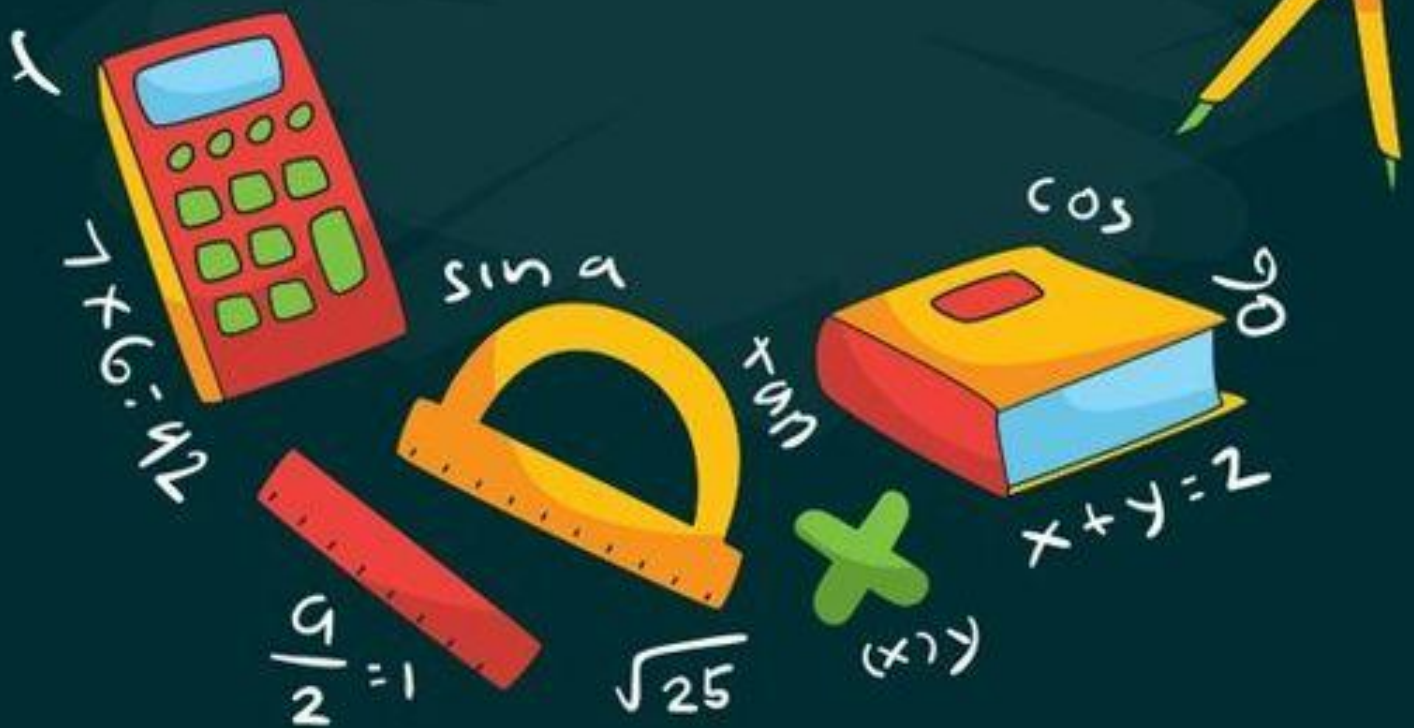


CUADERNILLO
DE

MATEMÁTICA



ESTUDIANTE:

CURSO: 3º "....."



CONTRATO PEDAGÓGICO

Espacio Curricular: MATEMÁTICA

Ciclo lectivo: 2024

Se deja constancia que el presente sirve para que el/la alumno/a, los padres y la profesora conozcan **las pautas de trabajo y los requisitos que se deben cumplir en los contenidos actitudinales.**

El/ la alumno/a deaño,....., se compromete a cumplir las siguientes pautas de trabajo;

- a) El horario de entrada al curso y salida debe ser respetado. El profesor sancionará al no cumplimiento dependiendo de la reiteración de la actitud. Se harán hasta tres llamados de atención en forma oral, si el alumno no cambia su actitud los llamados de atención se realizarán en forma escrita.
- b) En caso de tener un celular u otro aparato electrónico será apagado o silenciado, ya que no pueden ser utilizados en la hora de clases, salvo que el docente lo establezca para una actividad. Tampoco se permitirá el uso de auriculares durante la hora de clases. Se harán hasta tres llamados de atención en forma oral, si el alumno no cambia su actitud los llamados de atención se realizarán en forma escrita.
- c) Se dirigirá con respeto hacia el profesor y hacia sus compañeros en todo momento; ser amigable y solidario.
- d) El alumno no puede recibir llamadas de teléfono durante la clase, en caso de urgencia u otro caso llamar al teléfono particular del colegio: 4203963.
- e) No salir del curso sin la autorización del profesor. Procurará ir al baño en los recreos, cómo también el llenado de botellas de agua de lo contrario el profesor evaluará la situación para permitir la salida.
- f) Escuchar al profesor y a los compañeros, mantener una actitud de respeto y atención, levantar la mano para pedir la palabra, evitar charlas y acciones perturbadoras en clase (el profesor tiene la libertad de cambiar de banco a cualquier alumno si lo considera necesario para mejorar el clima de la clase o rendimiento académico del alumno).
- g) Cuidar el material de trabajo, traer los útiles y el material solicitado para la clase; cuidar sus pertenencias y las de sus compañeros, mantener el orden y la limpieza del aula. El incumplimiento se verá reflejado en la nota actitudinal, y se registrará con signos negativos.
- h) Evitar acciones como beber, comer, tomar mate, jugar en clase; insultar, escupir, charlar mientras el profesor o compañero está hablando, burlarse, discriminar, agredir verbal y/o físicamente, tratarse mal, romper, rayar bancos, paredes, carpetas, libros, sillas, realizar tareas de otra asignatura sin la autorización del profesor. Se harán hasta tres llamados de atención en forma oral, si el alumno no cambia su actitud los llamados de atención se realizarán en forma escrita.
- i) Participar activa y disciplinadamente. En caso de indisciplina, el alumno será sancionado de acuerdo al régimen de convivencia.
- j) Colaborar desinteresadamente y respetar a sus semejantes.



- k) Responsabilidad, orden y prolijidad en la presentación de todas las actividades asignadas en tiempo y forma, del cuadernillo.
- l) Mantener el cuaderno y cuadernillo de actividades prolijo, ordenado, traerlo todas las clases y completo a lo largo del año.
- m) El alumno no podrá tomar fotos de la pizarra, ni filmar la clase y tampoco realizar transmisión en línea sin la autorización del docente, el incumplimiento será motivo de sanción. Se harán hasta tres llamados de atención en forma oral, si el alumno no cambia su actitud los llamados de atención se realizarán en forma escrita.
- n) El alumno no podrá desayunar, merendar o almorzar durante la hora de clases. Se harán hasta tres llamados de atención en forma oral, si el alumno no cambia su actitud los llamados de atención se realizarán en forma escrita.
- o) Proceder con absoluta honestidad.
- p) La inasistencia a cada evaluación anunciada debe justificarse antes o durante la hora de la evaluación al preceptor. El alumno será evaluado sin aviso inmediatamente luego de su reincorporación al Colegio.

COMPROMISO DEL PROFESOR

- a) Respetar a todos los alumnos y saber escuchar sus propuestas e inquietudes.
- b) Explicar todas las dudas planteadas por los alumnos (siempre que ese alumno haya prestado atención y comportado debidamente).
- c) Avisar con una semana de anticipación, por lo menos, la fecha y temas de las evaluaciones escritas.
- d) Entregar en un plazo no mayor a 10 días hábiles los resultados de las evaluaciones y trabajos prácticos.
- e) No utilizar celular en la hora de clases, salvo en el caso de una actividad escolar.
- f) Ser justo con los alumnos, tener apertura al diálogo.
- g) Cumplir con el horario de clases y respetar los recreos.
- h) Actuar en forma no contradictoria respecto de lo que se les prohíbe a los alumnos (comer en clase, etc.)

CRITERIOS DE EVALUACION

- a) Será anulado aquel ejercicio que se encuentre resuelto en más de una ocasión usando distintos métodos y llegando a conclusiones diferentes sin indicar cuál es la correcta.
- b) El uso del vocabulario científico.
- c) La presentación de trabajos en tiempo, en forma ordenada y prolija, con vocabulario correcto, teniendo en cuenta su ortografía.
- d) La habilidad para seleccionar y aplicar distintos procedimientos en la resolución de situaciones problemáticas.
- e) Presentación y prolijidad en las evaluaciones. Se descontará 0,25 por cada ejercicio desprolijo.
- f) No se podrá utilizar la calculadora del celular, solamente la calculadora en formato tradicional.
- g) El alumno debe abonar al docente la fotocopia de la evaluación.



Aclaración: El profesor es la máxima autoridad responsable del curso y por lo tanto tiene el derecho y la obligación de tomar las decisiones y reajustar las normas del contrato en casos particulares.

.....
Firma Alumno/a	Firma Tutor	Firma Profesora



PROGRAMA

<p><u>UNIDAD 1: NÚMEROS RACIONALES</u></p> <p>Números racionales. Expresiones decimales exactas y periódicas puras y mixtas. Transformación. Representación en la recta numérica.</p> <p>Potenciación y radicación. Propiedades. Operaciones combinadas. Ecuaciones. Situaciones problemáticas.</p> <p>Intervalos. Inecuaciones. Ejercicios de aplicación</p> <p>Números irracionales. Aproximación por redondeo y truncamiento.</p> <p>Notación científica. Operaciones básicas.</p>	<p>..... 6 - 23</p>
<p><u>UNIDAD 2: RAZÓN. PROPORCIÓN</u></p> <p>Razón. Proporción. Propiedad fundamental. Proporcionalidad directa e inversa. Regla de tres simple: directa e inversa.</p> <p>Proporcionalidad de segmentos: Teorema de Thales.</p> <p>Resolución de triángulos rectángulos: Teorema de Pitágoras.</p> <p>Razones trigonométricas.</p>	<p>..... 25 - 46</p>
<p><u>UNIDAD 3: CUERPOS</u></p> <p>Perímetro. Unidades de longitud. Área. Unidades de superficie. Polígonos regulares. Área.</p> <p>Cuerpos: Poliedros y cuerpos redondos. Desarrollo plano. Área lateral y área total. Volumen. Unidades de volumen. Capacidad. Unidades de capacidad.</p>	<p>..... 47 - 63</p>
<p><u>UNIDAD 4: FUNCIONES</u></p> <p>Par ordenado. Sistema de ejes cartesianos ortogonales.</p> <p>Función. Distintas representaciones de una función. Dominio e imagen.</p> <p>Análisis de gráficos: Raíces. Ordenada al origen. Máximos y mínimos relativos y absolutos. Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Conjuntos de positividad y negatividad</p>	<p>..... 65 - 78</p>



BIBLIOGRAFÍA:

Borgnino, R. Ledesma J. (2020). Con Todos los Números 3. Santillana.

Equipo del Programa Interdisciplinario para el desarrollo Profesional Docente en Matemática del departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPM. (2019). Matemática para aprender más. Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología.

Outón, V. Kaczor, P. (2017). Entre Números 2. Santillana.

Jaller, A. Pérez, M. (2017). Entre Números 3. Santillana.

Chorny, F. Casares, P. Salpeter, C. (2015). *Matemática 4*. Estrada



Unidad 1

NÚMEROS RACIONALES

- Números racionales. Definición
- Expresiones decimales exactas y periódicas puras y mixtas.
Transformación. Representación en la recta numérica
- Potenciación y radicación. Propiedades. Operaciones combinadas.
- Ecuaciones. Situaciones problemáticas.
- Intervalos. Inecuaciones. Ejercicios de aplicación
- Números irracionales. Aproximación por redondeo y truncamiento.
- Notación científica. Operaciones básicas.



