Asignatura: *Matemática.* ***Profesora:*** *Cecilia Vallejo.*

Cursos: *4° “B”*

Guía N°1: ***“Números Complejos”***

Como ya sabemos, las raíces de base negativa e índice par no tienen solución en el conjunto de los números reales. Ejemplos: $\sqrt{-4}$; $\sqrt{-25}$; $\sqrt[4]{-16}$; etc. No existe ningún número real que elevado a una potencia par de por resultado un número negativo.

Es por eso, que con el fin de encontrar solución a ecuaciones tales como la que se presentará a continuación es que nace un nuevo número al que llamaremos ***i.***

Observa con atención:

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = -1$$

$$x = \sqrt{-1} \longrightarrow \text{unidad imaginaria “ } \mathbf{i} \text{ ”}$$

En la calculadora obtenemos “error” al intentar calcular $\sqrt{-1}$ por lo que dijimos al comienzo de la guía.

Por lo tanto, llamaremos: $\boldsymbol{i = \sqrt{-1}}$ entonces: $\boldsymbol{i^2 = -1}$

De esta manera podremos encontrar la solución a las siguientes raíces. Veamos un ejemplo:

$$\sqrt{-4} = \sqrt{4\,.(-1)} = \sqrt{4}\ .\ \sqrt{-1} = \mp \boldsymbol{2i} \quad es\ decir\ \ 2i\ ;\ -2i.$$

Definimos entonces al conjunto de los ***números complejos*** al conjunto de los números de la forma:

$$z = a + bi$$

Con la letra $\boldsymbol{z}$ llamaremos a cualquier número complejo.

Con $\boldsymbol{i}$ simbolizamos a la unidad imaginaria y verifica que $\boldsymbol{i}^2 = -\mathbf{1}$.

Con la letra $\boldsymbol{a}$ simbolizamos la ***parte real*** del número complejo. Esto es:

$$\boldsymbol{Re}\ (\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{a}$$

Con la letra $\boldsymbol{b}$ simbolizamos la parte imaginaria de $\boldsymbol{z}$. Esto es:

$$\boldsymbol{Im}\ (\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{b}$$

Ejemplos:

z_1	z_2	z_3
$\boldsymbol{z_1 = 2 - 3i}$	$\boldsymbol{z_2 = \frac{2}{3}i}$	$\boldsymbol{z_3 = -5}$
$\boldsymbol{Re}\ (\boldsymbol{z_1}) = \mathbf{2}$	$\boldsymbol{Re}\ (\boldsymbol{z_2}) = \mathbf{0}$	$\boldsymbol{Re}\ (\boldsymbol{z_3}) = -\mathbf{5}$
$\boldsymbol{Im}\ (\boldsymbol{z_1}) = -\mathbf{3}$	$\boldsymbol{Im}\ (\boldsymbol{z_2}) = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$	$\boldsymbol{Im}\ (\boldsymbol{z_3}) = \mathbf{0}$

Observación:

Los subíndices **(** z_1 ; z_2 ; z_3 **)** que figuran en cada uno de los números es solo para diferenciarlos entre sí

Al conjunto de los números complejos lo definimos con la letra ***C*** *y está definido de forma tal que incluye a los números reales, representado por aquellos números complejos cuya parte imaginaria es nula como en el caso de* $\boldsymbol{z_3}$**.**

Un número complejo como $\boldsymbol{z_2}$, cuya parte real es nula, se llama ***imaginario puro***.

Complejos conjugados.

Dado un número complejo z, se define como su conjugado $\overline{\boldsymbol{z}}$ al complejo que tiene su parte real igual y su parte imaginaria opuesta. Esto es:

$$\text{Si } \boldsymbol{z = a + bi}\ entonces\ \overline{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{a - bi}$$

Ejemplo:

$$\text{Si } \boldsymbol{z = 3 - 2i}\ entonces\ \overline{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{3 + 2i}$$

Opuesto de un número complejo.

Dado un número complejo z, se define como su opuesto $-\boldsymbol{z}$ al complejo que tiene su parte real y su parte imaginaria opuesta. Esto es:

$$\text{Si } \boldsymbol{z} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{bi}\ entonces\ \ -\boldsymbol{z} = -\boldsymbol{a} - \boldsymbol{bi}$$

Ejemplo:

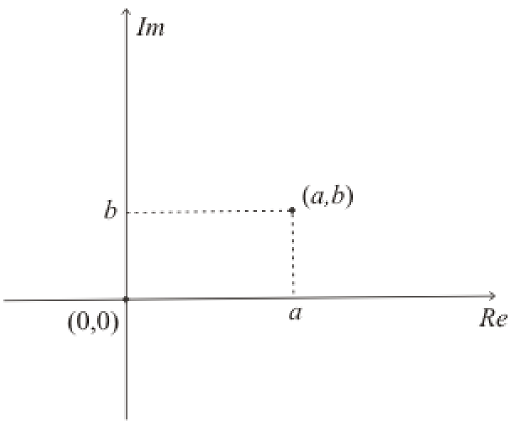
$$\text{Si } \boldsymbol{z} = -\boldsymbol{5} + \boldsymbol{i}\ entonces\ \ -\boldsymbol{z} = \boldsymbol{5} - \boldsymbol{i}$$

Expresión cartesiana y representación gráfica de un complejo.

