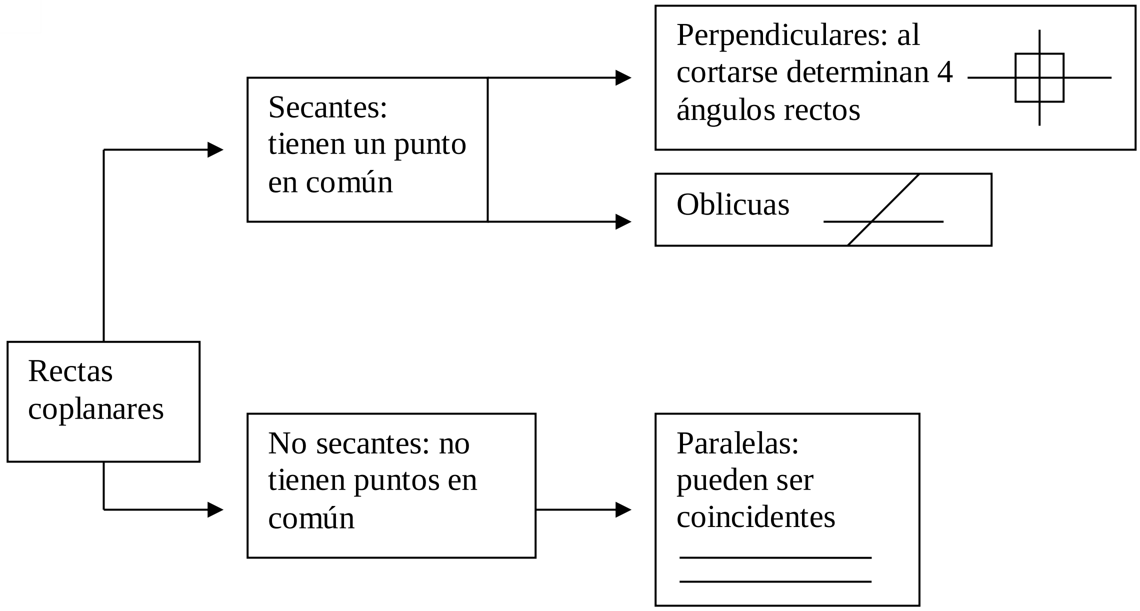


Una figura es convexa si todo segmento determinado por 2 puntos cualesquiera que pertenezcan a la figura queda dentro de la misma. De lo contrario es cóncava

Posiciones de las rectas en el plano

Las rectas A B C y D son coplanares porque están incluidas en un mismo plano, en caso contrario son no coplanares o alabeadas





Completar con paralelas // , perpendicular ⊥ y oblicua ／ .

a) B …….. C　　　　d) C ………… D

b) A ……... B　　　　e) B ………….. D

c) A ……… C　　　　f) D ………….. A

ACTIVIDADES

1) Grafiquen rectas paralelas y perpendiculares (el/la profesor/a les indicará los pasos a seguir en cada caso)

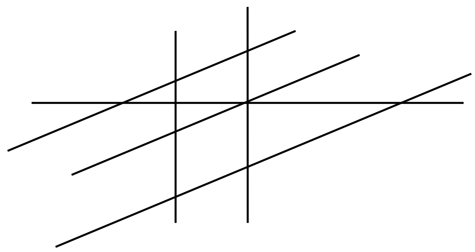
2) Grafiquen la siguiente situación y completen la tabla:

M // N ; N ∠ P ; P ⊥ Q ; Q // R

	M	N	P	Q	R
M					
N					
P					
Q					
R					

3) Completen con la relación que corresponda:

a)



a) $\left.\begin{array}{l} A\perp C\\ B\perp C\end{array}\right\}\rightarrow A\ldots\ldots\ldots B$

b) $\left.\begin{array}{l} A\angle D\\ D// E\end{array}\right\}\rightarrow A\ldots\ldots\ldots E$

