

Intervalos

La representación gráfica del conjunto de los números reales es en la recta numérica.

Dos números Reales a y b con $a < b$ se lee: " a menor que b ".

Ejemplo:

a) Expresar lo números reales que son menores que dos.

Se escribe $x < 2$.

b) Expresar los números reales mayores que -1 y menores que 3 . Se escribe $-1 < x < 3$

Los intervalos son subconjuntos de los números reales comprendidos entre dos valores fijos llamados extremos del intervalo, los extremos pueden o no pertenecer al intervalo.

Estas expresiones son subconjuntos de los números reales, llamados intervalos de la recta real.

DISTINTOS TIPOS DE INTERVALOS

Intervalos abiertos: Llamamos intervalo abierto $(a; b)$ al conjunto de los números \mathbb{R} mayores que a y menores que b , donde a y b son los extremos que NO pertenecen al intervalo, se escribe:

$$(a; b) = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\} \quad \text{---} (\text{---}) \text{---}$$

Intervalo cerrado: Llamamos intervalo cerrado $[a; b]$ al conjunto de los números \mathbb{R} mayores que a y menores que b , donde a y b son los extremos que SI pertenecen al intervalo, se escribe:

$$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\} \quad \text{---} [\text{---}] \text{---}$$

Se puede realizar las combinaciones con los extremos llamados **intervalos semiabiertos**.

$$(a; b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\} \quad \text{---} (\text{---}] \text{---}$$

$$[a; b) = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\} \quad \text{---} [\text{---}) \text{---}$$

Intervalos infinitos:

$$(-\infty; b) = \{x \in \mathbb{R} / x < b\}$$

$$(-\infty; b] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$$

$$(a; \infty) = \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$$

$$[a; \infty) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$$

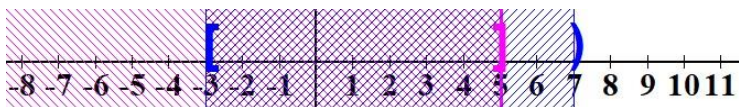
Nota: los intervalos no se expresan por extensión.

OPERACIONES CON INTERVALOS

La forma de trabajar será gráficamente y luego se expresará el resultado como intervalo.

Por ejemplo:

Dados los intervalos $A = (-\infty; 5]$ y $B = [-3; 7)$



Hallar:

$$A \cup B = (-\infty; 7) \quad (\text{todo})$$

$$A \cap B = [-3; 5] \quad (\text{los dos colores})$$

$$A - B = (-\infty; -3) \quad (\text{solo color lila}) \text{ observen que el } -3 \text{ pertenece al intervalo B, por eso colocamos)$$

$$B - A = (5; 7) \quad (\text{solo lo de color azul}) \text{ acá como el 5 pertenece al intervalo A, colocamos ($$

VALOR ABSOLUTO

Definición: Al valor absoluto del número real “ x ” denotaremos por $|x|$, y se define mediante la siguiente regla:

$$|x| = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Ejemplos:

$$|68| = 68$$

$$|-68| = -(-68) = 68$$

$$\left| \frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3}$$

$$\left| -\frac{2}{3} \right| = -\left(-\frac{2}{3} \right) = \frac{2}{3}$$

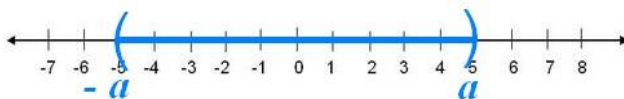
Propiedades

En los ejercicios utilizamos las propiedades del valor absoluto; son muchas, pero nosotros trabajaremos solo con dos

1) El valor absoluto de x es menor que un número a ; esto significa que el valor de x está comprendido entre $-a$ y a

Es decir, el x pertenece al intervalo abierto $(-a; a)$ En símbolos:

$$|x| < a \text{ entonces } -a < x < a \text{ esto significa } x \in (-a; a)$$

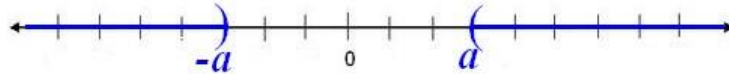


2) El valor absoluto de x es mayor que un número a ; esto significa que el valor de x es menor que $-a$ o x es mayor que a .

