Unidad N° 3: Función Lineal.

Contenidos:

Concepto de función. Función Lineal. Ecuación explícita de la recta. Representación gráfica de la recta por tabla. Representación gráfica de la recta por pendiente y ordenada al origen.

Concepto de función.

Una función es una relación entre dos variables, en la cuál a cada valor de la variable independiente (x) le corresponde siempre un único valor de la variable dependiente (y).

A las funciones se las puede representar mediante una tabla, un gráfico, diagrama de Venn y en algunos casos también mediante una fórmula.

Función Lineal.

Una función lineal es aquella cuya representación gráfica es una recta.

La fórmula general de una función lineal es $\boldsymbol{y = a \cdot x + b}$, también llamada ecuación explicita de la recta, donde a y b son números reales, llamados pendiente y ordenada al origen, respectivamente.

$$\boldsymbol{y = \underbrace{a}_{\text{pendiente}} \cdot x + b} \rightarrow \text{ordenada al origen}$$

La ordenada al origen es el valor donde la recta corta al eje y.

Ejemplos: Representa gráficamente las siguientes funciones lineales por medio de tablas.

$a) y = 2.x - 1$ $\qquad$ $b) y = \frac{-1}{3}.x$

Actividad I

1) Representa gráficamente por medio de tablas las siguientes funciones lineales y responde.

$a)\ y = -2.x + 3$ $\qquad$ $b)\ y = -2.x - 2$

c) ¿Cómo son las rectas graficadas?

d) ¿Qué condición deben cumplir?

2) Grafique por medio de tablas las siguientes funciones lineales y responda.

$a) y = -3.x - 1$ $\qquad$ $b) y = \frac{1}{3}.x + 1$

c) ¿Cómo son las rectas graficadas?

d) ¿Qué condición deben cumplir para que lo sean?

3) Dadas las siguientes funciones lineales, represéntalas gráficamente por medio de tablas.

$a) y = \frac{1}{2}.x + 2$ $\qquad$ $b) y = -x + 3$

$c) y = 2.x + 1$ $\qquad$ $d) y = \frac{1}{4}.x$

$e) y = x$ $\qquad$ $f) y = x - 2$

4) Del ejercicio 3, a las funciones del apartado a) y c) calcúlales una paralela y una perpendicular. Luego las gráficas por medio de tablas.

Representación gráfica de funciones lineales por pendiente y ordenada al origen.

Como ya se vio antes la representación gráfica de una función lineal es una recta, donde la ordenada al origen es el valor donde la recta corta al eje *y*, esto es $f(0) = b$.

El valor de la pendiente determina que una función lineal sea creciente, constante o decreciente, es decir:

- Si $a > 0$ es creciente
- Si $a = 0$ es constante
- Si $a < 0$ es decreciente.

Para graficar una función lineal por pendiente y ordenada al origen, se debe marcar la ordenada al origen (*b*) en el eje *y*, a partir de ella, representar un par de valores cuyo cociente sea igual al valor de la pendiente (*a*).

Ejemplos: Graficar las siguientes funciones lineales y analizarlas.

a) $y = \frac{1}{3}x - 3$

b) $y = -\frac{5}{2}x + 1$

Actividad II

1) Representar las siguientes funciones a partir de la ordenada al origen y la pendiente. Analizar.

a) $y = \frac{1}{2}x$

b) $y = x$

c) $y = -\frac{1}{4}x$

d) $y = -x + 1$

e) $y = -x + 2$

f) $y = \frac{2}{3}x - 1$

g) $y = -\frac{1}{4}x + 3$

h) $y = 3x + 3$

<u>Posiciones de dos rectas en el plano</u>.

Dos rectas en un plano pueden ser **paralelas** (//), **perpendiculares** (⊥) u **oblicuas** (∠).

Las rectas son:

- **Paralelas**, cuando tienen la misma pendiente.

$$\begin{cases} y_1 = m_1x + b_1 \\ y_2 = m_2x + b_2 \end{cases} \Rightarrow \quad \boldsymbol{y_1 // y_2} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{m_1 = m_2}$$

Ejemplo:

$$\begin{cases} y_1 = 2x + 3 \\ y_2 = 2x - 1 \end{cases} \Rightarrow \quad \boldsymbol{y_1 // y_2}$$

- **Perpendiculares**, cuando sus pendientes son números inversos y opuestos.

$$\begin{cases} y_1 = m_1x + b_1 \\ y_2 = m_2x + b_2 \end{cases} \Rightarrow \quad \boldsymbol{y_1 \perp y_2} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{m_1 = -\frac{1}{m_2}}$$

Ejemplo:

$$\begin{cases} y_1 = 3x - 2 \\ y_2 = -\dfrac{1}{3}x + 1 \end{cases} \Rightarrow \quad \boldsymbol{y_1 \perp y_2}$$

- **Oblicuas**, cuando sus pendientes no cumplen ninguna de las condiciones anteriores.