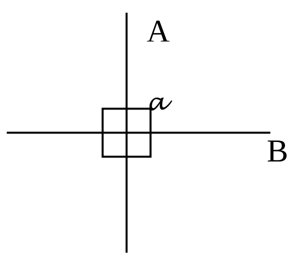
c) $\left.\begin{array}{l} D// E\\ E// F\end{array}\right\}\rightarrow D\ldots\ldots\ldots F$

d) $\left.\begin{array}{l} A// B\\ B\perp C\end{array}\right\}\rightarrow A\ldots\ldots\ldots C$

4) Completen la tabla y grafiquen según los datos dados:

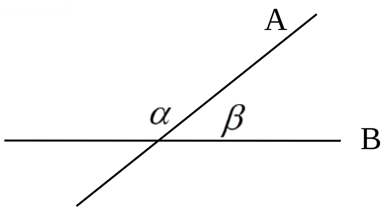
	A	B	C	D
A		$\perp$		
B				
C		$//$		$\angle$
D				

CLASIFICACIÓN DE ÁNGULOS CONVEXOS



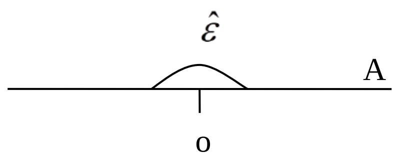
$A\perp B\rightarrow\hat{\alpha}=1\mathrm{Re}cto$

$\hat{\alpha}=90^{\circ}$



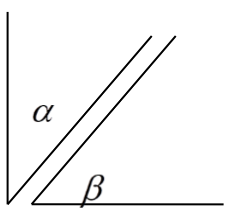
$$A\angle B \rightarrow \alpha \rangle 1 \text{ Re}\,cto$$
$$\hat{\alpha} : obtuso$$

$$A\angle B \rightarrow \beta \langle 1 \text{ Re}\,cto$$
$$\hat{\beta} : agudo$$



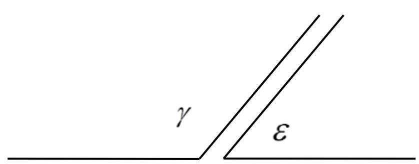
$$\hat{\varepsilon} = 2 \text{ Re}\,ctos$$
$$\hat{\varepsilon} : llano$$

Ángulos complementarios



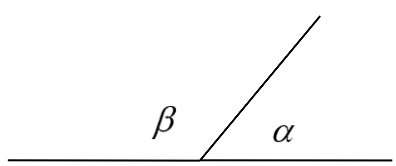
$$\alpha + \beta = 1 recto$$

Ángulos suplementarios



$$\gamma + \varepsilon = 2 rectos$$

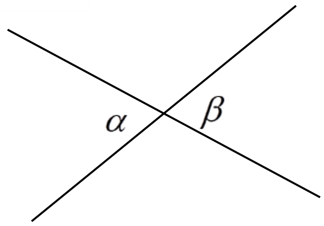
Ángulos adyacentes



$$\alpha + \beta = 180^{\circ}$$

Los ángulos adyacentes son los que tienen un lado en común y los otros dos son semirrectas opuestas.
Los ángulos adyacentes son complementarios.

Ángulos opuestos por el vértice



$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son opuestos por el vértice.
Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes.

UNIDADES SEXAGECIMALES

El origen del sistema sexagesimal de numeración es el que agrupa de 60 en 60.
Unidades de amplitud: 1º(grado) = 60´ y 1´ = 60”
Para medir ángulos usamos el sistema sexagesimal, cuyo grado se obtiene dividiendo un círculo completo en 360. De allí que un giro completo = 360º.