Es decir, el x pertenece al intervalo abierto $(-\infty; -a) \cup (a; +\infty)$

En símbolos:

$|x| > a$ entonces $x < -a$ o $x > a$ esto significa $x \in (-\infty; -a) \cup (a; +\infty)$



- a) si tenemos menor o igual el intervalo será cerrado, lo mismo si es mayor o igual.
 b) v significa “o”, que es la unión

CASO	MODELO	SOLUCIÓN
1	$ a < b$	$-b < a < b$
2	$ a \leq b$	$-b \leq a \leq b$
3	$ a > b$	$a < -b \cup a > b$
4	$ a \geq b$	$a \leq -b \cup a \geq b$

Desigualdades con Valor Absoluto

1. Resuelva: $|8 - 4x| \leq 5$.

$$|X| \leq p$$

Usamos esta regla.

$$|8 - 4x| \leq 5$$

Sustituimos

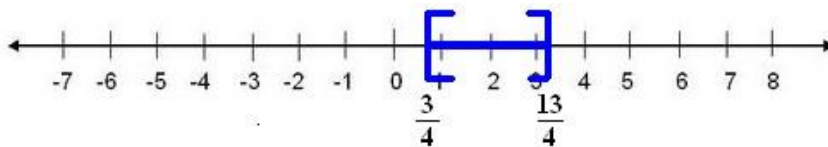
$$-5 \leq 8 - 4x \leq 5$$

$$-13 \leq -4x \leq -3$$

$$\frac{13}{4} \geq x \geq \frac{3}{4}$$

Dividimos por -4 e invertimos los símbolos de desigualdad

$$\left[\frac{3}{4}, \frac{13}{4} \right] = \left\{ x \mid \frac{13}{4} \geq x \geq \frac{3}{4} \right\} \text{ o } \left\{ x \mid \frac{3}{4} \leq x \leq \frac{13}{4} \right\}$$



2.

$$|X + 4| > 5$$

$$X + 4 > 5$$

$$X + 4 < -5$$

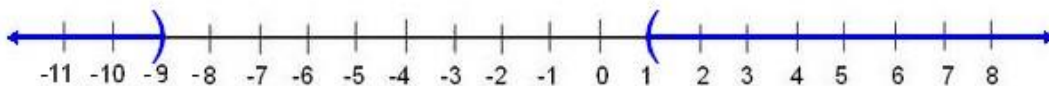
$$X > 5 - 4$$

$$X < -5 - 4$$

$$X > 1$$

$$X < -9$$

$$(-\infty; -9) \cup (1; +\infty)$$



Actividades

1) Resolver las operaciones:

- a) $[-8; 5] \cup (0; 9) =$
- b) $(-\infty; 4] \cap [-2; 7) =$
- c) $\left[-\frac{3}{2}; 5\right) - (0; \infty) =$
- d) $(-\infty; 5] - [2; 7) =$
- e) $[-2; 7] \cap (-4; 6) =$
- f) $(-5; 1) \cup (-3; 4) =$
- g) $(-1; \sqrt{2}] \cap (\sqrt{2}; 5) =$
- h) $(5; \infty) - (2; 5] =$
- i) $(5; \infty) \cup (-3; 5] =$
- j) $(-3; 5] - (5; \infty) =$

2) Dados los conjuntos:

$$X = \{x/x \in \mathbb{R} \text{ y } -2 < x \leq 4\}$$

$$Y = \{x/x \in \mathbb{R} \text{ y } |x| > 3\}$$

$$Z = \left\{x/x \in \mathbb{R} \text{ y } x \leq -\frac{1}{2}\right\}$$

Se pide:

- a) Expresar cada conjunto como intervalo.
- b) Efectuar las operaciones $X \cap Y$; $Z - X$.
- c) Escribir el resultado de cada operación anterior como intervalo.

3) Hallar el intervalo correspondiente al conjunto y representarlo gráficamente:

$$A = \left\{x/x \in \mathbb{R} \text{ y } \left|\frac{-3x + 1}{2}\right| > 2\right\}$$

$$B = \left\{x/x \in \mathbb{R} \text{ y } \left|\frac{x - 4}{3}\right| \leq 2\right\}$$

$$C = \{x/x \in \mathbb{R} \text{ y } |2x + 6| < 4\}$$