NÚMEROS RACIONALES

En algunas situaciones, cuando el hombre necesitó medir o pesar, descubrió que las medidas no se ajustaban a cantidades exactas de las unidades que utilizaba. Por esta razón comenzó a dividir o fraccionar las unidades en partes iguales. Así empezó hacer uso de números que permiten expresar partes o trozos de la unidad: “los Números Racionales”.

ACTIVIDAD 1: Lean la siguiente historieta de cuatro amigos. ¿Qué tan de acuerdo estás con las respuestas que dan cada uno?



- ¿Para quién de ellos $\frac{1}{4}$ representa 250g?
- ¿Para quién de ellos $\frac{1}{4}$ representa 0,25kg?
- ¿Para quién de ellos $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$?
- ¿Por qué $\frac{1}{2}$ kilogramo, 500g y 0,5kg son equivalentes?

A continuación, se presentan dos columnas de números, Relacionar cada número de la columna A con alguno de la columna B. Justificar cada selección.

Columna A			Columna B
0,2 kg	●	●	$\frac{3}{4}$ kg
0,1 kg	●	●	$\frac{1}{100}$ kg
0,5 kg	●	●	$\frac{1}{5}$ kg
0,01 kg	●	●	$\frac{3}{5}$ Kg
0,75 kg	●	●	$\frac{1}{2}$ kg
0,6 kg	●	●	$\frac{1}{10}$ kg

Los NÚMEROS RACIONALES son aquellos que pueden escribirse como el cociente entre dos números enteros a y b , con $b \neq 0$. Esto es: Todo número racional puede escribirse como una fracción:

$$\frac{a}{b} \begin{matrix} \rightarrow & \text{Numerador} \\ \rightarrow & \text{Denominador} \end{matrix}$$

Al dividir el numerador de una fracción por el denominador, el cociente que se obtiene es la expresión decimal de un número racional.



ACTIVIDAD 2: Escribir la expresión decimal de cada uno de los siguientes números racionales:

a) $\frac{2}{5} =$

b) $-\frac{1}{8} =$

c) $\frac{2}{9} =$

d) $-\frac{1}{6} =$

- I. ¿Qué observas en los ítems a) y b)?
- II. ¿y con referencia a los ítems c) y d)?

- Las expresiones decimales **exactas** o finitas tienen un número finito de cifras decimales.
- Las expresiones decimales **periódicas** tienen infinitas cifras decimales que se repiten infinitamente.



¿CÓMO PASAR DE UNA EXPRESIÓN DECIMAL A UNA FRACCIÓN?

I. REGLA PARA CONVERTIR UNA EXPRESIÓN DECIMAL EXACTA EN FRACCIÓN

Para llevar a fracción una expresión decimal exacta escribimos como numerador el número dado sin coma y como denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el número.

Llamamos a estas fracciones: **fracciones decimales**.

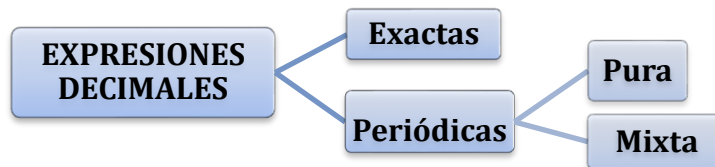
EXPRESIÓN DECIMAL	FRACCIÓN DECIMAL	FRACCIÓN IRREDUCIBLE
0,2	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{5}$
3,28	$\frac{328}{100}$	$\frac{82}{25}$
0,004	$\frac{4}{1000}$	$\frac{1}{250}$



II. REGLA PARA CONVERTIR UNA EXPRESIÓN DECIMAL PERIÓDICA EN FRACCIÓN

EXPRESIÓN DECIMAL PERIÓDICA PURA	EXPRESIÓN DECIMAL PERIÓDICA MIXTA
<p>Escribimos como numerador el número dado sin la coma menos la parte entera (si hubiera) y como denominador tantos 9 como cifras decimales tenga el período.</p> $2,\hat{3} = \frac{23 - 2}{9} = \frac{21}{9}$	<p>Escribimos como numerador el número dado sin la coma menos la parte entera seguida de la parte no periódica y como denominador tantos 9 como cifras decimales tenga el período seguido de tantos ceros como cifras tenga la parte no periódica.</p> $1,2\hat{6} = \frac{126 - 12}{90} = \frac{114}{90}$

En resumen:



Representación en la recta numérica

Para representar una expresión o número decimal en la recta numérica se debe convertir a fracción. Luego se procede como lo visto con anterioridad, se divide cada unidad en la cantidad que indica el denominador y se ubica la fracción según indica el numerador.

Ejemplo:

- Representar el número $1,\hat{2}$:

1°) Convertir en fracción: $1,\hat{2} = \frac{12-1}{9} = \frac{11}{9}$

2°) Representar el resultado obtenido: $\frac{11}{9}$

se divide la unidad en 9 partes iguales y se cuentan 11 hacia la derecha desde el cero, ya que la fracción es positiva.

Representar la fracción obtenida:

PROPIEDAD DEL CONJUNTO \mathbb{Q}

ACTIVIDAD 3: Representar en una misma recta numérica $\frac{7}{4}, \frac{5}{2}, \frac{17}{8}, 2$ y $\frac{9}{4}$

Observar la representación anterior y responder: ¿Entre $\frac{7}{4}$ y $\frac{5}{2}$ existe algún número racional?

En conclusión: entre dos números racionales hay otros números racionales. Por este motivo, se dice que \mathbb{Q} es un conjunto denso. Esta propiedad de los números racionales no la tienen los números enteros.

APLICO LO APRENDIDO

- 1) Expresar como expresión decimal periódica y transformar en una fracción irreducible

- | | | | |
|-----------------------|--------------------------|----------------------|--------------------|
| a) $0,444 \dots =$ | c) $0,027027027 \dots =$ | e) $1,8333 \dots =$ | g) $3,333 \dots =$ |
| b) $0,121212 \dots =$ | d) $0,0888 \dots =$ | f) $0,34666 \dots =$ | h) $1,777 \dots =$ |

- 2) Representar los siguientes números racionales en la recta numérica:

- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------|
| a) $-0,\hat{7}$ | c) $-1,\hat{2}$ | e) $0,\hat{36}$ | g) $2,6$ |
| b) $1,\hat{6}$ | d) $0,\hat{63}$ | f) $1,1\hat{6}$ | h) $1,25$ |



3) Resolver las siguientes operaciones combinadas:

a) $1:3 + (0, \hat{4} - 1, \hat{1}) : \frac{1}{2} =$	e) $-0,75 \cdot (1 + 0, \hat{3}) - 0, \hat{4} : \left(-\frac{2}{3}\right) =$
b) $\frac{9}{2} \cdot 0, \hat{6} + 0,25 - 1:0,8 =$	f) $\left(\frac{8}{5} - 1\right) \cdot \frac{5}{27} + (0, \hat{5} - 1, \hat{3}) \cdot 7 =$
c) $\left(\frac{2}{5} + 1,2 \cdot 0, \hat{3}\right) : 4 - 2,2 =$	g) $1,8\hat{6} \cdot \frac{3}{7} - (2 - 1,8) - 2, \hat{3} =$
d) $-1 : (-0, \hat{1}) - 0, \hat{7} : (-1) - 1 =$	h) $-1,8 : \frac{18}{5} - (1, \hat{6} - 1,8\hat{3}) + 3, \hat{3} =$

POTENCIA EN \mathbb{Q}

Cuando la base de una potencia es una fracción, debemos considerar los siguientes casos:

- Exponente positivo: se eleva el numerador y el denominador a dicha potencia.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

- Exponente negativo: se invierte la fracción (base) y se eleva al opuesto del exponente:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$$

Además:

- Exponente **PAR**, el resultado es siempre **positivo**.
- Exponente **IMPAR**, el resultado **mantiene el signo de la base**.
- Exponente **CERO**, el resultado es **SIEMPRE igual a uno**

PROPIEDADES:

Las propiedades de potenciación de números racionales son las mismas que se vieron en el conjunto de los números enteros.

PROPIEDADES		EJEMPLO
PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE	$(a)^n \cdot (a)^m = a^{n+m}$	$\left(-\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^2 = \left(-\frac{1}{5}\right)^7$
COCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE	$(a)^n : (a)^m = a^{n-m}$	$\left(\frac{7}{2}\right)^7 : \left(\frac{7}{2}\right)^4 : \left(\frac{7}{2}\right)^1 = \left(\frac{7}{2}\right)^2$
POTENCIA DE OTRA POTENCIA	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^6$
PROPIEDAD DISTRIBUTIVA RESPECTO DEL PRODUCTO Y DEL COCIENTE	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ $(a : b)^n = a^n : b^n$	$\left(\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{9}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2$ $\left(\frac{3}{7} : \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{7}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^2$

APLICO LO APRENDIDO

1) Resolver aplicando las propiedades de la potencia:

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^5 : \left(\frac{1}{5}\right)^3 =$	c) $\left(\left(-\frac{3}{4}\right)^2\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^{-9} =$	e) $\left(-\frac{4}{3}\right)^{16} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^2 : \left(-\frac{4}{3}\right)^{15} =$
b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-11} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8 =$	d) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-10} : \left(\left(-\frac{2}{7}\right)^{-4}\right)^2 =$	f) $\left(\left(\frac{7}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^6\right)^2 : \left(\frac{7}{5}\right)^{14} =$



RADICACION EN \mathbb{Q}

Cuando el radicando de una raíz es una fracción, se aplica la raíz al numerador y al denominador:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Además:

- Índice **PAR**, solo se puede calcular cuando el radicando sea positivo
- Índice **IMPAR**, el resultado mantiene el signo del radicando

PROPIEDADES:

Las propiedades de la radicación en los números racionales son las mismas que se vieron en el conjunto de los números enteros.

PROPIEDADES	EJEMPLO
PRODUCTO DE RAÍCES DE IGUAL ÍNDICE	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$
COCIENTE DE RAÍCES DE IGUAL ÍNDICE	$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$
RAÍZ DE OTRA RAÍZ	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

APLICO LO APRENDIDO

1) Resolver aplicando las propiedades de la potencia:

a) $\sqrt{\frac{144}{81} : \frac{196}{121}} =$ b) $\sqrt[3]{-\frac{4}{11}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{121}} =$ c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2048}} : \sqrt[6]{\frac{1}{2}} =$ d) $\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{128}}} : \sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{2}}} =$

2) Resolver los siguientes ejercicios combinados, aplicando las propiedades de la potenciación y radicación, en caso de ser conveniente:

a) $\sqrt[3]{\frac{27}{8}} - \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} + 0,2 : \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} =$ b) $\left(\left(\frac{1}{4}\right)^2\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^5 - \left(\frac{4}{9}\right)^0 + 4^8 \cdot 4^{-9} - \sqrt{\frac{1}{16}} =$

c) $\sqrt[3]{\frac{3}{31}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{2}} - \left(\frac{4}{5}\right)^{-2} : \frac{5}{2} =$ d) $0,05 - \left(\left(-\frac{2}{3}\right)^3\right)^3 : \left(\left(-\frac{2}{3}\right)^3\right)^2 + \sqrt{\frac{1}{27}} : \sqrt{\frac{1}{3}} =$

e) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{3}{2}\right)^3 - \sqrt{\frac{16}{25}} : \sqrt{\frac{9}{49}} - 0,62 =$ f) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right)^2 : \left(\left(-\frac{1}{3}\right)^3\right)^2 + \sqrt[5]{-\frac{243}{32}} =$

g) $\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right)^4 : \left(-\frac{1}{2}\right)^{10} + \sqrt[5]{-\frac{1}{32}} - \left(\frac{7}{4}\right)^0 =$ h) $\sqrt[7]{\frac{1}{32}} \cdot \left(2^{-3} - \frac{3}{8}\right) - \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{-2} + 2 =$

4) Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{2}{3}x - 2 = 5$ e) $\frac{3}{4}x - 2 = \frac{5}{6}x + \frac{3}{2}$ i) $\frac{x+1}{2} + \frac{1}{3} = 2x$



b) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{3} = -2$	f) $\frac{2}{5}x - 2,5 = 5 + \frac{1}{4}x$	j) $\frac{-6x+4}{10} = \frac{x-1}{3} + 1$
c) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = x + \frac{3}{4}$	g) $\frac{3}{10} \cdot (-6x + 4) = \frac{1}{5} \cdot (2x +$	k) $\frac{6x-15}{12} = \frac{5}{6} \cdot (x - 2)$
d) $\frac{4}{5}x + \frac{3}{4} = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$	0,5)	l) $\frac{3-24x}{10} - \frac{1-2x}{2} = -\frac{1}{10} \cdot (3x - 4)$
	h) $\frac{2}{5}x - 1 = \frac{x-2}{4}$	m) $\frac{x+2}{12} - \frac{2x-3}{9} = \frac{4-3x}{18}$

5) Leer Resolver la siguiente situación

En la terminal de omnibus de la ciudad de San Juan, el colectivo que viaja hacia Córdoba sube los $\frac{3}{5}$ del total de pasajeros, en Caucete, su primera parada, sube $\frac{1}{3}$ del resto, quedando libre 12 asientos. ¿Cuál es el total de pasajeros?