Adición	Sustracción	Multiplicación	División
25º 33´ 42´´ + 38º 45´ 53´´ 63º 78´ 95´´ 1´ ← 60´´ 79´ 35´´ 1º 60´ 64º 19´ **64º 19´ 35´´**	74 71 ~~14~~ ~~72~~º ~~15~~´ 60´´ 13º 48´ 36´´ 58º 26´ 24´´ **58º 26´ 24´´**	38º 25´ 32´´ x 3 114º 75´ 96´´ 1´ -60´´ 114º 76´ 36´´ 1º -60´ 115º 16´ 36´´ **115º 16´ 36´´**	106º 51´ 5´´ | 5 06º + 21º 22´13´´ 1º → 60´ 111´ + 11´ 1´→60´´ 65´´ 15 0 **21º 22´13´´**

Ejercitación básica

1) Calcule:

a) 25º 23´ + 34º 25´ 18” =	b) 22º 33´ 35” – 14º 40´ 12” =
c) 125º 42´18” + 35º 30´ 24” – 12º 20´40”	d) 90º - 24º 31´ 16´´=
e) 24º 25´ 12´´ x 2 =	f) 43º 31´ 12´´ : 3 =
g) 71° 22´ 12” + 65° 58´ 48” =	h) 121° 52´ 20” - 59° 59´ 24” =

i) 90° 52´ 12” + 60° 28´ 22” =	j) 164° 30´ 20” - 59° 29´ 24” =

2) Cada uno de los siguientes ángulos ha sido dividido en partes iguales, completen las siguientes oraciones:

a) la quinta parte de 48º 15´ 10´´ es: ………………………

b) la mitad de 165º es: ………………

c) la tercera parte de 39º 25´ 21´´ es: ……………………

d) la sexta parte de 642º es ……………………..

3) Halle la amplitud de un ángulo sabiendo que:

a) es el doble de un ángulo recto.

b) es 1 llano menos 36º

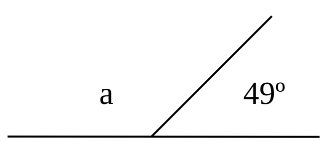
c) es el doble de 25º más un llano

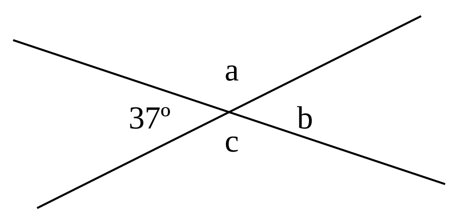
d) es la mitad de 122º menos el doble de 30º.

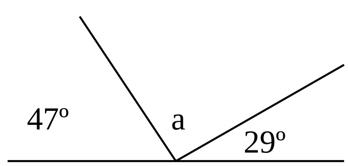
e) es igual a su complemento.

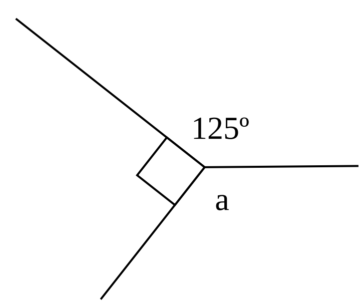
f) es el doble de su complemento.

4) Calcule la amplitud de los ángulos indicados







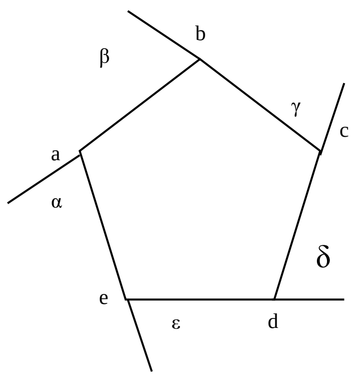


5) Completen la tabla

a	Complementario de a	Suplementario de a	Opuesto por el vértice con a
42º			
	15º 5´		
		112º 28´	
			35º 20´

Polígonos Convexos

Un polígono es una figura cuyos lados son segmentos



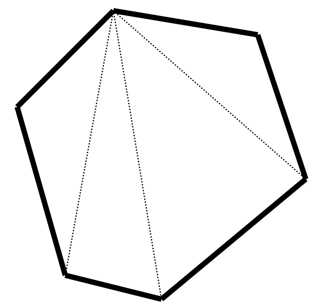
Elementos del Polígono:
Vértices: a,b,c,d,e

