Asignatura: Matemática.

Cursos: 6 "A" y "B"

Profesora: Paola Sánchez.

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

- **PROPIEDAD 1:** $\log_b b = 1 \; porque \; b^1 = 1$

Ejemplo: $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1 \leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$

- **PROPIEDAD 2:** $\log_b 1 = 0 \; porque \; b^0 = 1$

Ejemplo: $\log_3 1 = 0 \leftrightarrow 3^0 = 1$

- **PROPIEDAD 3:** El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos.

$$\log_b (x.y) = \log_b x + \log_x y$$

Ejemplo: $\log_5 (5.25) = \log_5 5 + \log_5 25 = 1 + 2 = 3$

- **PROPIEDAD 4:** El logaritmo de un cociente es igual a la resta de los logaritmos.

$$\log_b (x:y) = \log_b x - \log_x y$$

Ejemplo: $\log_3 \left(\frac{81}{27}\right) = \log_3 (81:27) = \log_3 81 - \log_3 27 = 4 - 3 = 1$

- **PROPIEDAD 5:** El logaritmo de una potencia es igual a la multiplicación del exponente por el logaritmo de la base.

$$\log_b x^y = y.\log_b x$$

Ejemplo: $\log_6 216^4 = 4.\log_6 216 = 4.3 = 12$

- **PROPIEDAD 6:** El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo del radicando dividido en el índice de la raíz.

$$\log_b \sqrt[n]{x} = \frac{\log_b x}{n}$$

Ejemplo: $\log_3 \sqrt[4]{81} = \frac{\log_3 81}{4} = \frac{4}{4} = 1$

ACTIVIDADES:

1/ Indique V (verdadero) o F (falso)

a- $\log_3 7 + \log_5 9 = \log_8(7+9)$

b- $\log_3 24^2 = 2.\log_3 24$

c- $ln(3.27) = 3.\ln 27$

d- $\ln(10.11) = \ln 10 + \ln 11$

e- $\log_8 5^3 = 3.\frac{\log 5}{\log 8}$

f- $\log_9 41 = \frac{\log 41}{\log 9}$

2/ Resuelve aplicando propiedades

EJEMPLO: $\boldsymbol{\log_3(27.\sqrt{3}) = \log_3 27 + \frac{\log_3 3}{3} = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}}$

a- $\log_8\left(2.\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right) =$

b- $\log_3 \frac{\sqrt{3}.\frac{1}{9}}{81}$

c- $\log_2 \frac{8}{\sqrt{2}} =$

d- $\log_3 \frac{\sqrt[3]{3}.27}{81} =$

e- $\log\left(\frac{0{,}001}{\sqrt{10}}\right)^3 =$

3/ Exprese los siguientes logaritmos en función de a y b sabiendo que $\log_7 2$ = a y $\log_7 3$ = b

Nota: A continuación te daré un ejemplo de cómo resolver el ejercicio planteado, en este caso tienes el logaritmo en base 7 de 6, para poder calcularlo debes pensar como formar el 6 con los datos brindados, teniendo en cuenta las propiedades. Es un ejercicio que pone a prueba tu razonamiento y tú comprensión del tema. ¡Éxitos!

$ejemplo$: $\log_7 6 = \log_7(2.3) = \log_7 2 + \log_7 3$ = a + b

a- $\log_7 12$ =

b- $\log_7 72$ =

c- $\log_7 \sqrt{6} =$

d- $\log_7 \sqrt[3]{9}$ =

e- $\log_7(\sqrt{2}.\sqrt{3})$=

Ecuaciones logarítmicas

Las ecuaciones logarítmicas son aquellas en las que la incógnita aparece afectada por un logaritmo.