- I. Indicar cuales de las siguientes ecuaciones plantean correctamente esta situación

a) $\frac{3}{5}x + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}x + 12 = x$	b) $\frac{3}{5}x + \frac{1}{3} \cdot (x - \frac{3}{5}x) + 12 = x$
c) $\frac{3}{5}x + \frac{1}{3}x + 12 = x$	d) $x \cdot (x + \frac{2}{15}x) + 12 = x$

- II. Resolver la ecuación.

6) Leer atentamente, plantear la ecuación que modele cada situación problemática y resolver:

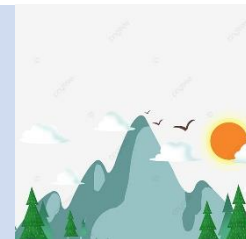
- a) La tercera parte de un poste se pinta de rojo, la cuarta parte de verde y quedan 5m sin pintar. ¿Cuál es la altura del poste?
- b) En un campo rectangular $\frac{3}{5}$ de su superficie están sembradas con maíz. La superficie sembrada con soja es igual a la mitad de la sembrada con maíz. La octava parte de lo que resta, está destinada a la vivienda del capataz y las 33,25 hectáreas que quedan son utilizadas para los corrales de los animales.
- ¿Cuál es la superficie total del campo?
 - ¿Cuántas hectáreas están sembradas de maíz?
 - ¿Cuántas de soja?
 - ¿Cuántas hectáreas están destinadas a la vivienda del capataz?
- c) Un automóvil consume la cuarta parte de su combustible en un viaje, luego $\frac{2}{3}$ del resto en otro viaje y aún quedan 12,5 litros en el tanque. ¿Cuál es la capacidad total del tanque de combustible?
- d) En un juego de computadora de batalla aérea, los enemigos le capturan a Martín la mitad de sus aviones, le derriban $\frac{2}{3}$ de los que quedan y vuelven a la base 10.
- ¿Cuántos aviones tenía Martín al comenzar el juego?
 - ¿Cuántos fueron capturados?
 - ¿Cuántos fueron derribados?
- e) Un avión aterriza después de recorrer $\frac{2}{3}$ de su trayecto. Se reabastece y vuelve a decolar. Cuando aterriza nuevamente ha recorrido $\frac{5}{7}$ del trayecto restante. Si le falta recorrer 1200 km para llegar a destino:
- ¿De cuántos kilómetros es el viaje?
 - ¿Cuántos kilómetros recorrió en la primera parte del trayecto?
 - ¿Cuántos kilómetros recorrió luego de reabastecerse?



DESIGUALDAD

ACTIVIDAD 4: La provincia de San Juan presenta un terreno montañoso destacándose tres conjuntos montañosos: la cordillera frontal, la cordillera principal y la precordillera de La Rioja, San Juan y Mendoza.

Destacamos las alturas de algunos cerros que se caracterizan por su belleza natural:



- | | |
|-----------------------|-------------------------------------|
| ● Mercedario: 6.769 m | ● Cerro Mogotes: 5.411 m |
| ● Cerro Águila: 390 m | ● Cerro Mogotes- Corralito: 3.162 m |
| ● Alcázar: 1.690 m | ● Las Pircas: 3.100 m |

a) Compáralos según su altura con el signo $<$ o $>$:

Mercedario	Alcázar
Las Pircas	Cerro Mogotes- Corralito
Cerro Águila	Cerro Mogotes

b) Cada una de las relaciones anteriores se llama

APLICO LO APRENDIDO

Unir con flechas cada enunciado con la expresión simbólica correspondiente

● x vale a lo sumo -20	$x < -20$
● x es un número positivo	$x \geq -20$
● x vale por lo menos -20	$x > -20$
● x vale menos que -20	$x \leq -20$
● x vale más que -20	$x > 0$
● x es un número negativo	$x < 0$

Desigualdades: Propiedades.

ACTIVIDAD 5: Dada la siguiente desigualdad:

$$10 > 5$$

- a) Suma a ambos miembros de dicha desigualdad un mismo número positivo.
- b) Resta a ambos miembros de dicha desigualdad un mismo número positivo.
- c) Multiplica ambos miembros por un mismo número positivo.
- d) Divide ambos miembros por un mismo número positivo.



CONCLUSIÓN: Si a ambos miembros de una se lo suma, resta, multiplica o divide por un mismo número, la desigualdad Su sentido.

- e) Multiplica ambos miembros por un mismo número negativo.
- f) Divide ambos miembros por un mismo número negativo.

CONCLUSIÓN: Si a ambos miembros de una se los multiplica o divide por un mismo número, la desigualdad de sentido.

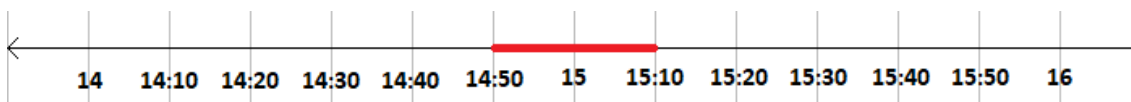
INTERVALOS

ACTIVIDAD 5: María José y Denise van a encontrarse en la biblioteca para hacer una investigación para Ciencias Sociales. María José le dice a Denise: “Yo llego 14:50 hs., te espero 20 minutos, si no llegas en ese intervalo de tiempo, entro y te espero en el primer piso, trabajando”.



Si Denise llegó a las 15:15 hs. Y María José cumplió su palabra, ¿La habrá encontrado en la puerta de la biblioteca?

Si representamos en la recta el tiempo que María José espera a Denise en la puerta de la biblioteca, tendremos el siguiente gráfico:



El segmento representado anteriormente es un intervalo cerrado que se denota como:

$$[14:50 ; 15:10]$$

El horario en que llegó Denise, se encuentra “fuera” del segmento que representa el intervalo de tiempo. Esto reafirma que Denise encontró a María José en el primer piso de la biblioteca.

Un **INTERVALO** es un subconjunto de los números reales, comprendido entre dos valores fijos llamados extremos.

Los extremos pueden o no pertenecer al intervalo dando origen a distintos tipos de intervalos:

- **Abiertos:** No incluye los extremos.
Lo notaremos como (a, b) y representa a todos los números reales comprendidos entre a y b sin incluir ni a ni b . Simbólicamente esto es: $a < x < b$
- **Cerrados:** Incluye los extremos.
Lo notaremos como $[a, b]$ y representa a todos los números reales comprendidos entre a y b , ambos incluidos. Simbólicamente esto es: $a \leq x \leq b$



- **Semiabiertos:** Incluye uno de los extremos. Podemos tener dos casos:
 - $[a, b)$: Son todos los números reales comprendidos entre a y b, incluido a pero no b. Simbólicamente esto es: $a \leq x < b$
 - $(a, b]$: Son todos los números reales comprendidos entre a y b incluido b pero no a. Simbólicamente esto es: $a < x \leq b$

- **Semirrectas:** uno de los extremos es el infinito.
 - $(-\infty, a)$: Son todos los números reales menores que a. Simbólicamente esto es: $x < a$
 - $(-\infty, a]$: Son todos los números reales menores o iguales que a. Simbólicamente esto es: $x \leq a$
 - (a, ∞) : Son todos los números reales mayores que a. Simbólicamente esto es: $a < x$
 - $[a, \infty)$: Son todos los números reales mayores o iguales que a. Simbólicamente esto es: $a \leq x$

Representación de los intervalos en la recta numérica:

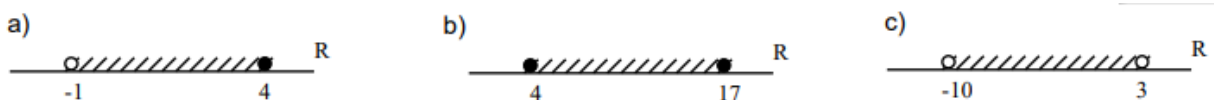
Expresión algebraica	Intervalo	Recta Numérica
$-1 \leq x \leq 4$	$[-1,4]$	
$-1 < x < 4$	$(-1,4)$	
$-1 \leq x < 4$	$[-1,4)$	
$-1 < x \leq 4$	$(-1,4]$	
$-1 < x$	$(-1, \infty)$	
$x \leq -1$	$(-\infty, -1]$	

APLICO LO APRENDIDO

1) Representar gráficamente los siguientes intervalos:

- a) $[-3, 8]$ b) $(-6, \frac{3}{2}]$ c) $[0, 12)$

2) Dados los siguientes gráficos, escribir los intervalos respectivos.





3) Unir con flechas cada representación con el intervalo y su expresión algebraica correspondiente.

<p>a) </p> <p>b) </p> <p>c) </p> <p>d) </p>	<p>$(-\infty, -6]$ $-6 < x$</p> <p>$[-6, \infty)$ $x \leq -6$</p> <p>$(-6, \infty)$ $-6 \leq x$</p> <p>$(-\infty, -6)$ $x < -6$</p>
---	---

4) Escribir el intervalo que representan las siguientes expresiones y realizar la representación gráfica.

<p>a) $-3 \leq x < 8$</p> <p>b) $x < -2$</p> <p>c) $-\frac{4}{3} < x \leq 2$</p>	<p>d) $15 \leq x$</p> <p>e) $\frac{1}{2} < x < 5$</p> <p>f) $0 \leq x \leq 6$</p>
--	--

INECUACIONES

ACTIVIDAD 5: Clara y Nicole son primas y se llevan 2 años de diferencia, siendo Clara la menor. Si la suma de sus edades es menor que 18, ¿Cuántos años puede tener cada una de ellas?

Planteo:

- Edad de Nicole: x
- Edad de Clara: $x - 2$



Sabemos que la suma de sus edades es menor que 18. Esto es:

$$\begin{array}{rcl} \text{Edad de Nicole} + \text{Edad de Clara} & < & 18 \\ x + (x - 2) & < & 18 \end{array}$$

Esta expresión recibe el nombre de **INECUACIÓN**
INECUACIÓN: es una desigualdad de expresiones algebraicas.

Resolvamos la inecuación:

$$\begin{array}{rcl} x + (x - 2) & < & 18 \\ x + x - 2 & < & 18 \\ 2x - 2 & < & 18 \\ 2x & < & 18 + 2 \\ & & x < 20 : 2 \\ & & x < 10 \end{array}$$

Esto significa que Nicole tiene menos de 10 años.



Veamos en una tabla cuáles son las posibles edades de cada una de las primas.