Lados: $\overline{ab}$, $\overline{bc}$, $\overline{cd}$, $\overline{de}$ y $\overline{ea}$
Ángulos interiores : $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{e}$.
Los ángulos exteriores son los adyacentes de los interiores.: $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\chi}, \hat{\delta}, \hat{\varepsilon}$

Cantidad de lados	Nombre
3	triángulo
4	cuadrilátero
5	Pentágono
6	hexágono
7	heptágono
8	octógono
9	eneágono
10	decágono
11	undecágono
12	dodecágono
15	pentadecágono
20	icoságono

Suma de los ángulos interiores (SAI)

Teoría:



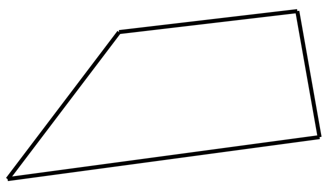
Un polígono se divide en n-2 triángulos. La suma de sus ángulos interiores es igual a la suma de los ángulos interiores de los n-2 triángulos.
La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180º, entonces:

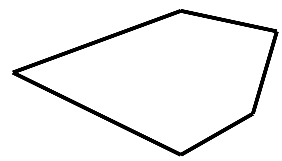
Suma de ángulos interiores es igual a **180º . (n-2)**

La suma de los ángulos exteriores de cualquier polígono es siempre 360º.

Ejercitación

1) Medir los ángulos interiores y exteriores de los siguientes polígonos y verificar las propiedades.





2) Calcule la suma de los ángulos interiores de los siguientes polígonos:

HEXÁGONO:

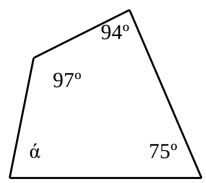
OCTÓGONO:

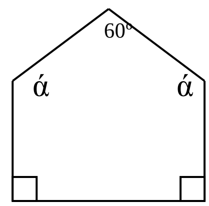
ENEAGONO:

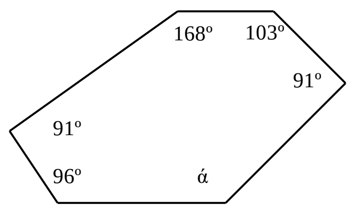
UNDECÁGONO:

PENTADECÁGONO:

3) Calcular la amplitud del ángulo ά







TRIÁNGULOS: construcciones y suma de ángulos interiores.

Según sus lados:
- Escaleno: tres lados distintos
- Isósceles: dos lados de igual longitud.
- Equilátero: tres lados de igual longitud.

Según sus ángulos:
- Acutángulo: sus tres ángulos agudos.
- Rectángulo: un ángulo recto.
- Obtusángulo: un ángulo obtuso.

Construcción:
- Dados los 3 lados
- Dados 2 lados y el ángulo comprendido

Ejercitación:

1- Dibuja cada triángulo con regla y compás. Luego clasifícalos según sus lados y según sus ángulos.

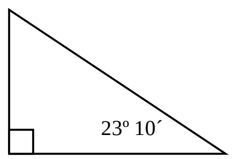
a) con 3 lados de 3,5 cm.
b) Con un lado de 8 cm y con otros dos lados de 5 cm.
c) Con un lado de 4,5 cm y sus dos lados adyacentes de 55º.

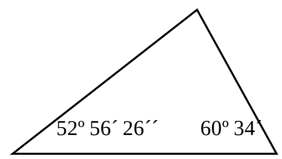
PROPIEDADES de los triángulos

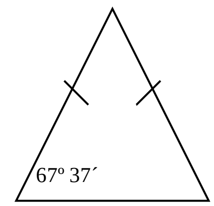
- La suma de los ángulos interiores es 180º.
- Cada lado es menor que la suma de los otros dos.
- El ángulo mayor se opone al lado mayor.
- Los ángulos opuestos a los lados de igual longitud tienen la misma amplitud.

Ejercitación:

2- Sin usar transportador, calcula en cada caso, la amplitud de los ángulos x. Luego clasifica los triángulos según sus ángulos.