Para resolver ecuaciones logarítmicas, hay que tener en cuenta:

- Si dos logaritmos (en la misma base) son iguales, sus argumentos también.

$$\log_b(x) = \log_b(y) \rightarrow x = y$$

- El argumento de un logaritmo **debe ser positivo** (es recomendable **comprobar** que las soluciones no hacen que los argumentos sean no positivos).
- La base de un logaritmo debe ser positiva y distinta de 1.
- Las propiedades de los logaritmos.
- Si no se indica la base, consideraremos que es la decimal:

$$\log_{10} x = \log x$$

ECUACIÓN 1: El siguiente enlace te explica las ecuaciones del ejercicio N° 1 y 2

https://youtu.be/z5WDNFfSifo

Los ejemplos de las ecuaciones 2, 3 y 4 te permitirán realizar las ecuaciones propuestas en el ejercicio N°3

ECUACIÓN 2:

$$\mathbf{\log(2) + \log(x+3) = \log(x+5)}$$

La suma de dos logaritmos es el logaritmo del producto:

$$\log\big(2.(x+3)\big) = \log(x+5)$$

$$\log(2.x+6) = \log(x+5)$$

Como los dos logaritmos son iguales, sus argumentos tienen que ser iguales. Por tanto,

Resolvemos la ecuación de primer grado:

$$2x + 6 = x + 5$$

$$2x - x = 5 - 6$$

$$x = -1$$

Es recomendable que siempre puedas comprobar que los argumentos de los logaritmos de la ecuación inicial son positivos al sustituir la solución obtenida.

Comprobamos si la solución es válida:

$$x + 3 = -1 + 3 = 2 > 0$$

$$x + 5 = -1 + 5 = 4 > 0$$

La solución de la ecuación logarítmica es $x = -1$.

ECUACIÓN 3:

$$\mathbf{\log x + \log 2 = \log(x+10) - \log(3)}$$

Aplicamos la propiedad de la suma de logaritmos en la izquierda:

$$\log(x.2) = \log(x+10) - \log(3)$$

Y la propiedad de la resta en la derecha:

$$\log(x.2) = \log\left(\frac{x+10}{3}\right)$$

Como tenemos una igualdad de logaritmos, igualamos sus argumentos:

$$(x.2) = \left(\frac{x+10}{3}\right)$$

Resolvemos la ecuación lineal:

$$(x.2).3 = x + 10$$

$$6x = x + 10$$

$$6x - x = 10$$

$$5x = 10$$

$$x = 10:5$$

$$x = 2$$

La solución de la ecuación logarítmica es $x = 2$.

ECUACIÓN 4:

$$\mathbf{\log(x^2 + 3x + 2) - \log(x+1) = \log(1-x)}$$

Escribimos la resta de los logaritmos como el logaritmo del cociente de sus argumentos:

$$\log\left(\frac{x^2+3x+2}{(x+1)}\right) = \log(1-x)$$

Igualamos los argumentos y resolvemos la ecuación:

$$\frac{x^2+3x+2}{x+1}=1-x$$

El polinomio del denominador pasa al otro lado multiplicando:

$$x^2+3x+2=(1-x).(x+1)$$

Observad que en la derecha hay una suma por diferencia:

$$x^2+3x+2=(1-x).(1+x)$$

$$x^2+3x+2=1-x^2$$

$$x^2+x^2+3x+2-1=0$$

$$2x^2+3x+1=0$$

Resolvemos la ecuación de segundo grado completa:

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4.2.1}}{2.2}=\frac{-3\pm\sqrt{1}}{4}$$

Las soluciones son $x=-\frac{1}{2}x$ y $x=-1$. La solución $x=-1$ **no es válida** porque hace que algunos argumentos se anulen.

La solución de la ecuación logarítmica es $x=-\frac{1}{2}$

Ejercitación

1/ Une cada ecuación logarítmica con su solución.

a- $\log_3(x+2)=5$	$x=-3$
b- $\log_2(x-1)=3$	$x=1$
c- $\log_{\frac{1}{2}}(x+3)=-2$	$x=241$
d- $\log_2(-x-1)=1$	$x=9$
e- $\log x=3$	$x=1000$

2/ Resuelve aplicando la definición de logaritmo. Luego verifique la solución.

a- $\log_2 x=3$
b- $\log_5 x=-1$
c- $\log_3(x+2)=2$
d- $3.\log_5 x=3$

3/ Resuelve las siguientes ecuaciones.

a- $\mathbf{\log(3)+\log(x-1)=\log(2)+\log(x+1)}$=
b- $\mathbf{\log_2(x+3)-\log_2(x-5)=3}$
c- $\mathbf{\log(x-1)-\log(x-3)=\log 2}$
d- $\mathbf{\log_3(x^2-6x-7)-\log_3(x-7)=\log_2 4}$