Edad de Nicole x	Edad de Clara $x - 2$	Cualquiera de los renglones de la tabla puede ser una solución al problema, siempre respetando que la diferencia entre ellas es de 2 años. ¿Puede Nicole tener 10 años? Al completar la tabla, ¿Puede x tomar el valor 0?	

Resolver una inecuación significa hallar el conjunto de valores para los cuales se verifica la desigualdad dada.
El conjunto solución es un intervalo real.

- Escribir como intervalo y representar en la recta numérica la solución hallada.

ACTIVIDAD 7: Dada la siguiente expresión:

$$3x + 5 < 9x - 13$$

- Encuentra los valores de x aplicando las conclusiones obtenidas anteriormente:
- Indicar el conjunto solución y representarlo en la recta numérica.

APLICO LO APRENDIDO

1) Resolver las siguientes inecuaciones, indicar el conjunto solución y representarlo gráficamente.

a) $-12 \geq 6 + 3x$	f) $5 - x < \frac{x+4}{2}$
b) $3(x - 2) < 2(x - 4)$	g) $5x - 1 + \frac{x}{2} > \frac{x-1}{2} + 1$
c) $\frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \leq \frac{5}{2}x + 4$	h) $\frac{9x-18}{27} + \frac{1}{6} \leq 5 \cdot \left(\frac{2}{15}x + \frac{3}{10}\right)$
d) $-4 \cdot \left(x - \frac{1}{8}\right) < -\frac{1}{2}x - 3$	i) $\frac{5}{6} \cdot (3x + 3) > \frac{10x-5}{20} + \frac{7}{4}$
e) $2 \cdot (3 - x) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$	

2) Interpretar y resolver las siguientes situaciones problemáticas:

- La superficie de un terreno rectangular no supera los 100 m^2 . Si el largo es 15 m ¿Cuánto mide aproximadamente el frente de dicho terreno?



- b) Carla va al cine con sus dos hermanos. Tiene destinado para las entradas \$1500, ¿Cuánto puede gastar como máximo en cada entrada?
- c) En una escuela se preparan diariamente dos docenas y media de cajas de leche. Si cada caja rinde a lo sumo 6 *litros* y a cada niño se le sirve 0,250 *litro*. ¿Cuántos niños como máximo toman la copa de leche si el personal consume 4 *litros*?
- d) Una empresa A paga a sus vendedores \$50 por cada artículo vendido más una cantidad fija de \$900. Otra empresa B paga \$55 por artículo vendido y un monto fijo de \$700. ¿Cuántos artículos debe vender el empleado de la fábrica B para ganar más dinero que el de la fábrica A?
- e) Al planear un baile escolar, encuentras que una banda toca por \$300. Más el 50% del total de ventas por entradas. Otra banda lo hace por una suma fija de \$3800. Para que al colegio le sea más rentable la primera de las bandas, ¿Cuál es el máximo precio que puedes cobrar por entrada, suponiendo que la asistencia será de 100 personas?
- f) Pedro utiliza una camioneta cuya carga máxima es de 1100 *kg* para transportar una máquina de 162 *kg* y otra cuyo peso es el doble de ésta. Si además debe trasladar bolsas de cemento de 50 *kg* cada una, ¿Cuántas bolsas puede cargar como máximo en el viaje?



APROXIMACIÓN POR REDONDEO Y POR TRUNCAMIENTO

ACTIVIDAD 8: Lucas y Tomás fueron seleccionados para representar a la Argentina en una competencia. Están en otro país, y para convertir los precios a nuestra moneda, hay que multiplicar por 3,57. Quieren saber cuántos pesos argentinos son 40 unidades monetarias de ese país. Están en la calle y olvidaron el celular en el hotel, así que deciden aproximar para hacer la cuenta mentalmente. Luca tiene $40 \cdot 3,5$ y Tomás $40 \cdot 3,6$. ¿Quién obtendrá un resultado más cercano al real? ¿Por qué?



Las cifras decimales de una expresión decimal se pueden acotar por razones prácticas, **redondeando** o **truncando** a la cifra de los décimos, centésimos, milésimos, etc.

Para **redondear**:

- 1°) Determinar hasta qué cifra decimal se va a considerar.
- 2°) Observar la cifra que se encuentra a su derecha
 - Si la cifra de la derecha es: 0, 1, 2, 3 o 4; la cifra considerada se deja igual (Por defecto)
 - Si la cifra de la derecha es: 5, 6, 7, 8 o 9; a la cifra considerada se le suma 1 (Por exceso)

Truncar es cortar el número en una determinada cifra decimal y eliminar las restantes.

- Luca y Tomás: ¿A qué cifra aproximaron? ¿Cuál redondeó y cuál truncó?

¡PARA SABER!

Existen otros números que poseen infinitas cifras decimales no periódicas (que veremos con mayor profundidad en 4to año), entre ellos:

ϵ (número de Euler), π (número Pi), ϕ (número de oro) y todas las raíces de números naturales que no tienen solución entera como $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ y $\sqrt[4]{3}$. $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$.

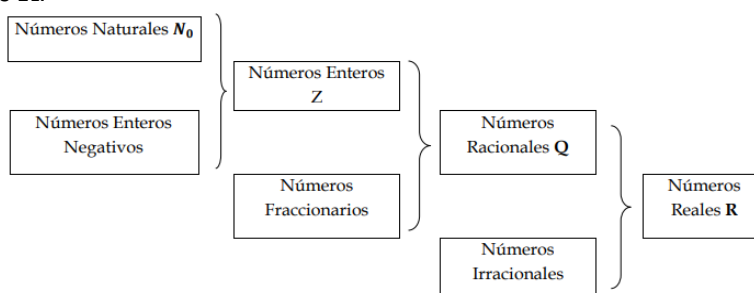
Utilizamos la calculadora para encontrar el valor de dichos números:

$\epsilon =$
 $\pi =$
 $\sqrt{5} =$
 $\sqrt{2} =$

DATO: La calculadora científica opera con un número limitado de cifras. Los resultados de las operaciones tienen hasta con nueve cifras decimales.

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES

Los números racionales y los números irracionales forman el conjunto de los números reales, cuyo símbolo es \mathbb{R} .





APLICO LO APRENDIDO

1) Completar el siguiente cuadro:

Número	Redondeo			Truncamiento		
	A las unidades	A los décimos	A los centésimos	A las unidades	A los décimos	A los centésimos
15,854						
$39, \overline{39}$						
$191, \overline{91}$						
0,006						
4,508						
$8, \hat{5}$						
$5, \hat{7}$						
$10, \overline{527}$						
ϵ						
π						
$\sqrt{5}$						
$\sqrt{2}$						

2) Nahuel redondeó el número π de tres maneras distintas. Corregir y si no está bien, escribir de manera correcta.

A los décimos		A los centésimos		A los milésimos	
3,1	Sí	3,15	Sí	3,142	Sí
	No		No		No

3) Tili redondeó al milésimo un número de cuatro cifras decimales y le quedó 8,356. ¿Cuál pudo haber sido el número original? Escribí todas las posibilidades.

NOTACIÓN CIENTÍFICA

La notación científica se usa para expresar números muy grandes o muy pequeños.

ACTIVIDAD 9: El primero en calcular la distancia a la Luna fue el griego Aristarco de Samos (320-250 a. C.), y tomó los datos durante un eclipse lunar. La curva de la sombra de la Tierra sobre la Luna le dio los datos.

El método fue mejorado un siglo más tarde por Hiparco de Nicea (190-120 a. C.), otro griego. Él concluyó que la distancia entre la Luna y la Tierra era aproximadamente treinta veces el diámetro de esta. Según Eratóstenes el diámetro de la Tierra era de 12.800 kilómetros, así que la distancia de la Luna debía ser de 384.000 kilómetros, una cifra excelente, ya que la distancia media entre la Luna y la Tierra es 385.000 kilómetros.



- Expresar la distancia existente, como producto de un número por la unidad seguida de cero:

..... · 10.....

- Expresar la unidad seguida de ceros como potencia de base 10

..... · 10.....

Para escribir un número en notación científica lo expresamos como el producto de una potencia de 10 por un número que tiene un valor absoluto mayor o igual que 1 y menor que 10. Esto es:

$$a \cdot 10^n$$

con $1 \leq a < 10$ y $n \in \mathbb{Z}$

- Escribe la distancia en notación científica.

..... · 10.....

¿Sabías que la Tierra solo recibe 0,0000000005 de la energía solar?

- a) Completa con la unidad seguida de ceros:

$$0,0000000005 = 5 \cdot \frac{1}{\dots\dots\dots}$$

- b) Completa escribiendo con potencia base 10:

$$0,0000000005 = 5 \cdot 10^{\dots\dots\dots}$$





APLICO LO APRENDIDO

1) Unir con flechas cada número con su notación científica.

a) 9.300.000	$9,3 \cdot 10^{-2}$
b) 0,000093	$9,3 \cdot 10^{-3}$
c) 93.000	$9,3 \cdot 10^3$
d) 0,093	$9,3 \cdot 10^6$
e) 9.300	$9,3 \cdot 10^{-5}$
f) 0,0093	$9,3 \cdot 10^4$

2) Escribir los siguientes números en notación científica y ordenar de menor a mayor:

a) 0,000000084 =	e) 4.800.000.000.000.000 =
b) 0,00000203 =	f) 27.600.000.000.00 =
c) 0,00000000061 =	g) 450.000.000.000 =
d) 0,000007426 =	h) 820.190.000.000 =

3) **SISTEMA PLANETARIO.** Expresar en notación científica las distancias entre algunos planetas y el Sol. (Tener en cuenta que están expresados en diferentes unidades de longitud, por eso los órdenes de magnitud no serán iguales).

- Mercurio: 57.900.000.000 *m* =
- Urano: 28.710.000.000 *hm* =
- Marte: 227.900.000 *km* =
- Neptuno: 4.497.000.000.000.000 *mm* =
- Saturno: 142.700.000.000 *dam* =



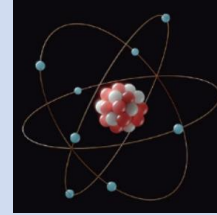
4) **MATEMÁTICA Y MOLÉCULAS.** En química se utiliza con frecuencia el número $6,02 \cdot 10^{23}$, conocido como “número de Avogadro”. Este representa aproximadamente cuántas moléculas hay en una cantidad fija de sustancia llamada “molécula-gramo” o “mol”. Un mol de cualquier sustancia tiene siempre ese número de moléculas.

- a) ¿Cuántas moléculas hay en cien mil moles de una sustancia? Trabajar en notación científica.
- b) Un número más preciso del número de Avogadro es $6,022 \cdot 10^{23}$. ¿Qué piensan: en un mol habrá muchas moléculas de diferencia si se considera este número en lugar de $6,02 \cdot 10^{23}$? ¿Por qué?



5)

MATEMÁTICA MICROSCÓPICA. Para indicar algunas medidas de partículas atómicas, se utiliza la notación científica. Por ejemplo, la masa de un protón es de aproximadamente $1,7 \cdot 10^{-24}$ gramos y la de un electrón, casi 10^{-27} gramos.



Al tener esas cantidades expresadas en notación científica se puede apreciar cuánto mayor es la masa del protón con respecto a la del electrón. Señalar la opción más apropiada.