Se puede hallar la ecuación **explícita** de una recta si se conoce algunos datos.

Ecuación de la recta conocida la pendiente y un punto

- ✓ La pendiente m y un punto $(x_1;\ y_1)$ de la recta.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Ejemplo: Hallar la ecuación de la recta de pendiente 3 y que pasa por (5; – 2).

$$y - (-2) = 3(x - 5)$$
$$y + 2 = 3(x - 5)$$
$$y + 2 = 3x - 15$$
$$y = 3x - 17$$

Ecuación de la recta que pasa por dos puntos.

- ✓ Dos puntos $(x_1;\ y_1)$ y $(x_2;\ y_2)$ de la recta.

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

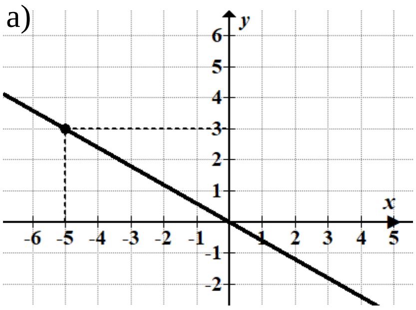
Ejemplo: Hallar la ecuación de la recta que pasa por $(-1; 2)$ y $(-3;\ -4)$.

$$\frac{y - 2}{-4 - 2} = \frac{x - (-1)}{-3 - (-1)}$$
$$\frac{y - 2}{-6} = \frac{x + 1}{-2}$$
$$-2(y - 2) = -6(x + 1)$$
$$-2y + 4 = -6x - 6$$
$$y = \frac{-6x - 10}{-2}$$
$$y = 3x + 5$$

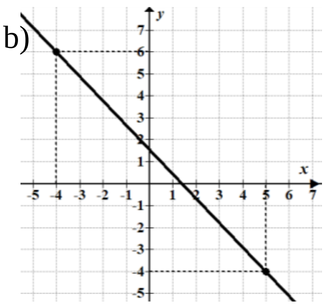
Actividades:

1) Hallar la ecuación explícita de cada recta a partir del gráfico.

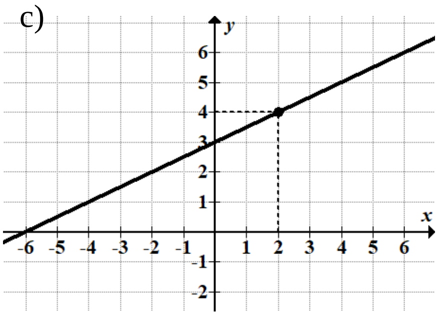
a)



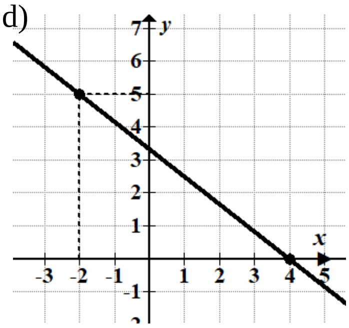
b)



c)



