

## **FUNCIÓN POR TRAMOS**

### **DEFINICIÓN:**

La función especial por tramos corresponde a funciones que están definidas por diferentes funciones reales en distintas partes de su dominio. Para trazar su gráfica bastará con construir cada una en un mismo plano, pero solamente la parte correspondiente al intervalo indicado.

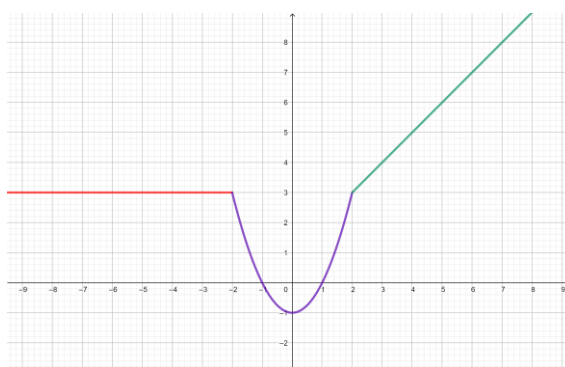
### **EJEMPLO DE LA FUNCIÓN POR TRAMOS:**

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 3 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \qquad f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + 2x - 3 & \text{si } -1 < x < 1 \\ \sqrt{x-1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

### **FUNCIÓN:**

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 - 1 & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ x + 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

### **GRÁFICA**



La gráfica anterior es una función por tramos que está conformada por tres (3) funciones Reales, así:

#### **TRAMO N° 1:**

#### **FUNCIÓN CONSTANTE**

$$f(x) = 3$$

#### **TRAMO N° 2:**

#### **FUNCIÓN CUADRÁTICA**

$$f(x) = x^2 - 1$$

#### **TRAMO N° 3:**

#### **FUNCIÓN LINEAL**

$$f(x) = x + 1$$

## **CARACTERÍSTICAS Y PASOS PARA GRAFICAR LA FUNCIÓN POR TRAMOS:**

Las gráficas de la función por partes no son difíciles de dibujar, pero es necesario tener en cuenta algunos aspectos importantes. Para dibujar una gráfica de esta función se debe tener en cuenta los siguientes aspectos:

### **EJEMPLO N ° 1**

Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 2 \\ 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$  graficar aplicando los siguientes pasos:

**1. Elaborar una tabla de datos:** Analicemos cada tramo:

**TRAMO N° 1:** la función  $x^2 \rightarrow$  **FUNCIÓN CUADRÁTICA**,  $\rightarrow$  para valores de  $x < 2$ .

<b>x</b>	<b>y</b>
<b>-2</b>	<b>4</b>
<b>-1</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>4</b>

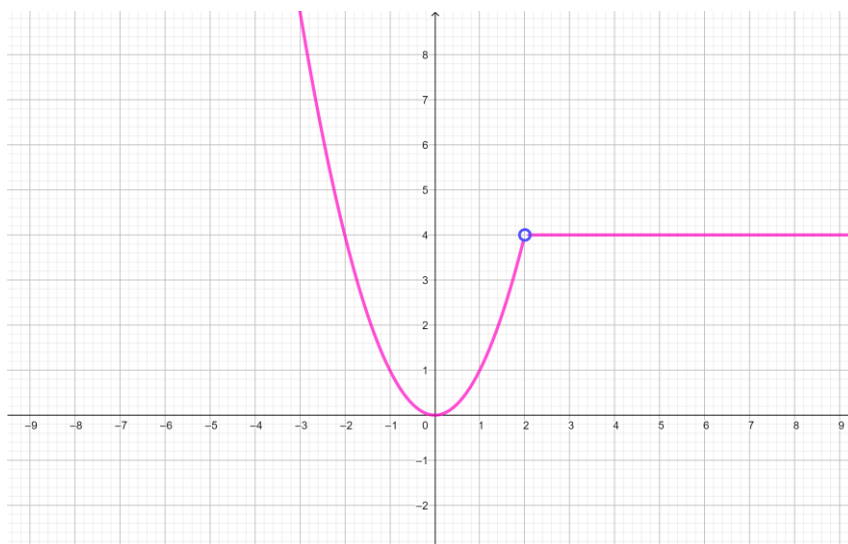
**OJO:** En  $x = 2$  **NO ESTA DEFINIDA**, pero cuando se acerca a **2** por la izquierda, la función se aproxima a **4**.

**TRAMO N° 2:** la función **4** → **FUNCIÓN CONSTANTE**, → para valores de  $x > 2$ .

$x$	$y$
2	4
3	4
4	4
5	4
6	4

**OJO:** En  $x = 2$  **NO ESTA DEFINIDA**, pero cuando se acerca a **2** por la izquierda, la función se aproxima a **4**.