- Es unas 170 veces
- Es unas 1700 veces
- Es unas 17000 veces
- Es unas 0,0017 veces

6) Resolver aplicando las propiedades de potencias de igual base

a) $10^2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^7 =$

d) $\frac{10^{11}}{10^4 \cdot 10^2} =$

b) $10 \cdot 10^9 \cdot 10^3 =$

e) $\frac{10^3 \cdot 10^{-7}}{10^4 \cdot 10^2} =$

c) $10^6 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-5} =$

f) $\frac{10^6 \cdot 10^2}{10^{-3} \cdot 10^{-5}} =$

7) Resolver utilizando y expresando el resultado en notación científica. Redondear a los décimos.

a) $\frac{5.000.000 \cdot 0,00025}{0,004} =$

e) $1,48 \cdot 10^9 + 4,85 \cdot 10^9 =$

b) $\frac{270.000.000 \cdot 0,00003}{0,036 \cdot 2.000.000} =$

f) $5,4 \cdot 10^{-4} + 4,36 \cdot 10^{-4} =$

c) $\frac{18.000.000 \cdot 0,00008}{0,00006 \cdot 400.000} =$

g) $6,5 \cdot 10^{-5} - 2,1 \cdot 10^{-5} =$

d) $\frac{150.000 \cdot 0,0000004}{80.000} =$

h) $8,21 \cdot 10^8 + 3,52 \cdot 10^7 =$

i) $2,6 \cdot 10^{-6} + 5,8 \cdot 10^{-4} =$

j) $7,15 \cdot 10^{12} - 4,32 \cdot 10^9 =$

k) $9,11 \cdot 10^{-5} - 5,34 \cdot 10^{-3} =$





Unidad 2

RAZÓN PROPORCIÓN

- Razón
- Proporción. Propiedad fundamental.
- Proporcionalidad directa e inversa.
- Regla de tres simple: directa e inversa.
- Proporcionalidad de segmentos: Teorema de Thales.
- Resolución de triángulos rectángulos: Teorema de Pitágoras. Razones trigonométricas.





RAZÓN

ACTIVIDAD 1: Realizamos una encuesta en 3° "para conocer cuál es la red social más utilizada. Sobre un total de alumnos, obtuvimos el siguiente resultado:

- personas prefieren Instagram
- personas prefieren Twitter
- personas prefieren Facebook
- personas prefieren TikTok



Como comparación podemos expresarlo como:

- personas de cada prefieren Instagram
- personas de cada prefieren Twitter
- personas de cada prefieren Facebook
- personas de cada prefieren TikTok

Escribir las comparaciones obtenidas como cocientes:

RAZÓN: es una comparación entre dos cantidades de magnitudes expresadas como un cociente.

En general:

- Se escribe:

$$r = \frac{a}{b} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Antecedente} \\ \longrightarrow \text{Consecuente} \end{array}$$

$$\text{con } a, b \in \mathbb{R} \text{ y } b \neq 0$$

- Se lee: "*a es a b*"

Diferencia entre razón y fracción.

- Las razones comparan entre sí objetos que se miden con unidades diferentes.
- Se pueden designar mediante símbolos distintos de las fracciones. Por ejemplo: $a: b$ o

$$a \rightarrow b$$

EJEMPLO: Si en un salón de clases tenemos 24 niñas y 18 niños, entonces lo representaremos de alguna de las siguientes formas:

$$\frac{24}{18} \text{ o } 24:18$$

Y como ambos números son divisibles por 6, entonces tendremos:

$$\frac{4}{3} \text{ o } 4:3$$

Se lee que existe una razón de 4 a 3, o de 4 por cada 3.

Lo interpretamos como: hay 4 niñas por cada 3 niños.



APLICO LO APRENDIDO

1) Escribe la razón que corresponde a cada expresión:

SITUACIONES	RAZÓN
<ul style="list-style-type: none"> En clases, la maestra lleva 120 marcadores de colores y se los entrega a sus 12 alumnos 	
<ul style="list-style-type: none"> Un automóvil ha recorrido 130km en un tiempo de 2hrs 	
<ul style="list-style-type: none"> Un pastelero quiere preparar una torta que utiliza 500gr de harina, 180gr de margarina, 240gr de huevos y 150ml de agua. La razón entre la cantidad de harina utilizada y la margarina 	
<ul style="list-style-type: none"> En una discoteca hay 3 hombres por cada 5 mujeres 	
<ul style="list-style-type: none"> Cada 8hrs de sueño, el cuerpo humano quema 400 calorías. 	
<ul style="list-style-type: none"> Tres de cada cuatro personas hacen deporte 	

PROPORCIÓN

ACTIVIDAD 2: Durante el torneo de fútbol intercolegial el equipo de 3º “A” ganó 2 de cada 5 partidos. El de 3º “B”, en cambio ganó 6 de cada 15 partidos. Al finalizar el torneo, en el que se jugaron la misma cantidad de partidos por equipo, ¿cuál de los dos cursos ganó más encuentros?



- Completar con la razón que corresponda:

3º “A” =

3º “B” =

Las razones obtenidas entre los dos cursos son

Se llama PROPORCIÓN a la igualdad entre de dos razones

En general

- Se escribe:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \begin{array}{l} a \text{ y } d \text{ se llaman } \mathbf{EXTREMOS} \\ b \text{ y } c \text{ se llaman } \mathbf{MEIOS} \end{array}$$

- Se lee: “a es a b, como c es a d”

Proporción Continua: es toda proporción cuyos medios son iguales.

- En nuestro ejemplo: Podemos formar la siguiente proporción:

APLICO LO APRENDIDO

1) Indicar cuales de las siguientes expresiones corresponden a una proporción. Justificar.

a) $\frac{6}{5} = \frac{18}{15}$

b) $\frac{-0,3}{-\frac{1}{2}} = \frac{6}{-10}$

c) $\frac{-\frac{5}{2}}{3} = \frac{13,3}{-8}$

d) $\frac{\frac{7}{3}}{-2,3} = \frac{\frac{5}{6}}{-0,2}$

e) $\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$



2) Cinco amigos lanzan una moneda, estas son las razones entre las veces que salió cara:

Martina	→	5: 14
Tomás	→	4: 20
Julián	→	3: 12
Florencia	→	2: 10
Victoria	→	2: 8

- Escribe las parejas que forman una proporción. Justifica.

Propiedad Fundamental de las Proporciones

En toda proporción, el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

Esto es:

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ es una proporción, entonces } a \cdot d = b \cdot c$$

Esta propiedad nos permite:

- i. **Establecer si dos razones determinan una proporción:**

$\frac{15}{4} = \frac{45}{12}$	→	<p>Aplicando la propiedad fundamental de las proporciones:</p> $15 \cdot 12 = 4 \cdot 45$ $180 = 180$ <p>Por lo tanto, es una proporción.</p>
$\frac{-14}{8} = \frac{30}{-16}$	→	<p>Aplicando la propiedad fundamental de las proporciones:</p> $(-14) \cdot (-16) = 8 \cdot 30$ $224 \neq 240$ <p>Por lo tanto, no es una proporción.</p>

- ii. **Calcular elementos de una proporción:**

Aplicando la propiedad fundamental de las proporciones:

$\frac{x}{1,2} = \frac{3}{5}$	→	$5 \cdot x = 1,2 \cdot 3$ $x = 3,6 : 5$ $x = 0,72$
-------------------------------	---	--

Aplicando la propiedad fundamental de las proporciones:

$\frac{3}{x} = \frac{x}{12}$	→	$3 \cdot 12 = x \cdot x$ $36 = x^2$ $\sqrt{36} = x$ $\pm 6 = x$
------------------------------	---	---

Aplicando la propiedad fundamental de las proporciones:

$$\frac{x+2}{6} = \frac{24}{x+2} \rightarrow$$

$$(x+2) \cdot (x+2) = 6 \cdot 24$$

$$(x+2)^2 = 144$$

$$x+2 = \sqrt{144}$$

$$x+2 = \pm 12$$

$x_1 + 2 = 12$	$x_2 + 2 = -12$
$x_1 = 12 - 2$	$x_2 = -12 - 2$
$x_1 = 10$	$x_2 = -14$

APLICO LO APRENDIDO

1) Completar con el número que verifica cada una de las siguientes proporciones:

$\frac{\quad}{40} = \frac{7}{8}$	$\frac{-15}{5} = \frac{\quad}{7}$	$\frac{-4}{-8} = \frac{-60}{\quad}$
----------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------

2) Ubicar los siguientes números de manera tal que formen una proporción:

a) $21; \frac{1}{3}; 1$ y 7	b) $2,4; 16; 1,2$ y 8
-------------------------------	-------------------------

— = —

— = —

3) Hallar el valor de x en las siguientes proporciones:

a) $\frac{x+2}{0,8} = \frac{-5}{0,2}$

d) $\frac{2x-3}{-\frac{1}{3}} = \frac{3x}{0,5}$

g) $\frac{2x}{0,4} = \frac{1}{2x}$

b) $\frac{0,25}{-\frac{3}{4}} = \frac{0,6}{8-5x}$

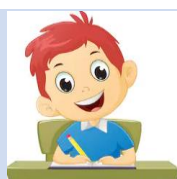
e) $\frac{x-3}{2x+1} = \frac{-2}{3}$

h) $\frac{x-3}{28} = \frac{7}{x-3}$

c) $\frac{x+1}{2x} = \frac{3}{4}$

f) $\frac{x}{\frac{1}{100}} = \frac{4}{x}$

i) $\frac{5}{2x+3} = \frac{2x+3}{45}$



En la vida cotidiana podemos encontrar muchas situaciones que se relacionan entre sí mediante una proporción:

- Velocidad y tiempo
- Precio y distancia
- Peso y precio
- Entre otras

Una **magnitud** es todo aquello que se puede medir o contar

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

ACTIVIDAD 3: En un local de comida el costo total se calcula cada 500 gr.

Cantidad de comida (gr)	Costo (\$)
500	300
1000
1500
3000
100
0



- Completar la tabla.
- Nombrar las magnitudes que intervienen.
- ¿Qué puedes observar de la tabla? Extraer conclusiones.
 - Se puede concluir que: la cantidad de comida y el precio total a abonar se relacionan de manera **DIRECTAMENTE PROPORCIONAL**.
- Calcular el cociente entre el costo y la cantidad de comida. ¿Cómo son las razones obtenidas?
 - Este valor se llama **CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD K**

Dos magnitudes se relacionan de manera **DIRECTAMENTE PROPORCIONAL (M.D.P)**, si el cociente entre las cantidades que se corresponden se mantiene constante:

Es decir:

$$k = \frac{y}{x}$$



$$y = k \cdot x$$

Fórmula que define las magnitudes directamente proporcionales

Siendo:

- x e y cantidades de una magnitud.
- k constante de proporcionalidad

Propiedades de las magnitudes directamente proporcionales.

- Completar:
 - Al aumentar la cantidad de comida el triple hay que aumentar el costo al
 - Al disminuir la cantidad de comida a la quinta parte hay que disminuir el costo a la



Propiedad 1: Si se multiplica o divide una cantidad de la primera magnitud por un número, la cantidad correspondiente a la segunda magnitud queda multiplicada o dividida por el mismo número

II. Calcular la razón entre dos cantidades de la misma magnitud y sus correspondientes:

$\frac{500}{1000} =$	$\frac{1000}{1500} =$	$\frac{500}{3000} =$	$\frac{100}{500} =$
— =	— =	— =	— =

¿Cómo son los resultados obtenidos en cada caso?

Propiedad 2: La razón entre dos cantidades de la primera magnitud es igual a la razón entre las cantidades correspondientes de la segunda magnitud.

APLICO LO APRENDIDO

1) Completar las tablas para que correspondan a una relación directamente proporcional.

x	4,8	24			x		-8		-16	x	10	100		
y		8	1	1,2	y	10		30	-40	y	-1,4		-28	1,4

2) Matemática y ecología: El tratamiento de la basura se lleva a cabo en los rellenos sanitarios, pero muchos están colapsados o cerca de alcanzar su máxima capacidad. Esto ha motivado a lanzar varios proyectos, identificados con el logo de la imagen, para reciclar, recuperar y reducir los desechos. ¿En tu casa separan los residuos reciclables?