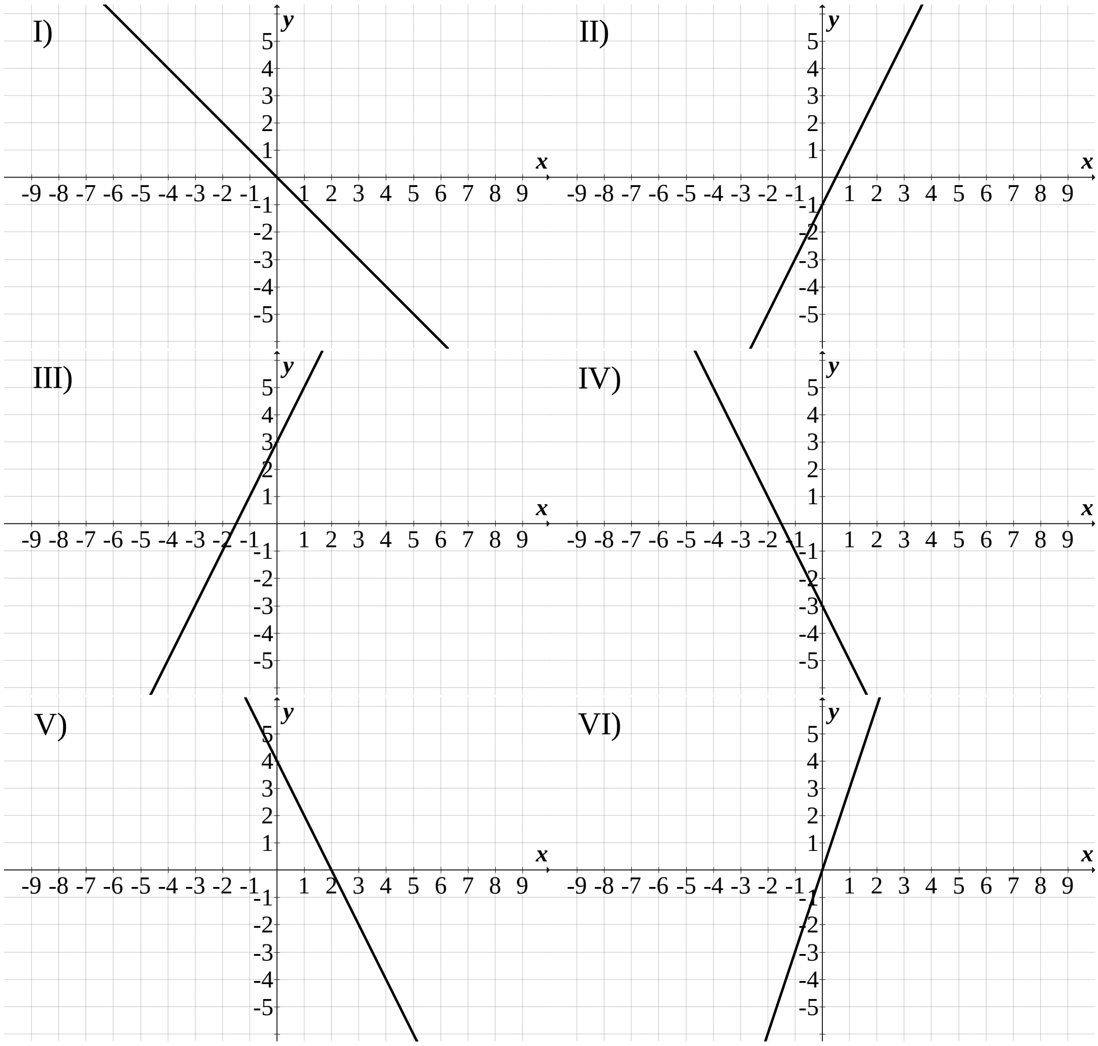
d)



2) Decidir si los puntos $(4;\ -5), (-2; 4)$ y $(2;\ -2)$ pertenecen a la misma recta.

3) Para cada uno de los tres casos dados, deduzcan la forma simplificada de la ecuación de la recta dada la pendiente ***m*** y la ordenada al origen ***b***
   a) ***m*** = 2;   ***b*** = – 2
   b) ***m*** = $-\frac{1}{2}$;   ***b*** = 0
   c) ***m*** = 3;   ***b*** = 1

4) Determinar el gráfico que corresponde a cada una de las siguientes ecuaciones:
   a) $y = 2x + 3$
   b) $y = 3x$
   c) $y = -2x - 3$
   d) $y = 2x - 1$
   e) $y = -x$
   f) $y = -2x + 4$



5) La ecuación de la recta que pasa por (3; 2) con pendiente 3 es
   a) $2x - 3y = 5$
   b) $x + y = 7$
   c) $3x - y = 7$
   d) $4x - y = -2$

6) Hallar la ecuación explícita y colocar //, ⊥ o ∠ según corresponda.

a) $\begin{cases} \frac{y_1+2x}{3} = 1 \\ 2x + y_2 - 3 = 0 \end{cases}$ $\quad y_1 \dots\dots\dots . y_2$

b) $\begin{cases} \frac{y_1}{2} - \frac{x}{3} = \frac{5}{2} \\ \frac{3y_2-2x}{3} = 1 \end{cases}$ $\quad y_1 \dots\dots\dots . y_2$

c) $\begin{cases} 4y_1 + x = 4 \\ \frac{y_2-2x}{2} = x - 1 \end{cases}$ $\quad y_1 \dots\dots\dots . y_2$

d) $\begin{cases} \frac{x+3y_1}{3} - x = 0 \\ \frac{y_2}{2} + \frac{2}{3}x = x - 1 \end{cases}$ $\quad y_1 \dots\dots\dots . y_2$

7) Dada la ecuación $y = \frac{1}{3}x - 2$

a) Determinar si $4y = \frac{4}{3}x - 16$ es paralela a la anterior.

b) Graficarlas.

8) Hallar la ecuación explícita de la recta que cumpla con cada condición.

a) Paralela a la recta $3y - x = 6$ y que pase por el punto $(-3; 1)$.

b) Perpendicular a la recta $2y + 5x = 2$ y que pase por el punto $(15;\ -4)$.

9) Dada la recta A de ecuación $y = \frac{1}{2}x + 3$ escribir otras rectas que satisfagan las condiciones indicadas en cada caso:

a) Recta B // A que pase por el origen de coordenadas.

b) Recta C // A con ordenada al origen igual a – 2 .

c) Recta D ⊥ A de ordenada al origen igual a 5.

d) Representar las cuatro rectas en un único gráfico.