2. Representar cada punto en el plano:



**En  $x = 2$ , LA FUNCIÓN NO ESTA DEFINIDA, NO EXISTE GRÁFICA, APARECE UN HUECO.**

3. Análisis de la función:

$$\text{Dom: } \mathbb{R} - \{2\}$$

$$\text{Im: } [0; +\infty)$$

$$\text{Crec: } (0; 2)$$

$$\text{Decrec: } (-\infty; 0)$$

$$\text{Const: } (2; +\infty)$$

$$\text{C}^+: (-\infty; 2) \cup (2; +\infty).$$

$\text{C}^-$ : no posee

$$\text{Raíces: } x = 0$$

$$\text{Ordenada al origen: } y = 0$$

## EJEMPLO N ° 2

Dada la función  $f(x) = \begin{cases} |x + 2| - 1 & \text{si } x < 1 \\ x + 2 & \text{si } 1 \leq x < 5 \\ 7 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$  graficar aplicando los siguientes pasos:

**1. Elaborar una tabla de datos:** Analicemos cada tramo:

**TRAMO N° 1:** la función  $|x + 2| - 1 \rightarrow$  **FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO**,  $\rightarrow$  para valores de  $x < 1$ .

$x$	$y$
-4	1
-3	0
-2	-1
-1	0
0	1
1	2

**OJO:** En  $x = 1$  **NO ESTA DEFINIDA**, pero cuando se acerca a **1** por la izquierda, la función se aproxima a **2**.

**TRAMO N° 2:** la función  $x + 2 \rightarrow$  **FUNCIÓN LINEAL.**,  $\rightarrow$  para valores de  $1 \leq x < 5$

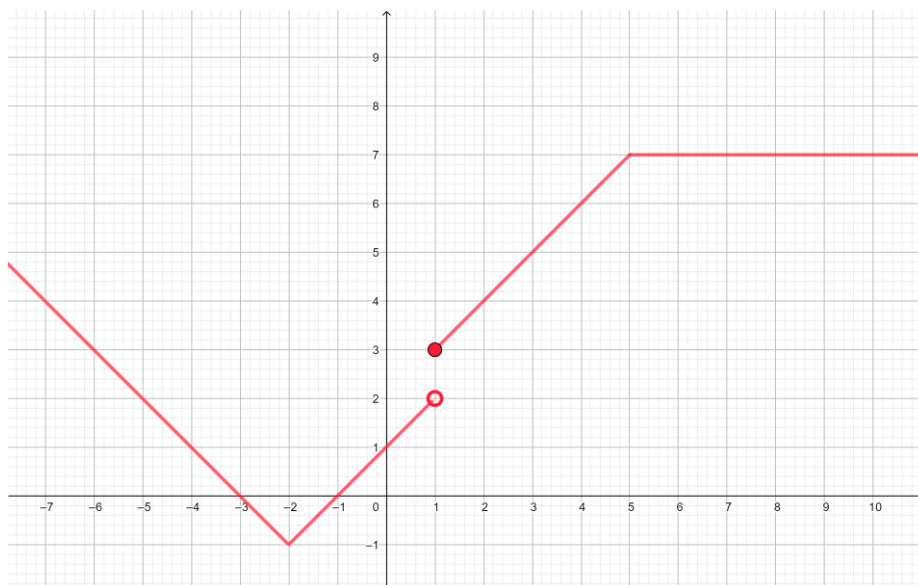
$x$	$y$
1	3
2	4
3	5
4	6
5	7

**OJO:** En  $x = 5$  **NO ESTA DEFINIDA**, pero cuando se acerca a **5** por la izquierda, la función se aproxima a **7**.

**TRAMO N° 3:** la función  $7 \rightarrow$  **FUNCIÓN CONSTANTE.**,  $\rightarrow$  para valores de  $x \geq 5$ .

$x$	$y$
5	7
6	7
7	7
8	7
9	7
10	7
11	7

## 2. Representar cada punto en el plano:



## 3. Análisis de la función:

Dom:  $\mathbb{R}$

Im:  $[-1; +\infty)$

Crec:  $(-2; 5)$

Decrec:  $(-\infty; -2)$

Const:  $(5; +\infty)$

Raíces:  $x_1 = -3$  y  $x_2 = -1$

Ordenada al origen:  $y = 1$

$C^+$ :  $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$ .

$C^-$ :  $(-3; -1)$

---

## EJERCICIOS PROPUESTOS

---

- 1) Realizar las gráficas, con distinto color, de las siguientes funciones indicando dominio; imagen e intervalos de crecimiento y decrecimiento; intervalos de positividad y de negatividad; raíces y ordenada al origen de cada una:

$$a) g(x) = \begin{cases} -3 & \text{si } x \leq -2 \\ 2x+1 & \text{si } -2 < x \leq 0 \\ -(x-2)^2 + 5 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$b) h(x) = \begin{cases} -(x+4)^2 + 5 & \text{si } x \leq -2 \\ |x-2| - 3 & \text{si } -2 < x \leq 4 \text{ h}=2 \text{ k}=-3 \\ -\frac{1}{2}x+1 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

$$c) i(x) = \begin{cases} (x+6)^2 - 2 & \text{si } x < -3 \\ |x| + 2 & \text{si } -3 \leq x < 3 \\ (x-6)^2 - 2 & \text{si } 3 < x < 9 \end{cases}$$