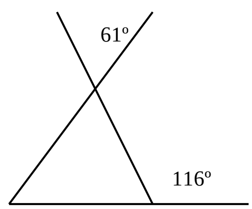


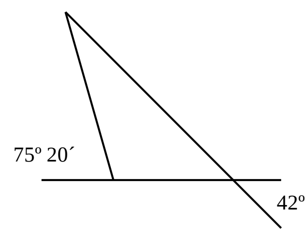




Las dos rayitas indican lados de igual longitud

3- Calcula las amplitudes de los ángulos interiores de cada triángulo sin usar transportador.





¿Podés construir un triángulo cuyos lados tengan las longitudes indicadas?

a) 3cm, 3cm, 7cm
b) 6cm, 5cm, 4cm

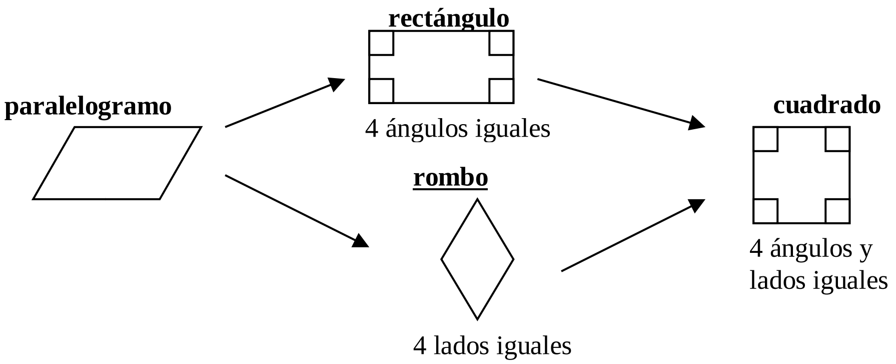
4- ¿Podés dibujar un triángulo que tenga dos ángulos rectos? ¿Por qué?

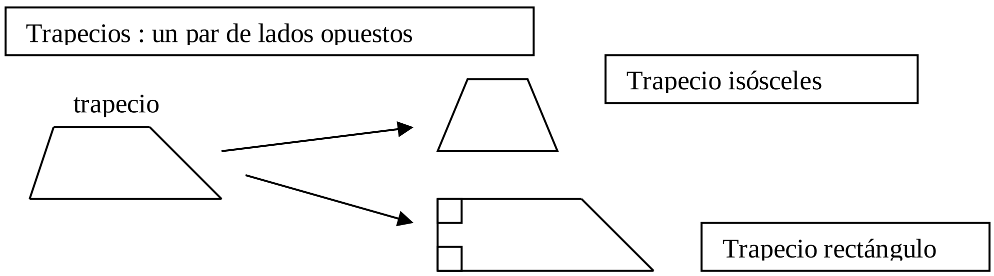
b) ¿Qué clase de ángulos tiene un triángulo rectángulo?

c) Un triángulo que tiene sus tres ángulos iguales, ¿cómo son sus ángulos? ¿cuánto miden cada uno?

Clasificación de Cuadriláteros

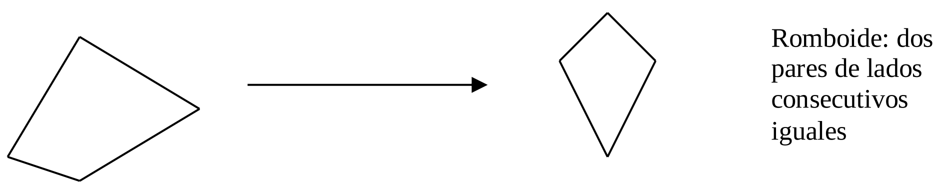
Paralelogramos: dos pares de lados opuestos





