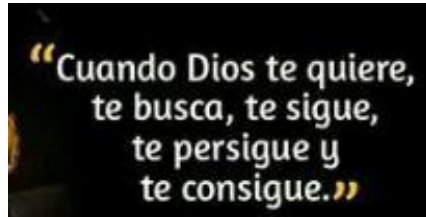


**Asignatura:** Matemática. **Profesoras:** Paola Sánchez, Cecilia Vallejo.  
**Cursos:** 4° "A", 4° "B".



## Potencias de la Unidad Imaginaria

Aplicando las propiedades de potenciación en  $\mathbb{R}$ , se puede hallar la potencia enésima de la unidad imaginaria  $i$

$$i^0 = 1$$

$$i^1 = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i$$

$$i^4 = i^3 \cdot i = -i \cdot i = -i^2 = -(-1) = 1$$

$$i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$$

$$i^6 = i^5 \cdot i = i \cdot i = i^2 = -1$$

$$i^7 = i^6 \cdot i = -1 \cdot i = -i$$

Y así sucesivamente se observa que las potencias de  $i$  son: 1,  $i$ ,  $-1$  y  $-i$  y se repiten periódicamente

$$\begin{array}{l} i^0 = 1 \\ i^1 = i \\ i^2 = -1 \\ i^3 = -i \end{array}$$

El resultado de elevar la unidad imaginaria a un número natural  $n$  es igual a elevarlo al resto de la división entre  $n$  y 4. Por ejemplo:

$$i^{75} = i^3 = -i$$
$$\begin{array}{r} 75 \quad | \quad 4 \\ \underline{\quad} \\ 3 \quad | \quad 18 \end{array}$$

**Actividad 1:** Une con la respuesta correcta.

- |                                     |               |
|-------------------------------------|---------------|
| a. $\sqrt{3} i^{35} \cdot i^{29} =$ | • -1          |
| b. $i^{23} : i^{13} =$              | • $\sqrt{3}i$ |
| c. $i^{30} \cdot i^{12} : i =$      | • 1           |
| d. $\sqrt{3} i^{18} : i^{13} =$     | • i           |
| e. $i^{12} \cdot i^{15} : i^{17} =$ | • $\sqrt{3}$  |
| f. $i^{13} : (i^4 \cdot i^{18}) =$  | • -i          |

## Operaciones con números complejos

### Suma y resta

Para sumar o restar dos o más números complejos, se deben sumar o restar por un lado las componentes reales entre sí y por otro lado, las componentes imaginarias. En símbolos:

**Por ejemplo:**

Dados  $z_1 = -3 + 5i$  y  $z_2 = -1 - 2i$  calcular:  $z_1 + z_2$  y  $z_1 - z_2$

**Resolución:**

$$z_1 + z_2 = (-3 + 5i) + (-1 - 2i)$$

$$z_1 + z_2 = (-3 - 1) + (5i - 2i)$$

$$z_1 + z_2 = -4 + 3i$$

$$z_1 - z_2 = (-3 + 5i) - (-1 - 2i)$$

$$z_1 - z_2 = (-3 + 1) + (5i + 2i)$$

$$z_1 - z_2 = -2 + 7i$$

**Actividad 2:** Resuelve las siguientes sumas algebraicas.

a.  $2i + 8i + (-3i) =$

b.  $5i + 1 - \frac{1}{3}i - 5 + 2i =$

c.  $(3 - i) - (4 + 3i) + (1 - 2i) =$

d.  $\left(\frac{1}{2} + 2i\right) + \left(-\frac{1}{3} + 4i\right) - \left(\frac{1}{2} - i\right) =$

## Multiplicación

Para multiplicar dos números complejos en forma binómica se aplica la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma y/o resta:

**Ejemplo:** Dados  $z_1 = -3 + 5i$  y  $z_2 = -1 - 2i$  calcular:  $z_1 \cdot z_2$

**Resolución:**

$$z_1 \cdot z_2 = (-3 + 5i) \cdot (-1 - 2i)$$

$$z_1 \cdot z_2 = -3 \cdot (-1 - 2i) + 5i \cdot (-1 - 2i)$$

$$z_1 \cdot z_2 = 3 + 6i - 5i - 10i^2$$

$$z_1 \cdot z_2 = 3 + i - 10 \cdot (-1)$$

$$z_1 \cdot z_2 = 3 + i + 10$$

$$z_1 \cdot z_2 = 13 + i$$

**Actividad 3:** Resuelve.

a.  $(-2 + 3i) \cdot (-2 - 3i) = \underline{\hspace{2cm}}$

b.  $(4 - 5i) \cdot (-2 - i) = \underline{\hspace{2cm}}$

c.  $(\sqrt{7} + \sqrt{5}i) \cdot (\sqrt{7} - \sqrt{5}i) = \underline{\hspace{2cm}}$

d.  $\left(5; \frac{3}{2}\right) \cdot \left(4; \frac{1}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

## División

Para dividir dos números complejos en forma binómica se multiplica al dividendo y al divisor por el conjugado del divisor, y luego se resuelven las operaciones resultantes.

**Ejemplo:** Dados  $z_1 = -3 + 5i$  y  $z_2 = -1 + 2i$  calcular:  $z_1 \div z_2$

**Resolución:** 
$$\frac{-3 + 5i}{-1 + 2i} = \frac{-3 + 5i}{-1 + 2i} \cdot \frac{-1 - 2i}{-1 - 2i} = \frac{-3 \cdot (-1 - 2i) + 5i \cdot (-1 - 2i)}{(-1)^2 - (2i)^2} = \frac{13 + i}{1 - 4i^2} = \frac{13 + i}{1 + 4} = \frac{13 + i}{5} = \frac{13}{5} + \frac{1}{5}i$$

**Actividad 4: Resuelve.**

a)  $\frac{4 + 2i}{4 - 2i} =$

b)  $\frac{2 + i}{3 - 2i} =$

c)  $\frac{(6 + 2i) \cdot (5 + 3i)}{2 + 2i} =$

***Antes de terminar, responde las siguientes preguntas:***

- a) ¿Qué aprendiste en esta guía? ¿Qué relación tiene con lo trabajado en la guía anterior?
- b) ¿Qué dificultades tuviste para comprender el tema?
- c) ¿Cuál de las operaciones te resultó más compleja? ¿Por qué?