Consideremos el caso de una localidad de 100.000 habitantes en la que cada persona produce 1,2 kg de basura por día.

a) Completar la tabla:


Cantidad de habitantes	10.000		40.000		100.000
Basura que generan (kg)		24.000		96.000	

- a) Determinar la constante de proporcionalidad.
- b) Escribir la fórmula que modela esta situación.
- c) ¿Cuánta basura generan si fuesen 53.000 habitantes?

MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

ACTIVIDAD 4: Para el cumpleaños de Victoria, entre sus amigos decidieron regalarle una remera que cuesta \$1800.

Cantidad de amigos	Dinero que aporta cada uno
1	840
2	420
3
4	210



- Completar la tabla.
- Nombrar las magnitudes que intervienen.
- ¿Qué puedes observar de la tabla? Extraer conclusiones.
 - Se puede concluir que: la cantidad de amigos y el dinero que cada uno debe abonar se relacionan de manera **INVERSAMENTE PROPORCIONAL**.
- Calcular el producto entre el número de amigos y el dinero que aporta cada uno ¿Cómo son los productos obtenidos?
 - Este valor se llama **CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD K**

Dos magnitudes se relacionan de manera **INVERSAMENTE PROPORCIONAL (M.I.P)**, si el producto entre las cantidades que se corresponden se mantiene constante:
Es decir:

$$k = x \cdot y \quad \longrightarrow \quad y = \frac{k}{x}$$

Fórmula que define las magnitudes inversamente proporcionales

Siendo:

- x e y cantidades de una magnitud, $x \neq 0$.
- k constante de proporcionalidad

Propiedades de las magnitudes inversamente proporcionales.

- Completar:
 - Al aumentar el número de amigos el doble hay que disminuir el dinero a la
 - Al disminuir el número de personas a la mitad hay que aumentar el dinero el

Propiedad 1: Si se divide una cantidad de la primera magnitud por un número, la cantidad correspondiente a la segunda magnitud queda multiplicada por el mismo número y viceversa



b) Calcular la razón entre dos cantidades de la misma magnitud y sus correspondientes:

$\frac{1}{2} =$	$\frac{2}{3} =$	$\frac{3}{4} =$	$\frac{2}{4} =$
$\frac{840}{420} =$	$\frac{420}{280} =$	$\frac{280}{210} =$	$\frac{420}{210} =$

¿Cómo son los resultados obtenidos en cada caso?

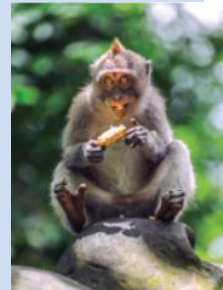
Propiedad 2: La razón entre dos cantidades de la primera magnitud es igual a la razón inversa correspondiente a la segunda magnitud.

APLICO LO APRENDIDO

1) Determinar si las siguientes tablas se relaciona de manera inversa. En caso afirmativo determinar k y la fórmula de proporcionalidad inversa.

x	6	12	2	$\frac{1}{2}$	-4	x	2	-4	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{4}$	3	$-\frac{3}{8}$	y	4	-2	$\frac{1}{6}$	-16	8

2) En un bioparque hay 400 kg de alimento almacenado, que alcanza para darle de comer a un mono durante 48 semanas.



a) Completar la tabla considerando que a todos los monos se les dará la misma cantidad de alimento.

Cantidad de monos	1	2	3	4	6	8	12
Cantidad de semanas para las que alcanza el alimento	48						

- b) Determinar la constante de proporcionalidad.
- c) Escribir la fórmula que modela esta situación.
- d) ¿Para cuantas semanas alcanza si son 32 monos?



APLICO LO APRENDIDO MAGNITUDES PROPORCIONALES:

- 1) Indicar cuales de las siguientes cantidades son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o ninguna de ellas. Justificar.
- Duración de una llamada y costo.
 - El número de obreros y el tiempo que tardan en construir una casa.
 - Cantidad de tela y número de guardapolvos a realizar.
 - Número de camisetas para lavar y tiempo que demoran en secarse.
 - Distancia recorrida y tiempo.
 - Velocidad de un auto y tiempo que tarda en recorrer una misma distancia.
 - Consumo de electricidad y costo.
 - Número de personas que ganan dinero y cantidad que recibe cada uno.
 - Cantidad de cajeros automáticos y el tiempo de espera en la fila.

2) Dadas las siguientes tablas:

x	4	5	12	3		x	5	16	1	0		x	-6	-1/2	-2/3
y	2	2,5	6	1,5		y	20	9	3	5		y	2	24	18

- a) Determinar en cada caso, si las siguientes tablas se relacionan en forma directa, inversa o no guarda relación de proporcionalidad.
- b) Escribir la constante de proporcionalidad en caso de ser posible.
- c) Escribir la fórmula correspondiente cuando sea pasible.

3) María trabaja como niñera y cobra \$500 por cada hora trabajada.

La siguiente tabla relaciona las horas trabajadas con el ingreso correspondiente:

Horas trabajadas	0	1			10
Ingresos (\$)			500	2500	

- a) Nombrar las magnitudes que intervienen.
- b) ¿Las magnitudes son directa o inversamente proporcionales?
- c) Completar la tabla.
- d) Determinar la constante de proporcionalidad.
- e) Escribir la fórmula que modela esta situación.
- f) ¿Cuánto dinero ganó María la semana anterior, si trabajó 38 horas?
- g) ¿Cuántas horas trabajó el mes pasado si sus ingresos fueron de \$15.200?



- 4) Una pileta de 50.000 litros se llena con bocas que arrojan, cada una, 5.000 litros de agua por hora.
La siguiente tabla relaciona la cantidad de bocas que se utilizan con el tiempo de llenado.

x: N.º de bocas	1		4		10
y: Tiempo (h)		5		2	

- Nombrar las magnitudes que intervienen.
- ¿Las magnitudes son directa o inversamente proporcionales?
- Completar la tabla.
- Determinar la constante de proporcionalidad.
- Escribir la fórmula que modela esta situación.
- ¿Cuánto tardará en llenarse si se usan 20 bocas?
- ¿Cuántas bocas se usaron si la pileta se llenó en una hora y cuarto (1,25 horas)?

- 5) Una receta de tarta de manzana nos especifica los siguientes ingredientes para 6 personas:

- 365 g de harina
- 250 g de azúcar
- 4 huevos
- 6 manzanas
- 300 g de manteca

Calcular los ingredientes necesarios para realizar una tarta de manzana para 18 personas.

- 6) Matías armó esta tabla que muestra el perímetro de un triángulo equilátero según la medida de los lados.

Longitud de los lados (cm)	2		6	
Perímetro (cm)		12		30

- Nombrar las magnitudes que intervienen.
- ¿Las magnitudes son directa o inversamente proporcionales?
- Completar la tabla.
- Determinar la constante de proporcionalidad.
- Escribir la fórmula que modela esta situación.
- ¿Cuál será el perímetro si el lado mide 54 cm?
- ¿Cuánto miden los lados si el perímetro es 79 cm?



REGLA DE TRES SIMPLE

Es un procedimiento que se utiliza para resolver situaciones problemáticas en las que los elementos que intervienen son magnitudes que se relacionan en forma proporcional. Se conocen tres valores y hay que hallar el cuarto para que formen una proporción.

i. **REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA:**

ACTIVIDAD 5: Andrea quiere redecorar el jardín de su casa y para eso pidió un presupuesto. Del vivero le dijeron que si compra 5 plantines le harán un precio de 180 pesos. Después de mucho pensar decidió que quiere comprar 37 plantines. ¿Cuánto le saldrá a Andrea la compra de esa cantidad de plantines?



Analicemos la situación:

Al aumentar la cantidad de plantines aumenta el costo. Por lo tanto, estas cantidades están en **proporcionalidad directa**.

1. Distinguir las variables intervinientes y por eso decimos que 5 y 37 plantines son las variables proporcionales. Luego el tercer dato que poseemos es 180 pesos.
2. Realizamos el planteo:

$$\begin{array}{r} 5 \text{ plantines} \quad \text{—————} \quad \$180 \\ 37 \text{ plantines} \quad \text{—————} \quad \$ x \end{array}$$

3. Formemos la proporción:

$$\frac{5}{37} = \frac{180}{x}$$

4. Aplicamos la propiedad fundamental de proporciones y resolvemos:

$$\begin{array}{r} 5 \cdot x = 37 \cdot 180 \\ 5 \cdot x = 6.660 \\ x = 6.660 : 5 \\ x = 1.332 \end{array}$$

5. Respuesta: Le costará \$1.332.
- 6.

ii. **REGLA DE TRES SIMPLE INVERSA:**

ACTIVIDAD 6: Un grupo de amigos decide alquilar una cancha para jugar un partido de fútbol y pagar entre todos el alquiler. Ellos calcularon que si van 15 personas deberán pagar \$50 cada uno. Si van 8 personas, ¿cuánto tendrá que pagar cada uno?



Analicemos la situación:

Al tener una suma fija para pagar en la cancha, si disminuye la cantidad de personas aumentará el dinero que deberá pagar cada uno. Por lo tanto, estas cantidades están en **proporcionalidad inversa**.



1. Distinguir las variables intervinientes y por eso decimos que 15 y 8 personas son las variables proporcionales. Luego el tercer dato que poseemos es \$50.
2. Realizamos el planteo:

$$\begin{array}{l} 15 \text{ personas} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \$50 \\ 8 \text{ personas} \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad \$ x \end{array}$$

3. Formemos la proporción:

$$\frac{15}{8} = \frac{x}{50}$$

ATENCIÓN

Al ser proporcionalidad inversa hay que **invertir la segunda razón**

4. Aplicamos la propiedad fundamental de proporciones y resolvemos:

$$\begin{array}{l} 15 \cdot 50 = 8 \cdot x \\ 750 = 8 \cdot x \\ 750 : 8 = x \\ 93,75 = x \end{array}$$

5. Respuesta: Si van 8 personas cada una deberá abonar \$ 93,75.

APLICO LO APRENDIDO

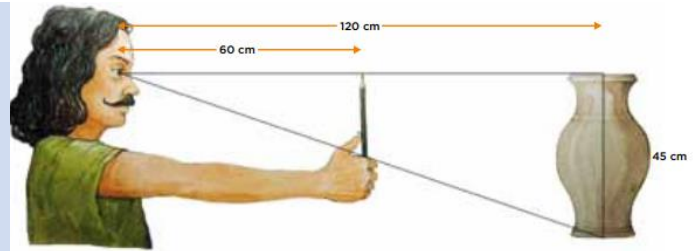
- 1) Si una persona puede vivir en Nueva York durante 10 días con 650 dólares. ¿Cuántos días podrá costearse si solo tiene 500 dólares?
- 2) Si viajo a 60 km/h, tardo 7 horas en llegar a Tandil desde Bahía Blanca. ¿A qué velocidad debo ir para llegar en 5 horas?
- 3) Para envasar cierta cantidad de litros de aceite se necesitan 12 envases de 10 litros cada uno.
 - a) ¿Cuántos envases hacen falta si cada uno tiene 1,5 litros de capacidad?
 - b) Si se utilizan 16 envases, ¿Cuál es la capacidad que tiene cada uno?
- 4) La nota obtenida en una evaluación de Matemática es proporcional a la cantidad de ejercicios correctamente resueltos. La prueba consta de 8 ejercicios ¿Cuál será la nota de un alumno que resuelve correctamente 6 ejercicios?
- 5) Con cuarenta horas semanales de trabajo, un trabajador ganó \$60000, ¿cuánto ganará si la semana siguiente puede trabajar cincuenta horas?
- 6) Martina y Joaquín están leyendo la misma novela. Hasta ahora, ella leyó el 35% y él, 90 páginas de las 240 páginas que trae el libro.
 - a) ¿Quién leyó más? ¿Qué porcentaje más?
 - b) ¿Qué porcentaje del libro le falta leer a Joaquín?
- 7) Se quiere pintar un mural para la inauguración de un hospital. Si se contratan 4 artistas, tardan 18 días. Si quiero acabar el mural en 12 días, ¿Cuántos artistas se deben contratar?