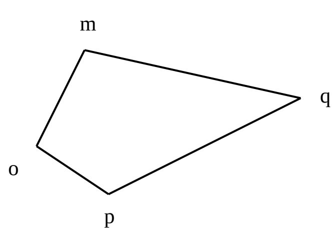
Trapezoides : ningún par de lados opuestos paralelos

trapezoide



Ejercitación

1) Escribir los datos pedidos de la siguiente figura



a) Lados opuestos

b)Ángulos opuestos

c)Lados consecutivos

2) Completar las siguientes frases
- Un paralelogramo que tiene sus lados iguales es un ………………
- Un trapecio que tiene dos ángulos rectos es un…………….
- Los lados paralelos de un trapecio se llaman………………..
- Un rectángulo que tiene sus lados iguales se llama…………….
- Un trapecio que tiene sus lados no paralelos iguales se llama………………..

UNIDADES DE LONGITUD

Teoría:

La unidad de longitud es el metro (m).
Los **submúltiplos** de la unidad se obtienen dividiéndola sucesivamente por 10.

$$1dm = \frac{1m}{10} \rightarrow 1dm = 0{,}1m \qquad 1cm = \frac{1m}{100} \rightarrow 1cm = 0{,}01m \qquad 1mm = \frac{1m}{1000} \rightarrow 1mm = 0{,}001m$$

Los **múltiplos** de la unidad se obtienen multiplicándola sucesivamente por 10.

En resumen:

mam – km – hm – dam – m – dm – cm - mm

El *perímetro* de un polígono es la suma de las longitudes de todos sus lados.

1) Unir las mismas unidades

5 cm .	. 500 m
5mm .	. 0,05 m
5 dm .	. 5000 m
0,05 km .	. 0,5 m
0,05 hm .	. 50 m
50 dam .	. 5 m
	. 0,005 m

2) Plantea y resuelve:

a) Si una tira de papel de 0,9 dam se corta en partes iguales de 360 mm cada una, ¿cuántas partes se cortan?

b) Si una persona de pasos de 45 cm, ¿cuántos pasos debe dar para recorren una distancia de 0,162 km?

c) Un cuadrado de 8 dm de lado tiene igual perímetro que un rectángulo cuya base mide 1m. ¿Cuál es la altura del rectángulo?

d) Un triángulo equilátero tiene igual perímetro que un pentágono regular cuyo lado mide 27 mm. ¿Cuál es la longitud de cada lado del triángulo?

e) Un cuadrado se corta en 9 cuadraditos iguales de 72 cm de perímetro cada uno. ¿Cuál es el perímetro del cuadrado?

UNIDADES DE SUPERFICIE

Teoría:

La unidad de superficie es 1 m^2, que es la superficie de un cuadrado de 1m de lado.

$$1m^2 = 100\,dm^2$$

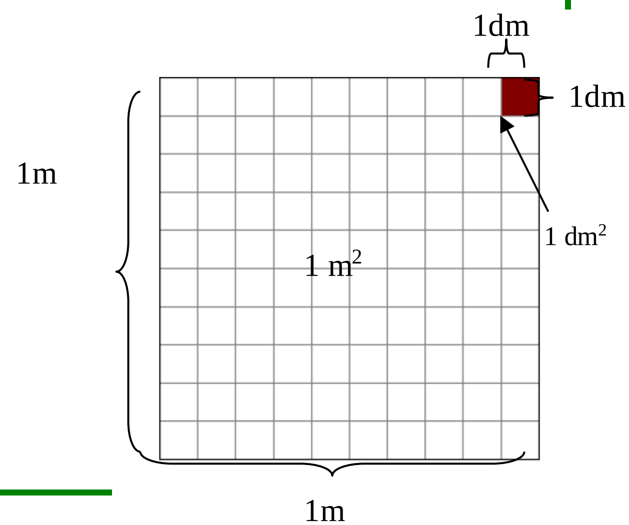
Los **submúltiplos** de la unidad se obtienen dividiéndola sucesivamente por 100.

Los **múltiplos** de la unidad se obtienen multiplicándola sucesivamente por 100.