A cada número complejo le corresponde un punto del plano. De esta manera:

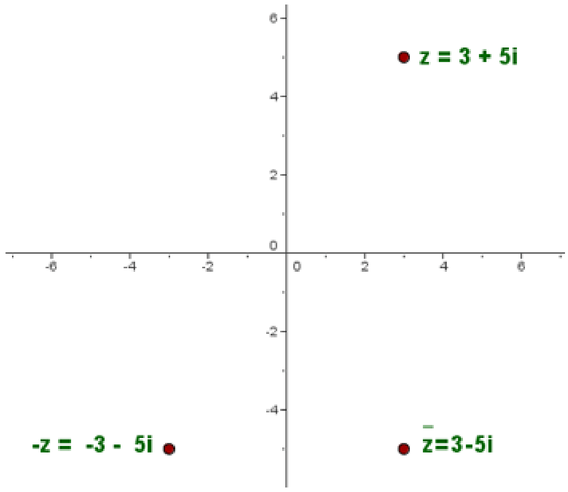
$$\textbf{si}\ \ \boldsymbol{z = a + bi\ entonces\ \ la\ expresi\acute{o}n\ cartesiana\ ser\acute{a}\ \ z = (a\,;b).}$$

$\boxed{\boldsymbol{Re}\ (\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{a}}$ $\boxed{\boldsymbol{Im}\ (\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{b}}$



Ejemplos: Observemos la representación gráfica de z, su conjugado y opuesto.

$$\boxed{\begin{gathered} z = 3 + 5i \\ \overline{z} = 3 - 5i \\ -z = -3 - 5i \end{gathered}}$$



Actividades

1. Resuelve las siguientes raíces e indica si pertenecen al conjunto de los números reales o complejos.

a) $\sqrt{-25} =$ c) $\sqrt[5]{-32} =$ e) $\sqrt{9} =$

b) $\sqrt[3]{-8} =$ d) $\sqrt{-5} =$ f) $\sqrt{-81} =$

2. Completa el siguiente cuadro.

$\boldsymbol{z}$	$\boldsymbol{\bar{z}}$	$\boldsymbol{-z}$
$-5i+3$		
	$2-6i$	
		$-\frac{2}{3}\,i$
	$-2-i$	

3. Escribe la expresión cartesiana de cada complejo.

a) $3+i = (\quad ; \quad)$

b) $-i = (\quad ; \quad)$

c) $2-\frac{1}{2}i = (\quad ; \quad)$

d) $3 = (\quad ; \quad)$

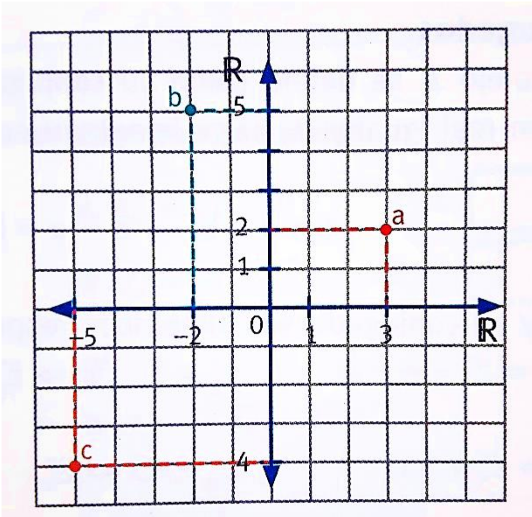
e) $-\frac{2}{3}\,i-5 = (\quad ; \quad)$

4. Escribe la expresión binómica de cada complejo observando la siguiente imagen.

a =

b =

c =



5. Escribe la expresión binómica de los siguientes números complejo.

a) $(-3\,;2) =$ b) $(0\,;5) =$ c) $(7\,;0) =$ d) $(-1\,;-2) =$

6. Hallar los números reales x e y que verifiquen la siguiente igualdad.

a) $(3 + xi) + (3i + y) = 5 + 2i$

b) $(3x\,;5y) = 21 + i$

c) $5x + 0{,}5i - \ (3 - yi) = \left(\frac{1}{3}\,;\frac{3}{2}\right)$

Antes de finalizar tu trabajo responde las siguientes preguntas:

- *¿Qué contenidos trabajaste en esta guía?*
- *¿Tuviste dificultades para realizar las actividades?*
- *¿Necesitaste ayuda para realizar la guía?*