PROPORCIONALIDAD DE SEGMENTOS

ACTIVIDAD 7: Un método sencillo que se utiliza en la pintura para realizar obras con las proporciones correctas consiste en usar un lápiz como regla. Se selecciona el objeto que se desea dibujar y, con la punta del lápiz hacia arriba y el brazo bien estirado, se alinea el lápiz con la parte superior del objeto y el dedo con la parte inferior. La medida tomada con el lápiz indicará la correspondiente en el dibujo.

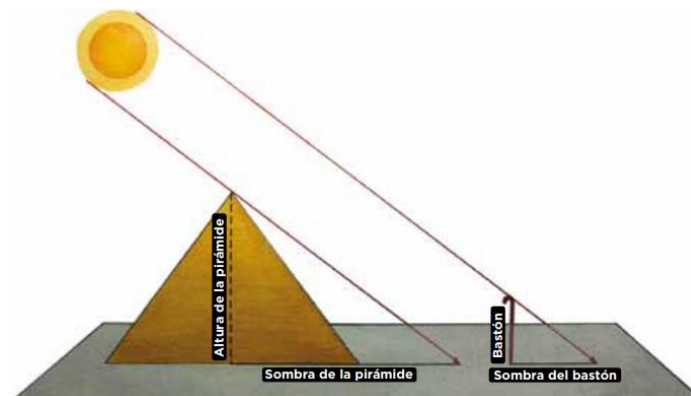
En la imagen que se muestra a continuación, la punta del lápiz está a 60 cm del ojo del artista y el jarrón a 120 cm . Si el jarrón tiene una medida de 45 cm , ¿qué medida tendrá el jarrón en el lienzo del artista?

- a) 90 cm
- b) 10 cm
- c) $22,5\text{ cm}$
- d) 12 cm



¿Qué tan alta es la pirámide de Keops? Thales de Mileto (un filósofo griego que vivió en el siglo IV a.C.) utilizó un método similar al del lápiz para determinar la altura de la pirámide de Keops más de 2.000 años después de su construcción.

Thales usó su bastón y las sombras producidas por los rayos del sol, sabiendo que a cierta hora del día las sombras de los objetos tienen la misma longitud que sus alturas. Su razonamiento se muestra en el siguiente esquema.



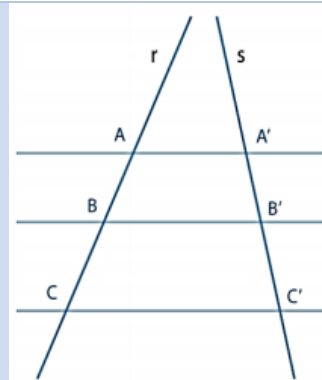
- a) ¿Cómo es el triángulo que se forma con la altura de la pirámide y su sombra comparado con el triángulo que se forma con la altura del bastón y su respectiva sombra?
- b) Suponiendo que a cierta hora del día el bastón mide $1,5\text{ m}$, su sombra $1,5\text{ m}$ y la sombra de la pirámide es de 139 m , ¿cómo resolverías el enigma de la altura de la pirámide? ¿Cuánto debería medir la pirámide aproximadamente?
- c) ¿Por qué crees que le funcionó esta estrategia de medición a Thales de Mileto hace casi 2.500 años?

TEOREMA DE THALES

Si dos o más rectas cualesquiera se cortan por varias rectas paralelas, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra.

Esto es:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$



APLICO LO APRENDIDO

1) Completar con el segmento que corresponda, según los datos del gráfico:

1. $\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{\square}{\square}$

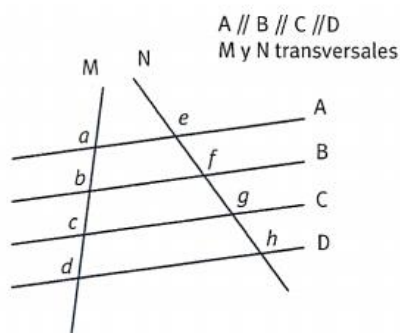
4. $\frac{\overline{fg}}{\overline{fh}} = \frac{\square}{\square}$

2. $\frac{\overline{ad}}{\overline{bc}} = \frac{\square}{\square}$

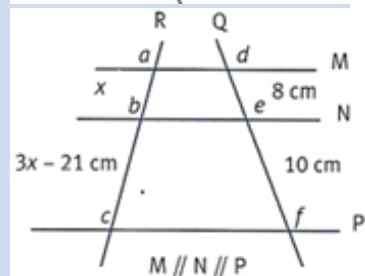
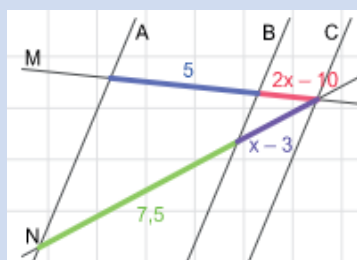
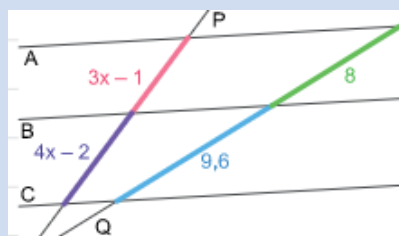
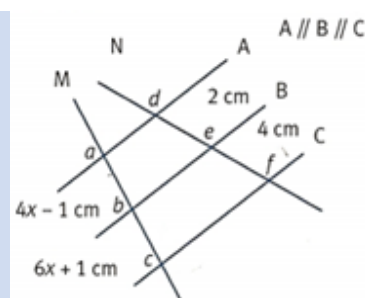
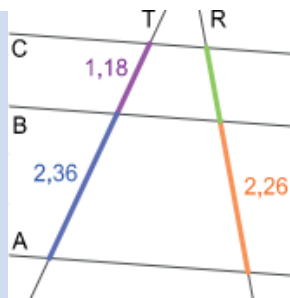
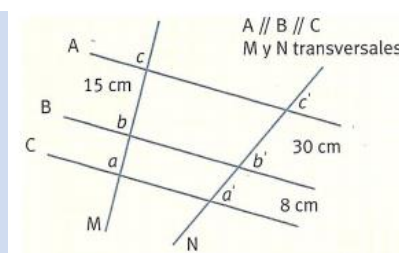
5. $\frac{\overline{ac}}{\square} = \frac{\square}{\overline{ef}}$

3. $\frac{\square}{\overline{ad}} = \frac{\overline{eg}}{\square}$

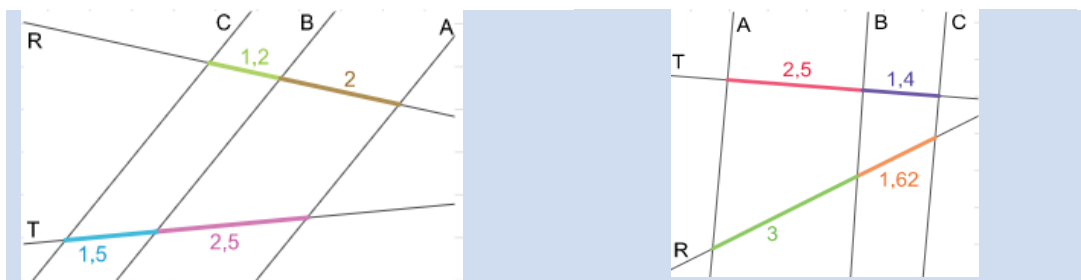
6. $\frac{\overline{bd}}{\overline{ac}} = \frac{\square}{\square}$



2) Calcular la medida del segmento que falta



- 3) Con los datos de las imágenes indiquen si, en cada caso, las rectas A, B y C son paralelas. Expliquen sus respuestas.

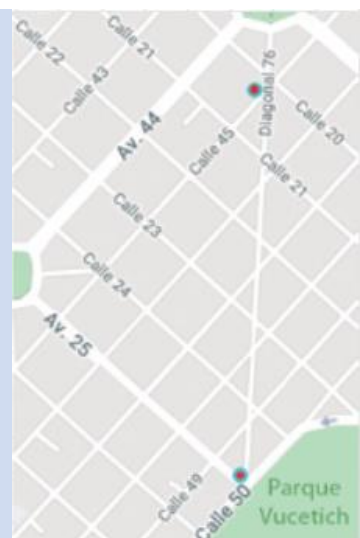


- 4) **¿Cuánto sale un viaje en taxi?** Matías, que vive en La Plata, en la esquina de la calle 45 y la diagonal 76, tiene que encontrarse con un amigo en el Parque Vucetich, justo donde la diagonal choca con el parque. Como ya se le hizo tarde, pensó en tomar un taxi que va derecho por la diagonal.

En esta ciudad, la bajada de bandera cuesta \$100 y la ficha, que cuesta \$50, cae cada 130 metros. Por suerte Matías recuerda algunos datos.

- Las calles 45, 46, 47, 48, 49 y 59 son paralelas entre sí.
- Por la avenida 25, entre las calles 49 y 50 hay 90 m, mientras que entre las calles 45 y 50 hay unos 550 m.
- Por la diagonal, desde el parque hasta la calle 49 hay 140m

¿Qué distancia aproximada hay desde la casa de Matías hasta el parque? ¿Le alcanzan \$800 para pagar el viaje?



- 5) Plantear y resolver cada uno de los siguientes problemas:
- Un alumno está parado junto a un mástil izando la bandera. Si la sombra que proyecta el mástil es de 1.2m y la del aluminio 0.50m ¿Cuál es la altura del mástil si el aluminio mide 1,6 m?
 - Una sierra tiene una altura de 400m sobre el nivel del mar y su ladera, desde el pie hasta la cumbre 560m. ¿A qué altura, sobre el nivel del mar, se encuentra un andinista que ya recorrió 350m por la ladera?



RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Resolver un triángulo rectángulo significa hallar la medida de sus tres lados y la medida de los dos ángulos agudos.

Para ello se utilizan:

- Teorema de Pitágoras.
- Propiedad de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo.
- Razones trigonométricas.

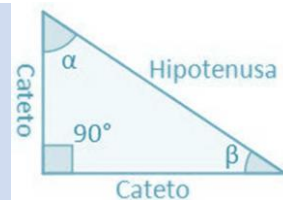
Teniendo en cuenta que: para poder resolver un triángulo rectángulo se debe conocer al menos, el valor de uno de sus ángulos agudos y un lado, o el valor de dos de sus lados.

Para calcular los valores desconocidos es conveniente usar los datos y no los resultados obtenidos.



Recordamos

- Un triángulo es rectángulo cuando uno de sus ángulos interiores es un ángulo
- El lado opuesto al ángulo recto se llama
- Los lados restantes se denominan



- EN TODO TRIÁNGULO RECTÁNGULO SE VERIFICAN LAS SIGUIENTES RELACIONES:

I. RELACION ENTRE SUS ÁNGULOS AGUDOS:

Sabemos que en todo triángulo se verifica la siguiente propiedad:

La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a°, esto es:

$$SAI = \dots\dots\dots^\circ$$

Luego:

$$\alpha + \beta = \dots\dots\dots^\circ \text{ esta se denomina "propiedad de los ángulos agudos"}$$

II. RELACION ENTRE SUS LADOS:

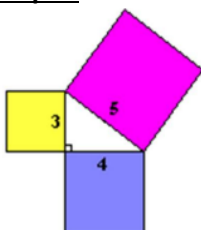
TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos.

Esto es:

$$H^2 = C_1^2 + C_2^2$$

Ejemplo: Consideremos un triángulo rectángulo cuyos lados miden 3 cm, 4cm y 5 cm.