En resumen:

Km^2 – hm^2 – dam^2 – m^2 – dm^2 – cm^2 - mm^2

0,000001 - 0,0001 - 0,01 - 1 - 100 - 10000 - 1000000



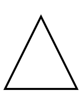
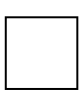
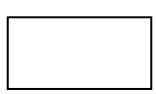
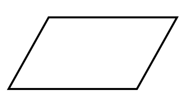
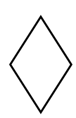
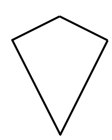
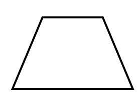
Colocar las unidades que correspondan en cada caso.

a) 0,25 dm^2 = 0,0025 $\boxed{\quad}$ c) 3 hm^2 = 30000 $\boxed{\quad}$ e) 1,7 m^2 = 17000 $\boxed{\quad}$

b) 600 $\boxed{\quad}$ = 0,0006 m^2 d) 95 $\boxed{\quad}$ = 0,0095 km^2 f) 0,00002 $\boxed{\quad}$ = 2000 cm^2

SUPERFICIE DE ALGUNOS POLÍGONOS

Teoría:

Triángulo	Cuadrado	Rectángulo	Paralelogramo	Rombo	Romboide	Trapecio
						
$\frac{B.H}{2}$	L^2	$B.H$	$B.H$	$\frac{D_1.D_2}{2}$	$\frac{D_1.D_2}{2}$	$\frac{(B_1+B_2).H}{2}$

Problemas:

Un rectángulo tiene 24 cm de largo y 18 cm de altura.
a) Calcular su perímetro. b) Calcular su superficie.

Dar las dimensiones de otro rectángulo que tenga:
a) Igual perímetro pero distinta superficie. b) Igual superficie pero distinto perímetro.
Plantear y resolver:

a) La superficie de un cuadrado es de 100 cm2. Si el rectángulo de 15 cm de base tiene igual perímetro que el cuadrado, ¿cuál es la superficie del rectángulo?

b) En un terreno rectangular de 120 m de largo y 80 m de ancho se construyen dos calles paralelas a los lados y perpendiculares entre sí, de 10 m de ancho, que se cruzan en el centro del terreno. ¿Qué superficie del terreno ocupan las calles?

c) En un campo de 2,8 km de largo y 1500 m de ancho, cada ha se vende a $20000. ¿Cuál es el valor del campo?

d) Para una habitación de 3,6 m de largo y 4,5 m de ancho se compran cerámicas cuadradas de 30 cm de lado. Si cada caja de 20 cerámicas cuesta $50, ¿cuánto se gastará en comprar las cerámicas para el piso de la habitación?

CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

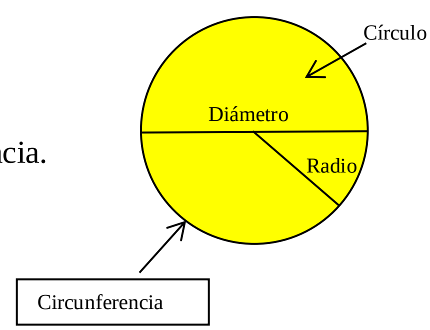
Teoría:

Una **circunferencia** son los puntos del plano que están en la misma distancia (radio) de un ponto fijo (centro).
El ***radio*** (r) es la mitad del ***diámetro*** (d), que es la mayor de las cuerdas de una circunferencia.

Longitud de la circunferencia: $2.\pi.r = \pi.d$

Un **círculo** es la figura delimitada por una circunferencia.

Superficie del círculo: $\pi.r^2 = \dfrac{\pi.d^2}{4}$



Plantear y resolver:

a) Una rueda tiene un diámetro de 50 cm. ¿Cuántos kilómetros recorre si da 5000 vueltas?

b) De un cartón cuadrado de 84 cm de lado se corta el mayor círculo posible. ¿Qué superficie sobra de cartón?

c) Si de un círculo de cartón de 6 cm de diámetro se recorta el mayor rombo posible. ¿Cuál es la superficie de cartón sobrante?