$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Calculando obtenemos:

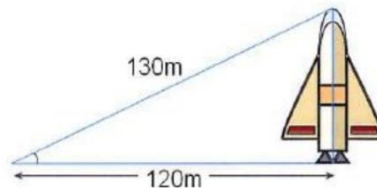
$$9 + 16 = 25$$



¿Por qué es útil esto?: Si sabemos las longitudes de dos lados de un triángulo con un ángulo recto, el Teorema de Pitágoras nos ayuda a encontrar la longitud del tercer lado.

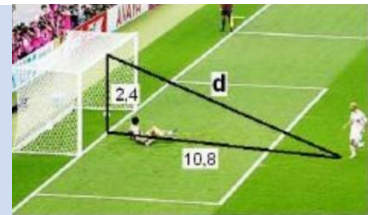
APLICO LO APRENDIDO

- 1) Calcular la longitud de la hipotenusa de un triángulo cuyos catetos miden 6cm y 8cm .
- 2) Calcular la longitud de uno de los catetos del triángulo rectángulo sabiendo que el otro cateto mide 12cm y su hipotenusa mide 15cm
- 3) Calcular la altura del cohete.

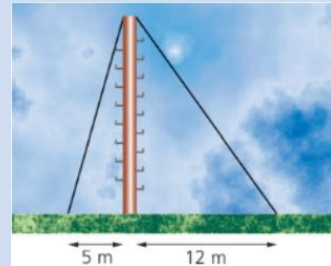


- 4) Una escalera de $6,5\text{m}$ está apoyada en una pared vertical a $5,2\text{m}$ del suelo. ¿A qué distancia se encuentra de la pared el pie de la escalera?
- 5) Calcular la diagonal de un cuadrado cuyo perímetro es de 16cm

- 6) La altura de un arco de fútbol reglamentaria es de $2,4\text{m}$ y la distancia desde el punto del penal hasta la raya de gol es de $10,8\text{m}$. ¿Qué distancia recorre una pelota que se lanza desde el punto de penal y se estrella en el punto central del larguero?

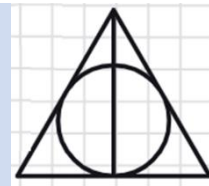


- 7) Un poste de luz se aseguró con dos tensores que van desde su extremo superior hasta el piso. La imagen muestra dos de ellos. El más largo mide 20m . ¿Es posible que el otro mida 16m ?



- 8) MATEMÁTICA Y MAGIA. En los últimos años Harry Potter ha sido una de las películas más vistas y uno de los libros más vendidos. ¿Conocen o recuerdan la insignia de “las tres reliquias”? Este símbolo está compuesto por un triángulo equilátero con una de sus alturas trazadas y un círculo inscrito en él. El triángulo representa la Capa de la Invisibilidad, la línea refiere a la Varita de Sauco, y el círculo, a la Piedra de la Resurrección.

- a) Calcular la longitud de la Varita de Sauco, sabiendo que el triángulo tiene 12cm de perímetro. Redondear el resultado a los centésimos.
- b) ¿Cuáles serían, aproximadamente, el perímetro y el área del triángulo si la Varita de Sauco midiese 9cm ?





- 9) Calcular la amplitud del ángulo \hat{b} en el triángulo $\triangle abc$, si $\hat{a} = 64^{\circ}38'52''$ y $\hat{c} = 75^{\circ}44'39''$
- 10) Plantear la ecuación y hallar la amplitud de los ángulos interiores del triángulo $\triangle abc$, si $\hat{a} = 3x + 5^{\circ}$, $\hat{b} = 2x + 45^{\circ}$ y $\hat{c} = 9x - 10^{\circ}$

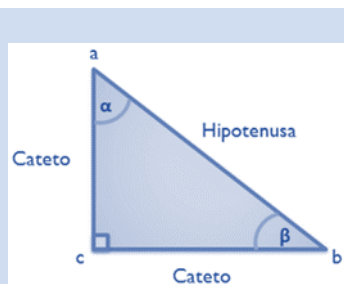
III. RELACION ENTRE SUS ÁNGULOS AGUDOS Y LADOS:

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

La **TRIGONOMETRÍA** es la rama de la matemática que estudia la relación entre las medidas de los lados y ángulos de un triángulo, y las relaciones entre las funciones trigonométricas de estos ángulos

Se llaman **RAZONES TRIGONOMÉTRICAS** a aquellas que relacionan las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo con la amplitud de los ángulos agudos del mismo.

Para cada uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo, uno de los catetos es “adyacente” y el otro es “opuesto”.



Teniendo en cuenta la siguiente figura, completamos:

- De acuerdo al ángulo $\hat{\alpha}$, el cateto..... es opuesto y el cateto..... es adyacente.
- De acuerdo al ángulo $\hat{\beta}$, el catetoes opuesto y el cateto es adyacente.

Luego, las razones trigonométricas se definen de la siguiente manera:

Seno de un ángulo: es la razón entre las longitudes del cateto opuesto y la hipotenusa.

$$\text{sen } \hat{x} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

Coseno de un ángulo: es la razón entre las longitudes del cateto adyacente y la hipotenusa.

$$\text{cos } \hat{x} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

Tangente de un ángulo: es la razón entre las longitudes del cateto opuesto y el cateto adyacente.

$$\text{tg } \hat{x} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

¡NO OLVIDAR!

Las razones trigonométricas dependen del ángulo interior considerado.



De acuerdo a la figura anterior completamos:

$$\text{sen } \hat{\alpha} = \text{---}$$

$$\text{sen } \hat{\beta} = \text{---}$$

$$\text{cos } \hat{\alpha} = \text{---}$$

$$\text{cos } \hat{\beta} = \text{---}$$

$$\text{tg } \hat{\alpha} = \text{---}$$

$$\text{tg } \hat{\beta} = \text{---}$$

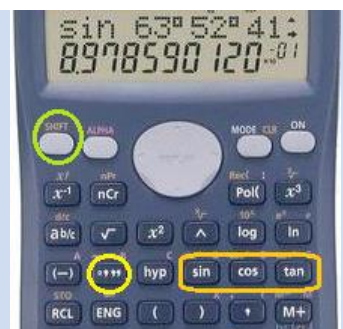
USO DE LA CALCULADORA CIENTÍFICA

Si se conoce el ángulo, para calcular las razones trigonométricas se utiliza la calculadora científica y dichos valores se obtienen de la siguiente manera:

$\text{sen}30^\circ = \dots\dots\dots$	sin	3	0	° ' "	=
$\text{cos}40^\circ = \dots\dots\dots$	cos	4	0	° ' "	=
$\text{tg}60^\circ = \dots\dots\dots$	tan	6	0	° ' "	=

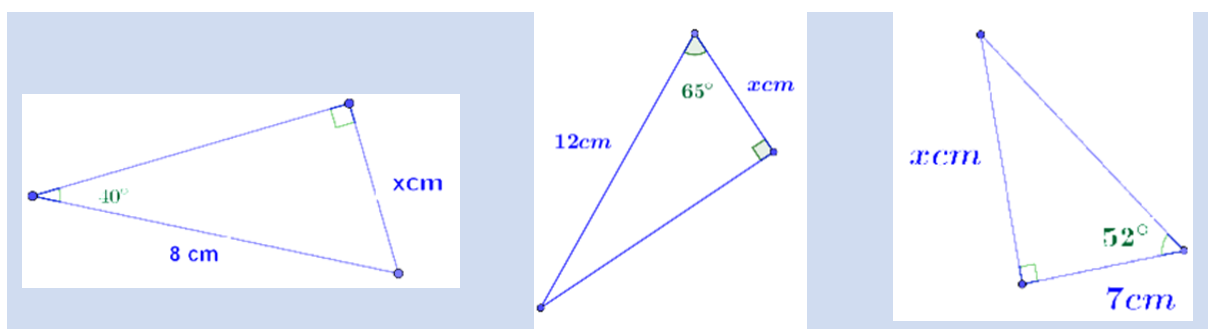
Si se conoce la razón trigonométrica y se quiere conocer el valor del ángulo:

$\text{sen } x = 0,48 \rightarrow x = \dots\dots\dots$	SHIFT	sin	0	.	4	8	=	° ' "
$\text{cos } x = 0,5 \rightarrow x = \dots\dots\dots$	SHIFT	cos	0	.	5	0	=	° ' "
$\text{tg } x = 1,85 \rightarrow x = \dots\dots\dots$	SHIFT	tan	1	.	8	5	=	° ' "

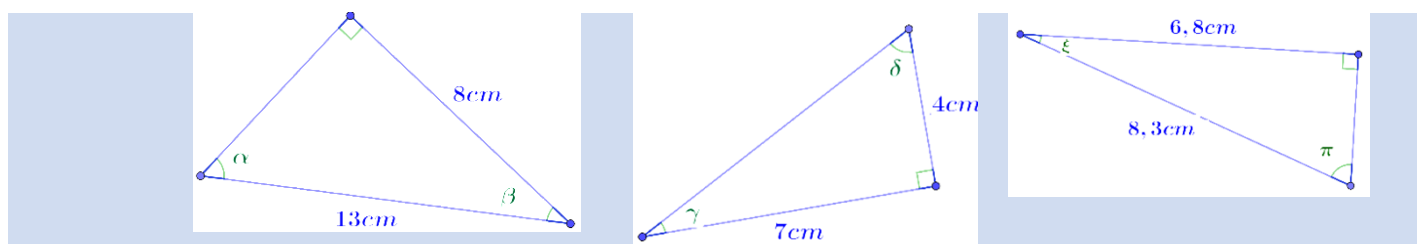


APLICO LO APRENDIDO

1) Hallar el valor de x en cada uno de los siguientes triángulos:



2) Hallar el valor de los ángulos agudos de los siguientes triángulos.



3) Resolver los siguientes triángulos rectángulos:

A)

Datos:

$B = 4\text{cm}$

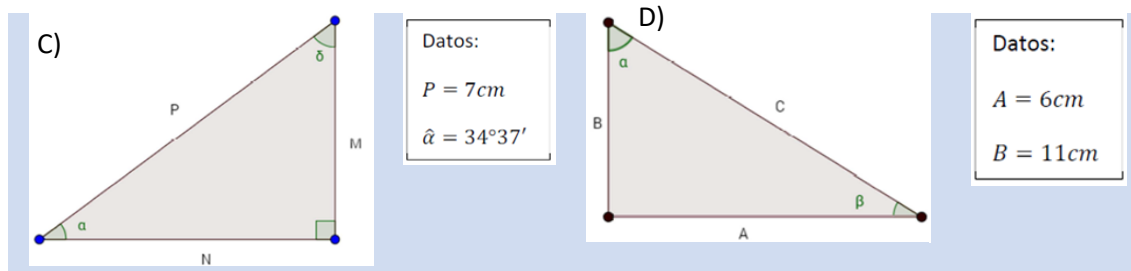
$\hat{\alpha} = 52^\circ$

B)

Datos:

$P = 8\text{cm}$

$M = 5\text{cm}$



- 4) Leer las consignas que se presentan a continuación, luego realizar un dibujo o representación gráfica (puedes ayudarte buscando en internet) y marcar, en cada uno de ellos, el triángulo rectángulo que se forma.
- a) Un árbol y su sombra en el suelo.
 - b) Una casa con techo a dos aguas.
 - c) Una plaza rectangular con senderos que unan las esquinas opuestas.
 - d) Una rampa para automóviles.
 - e) Un poste de luz con un tensor que lo sujeta al suelo.
- 5) Graficar, plantear y resolver las siguientes situaciones problemáticas:
- a) Un árbol de 50m de alto proyecta una sombra de 60m de largo. Encontrar el ángulo de elevación del sol en ese momento.
 - b) Un dirigible que está volando a 800m de altura, distingue un pueblo con un ángulo de depresión de 12° . ¿A qué distancia del pueblo se halla?
 - c) Calcular la altura de una torre, si situándonos a 5m de su pie vemos la parte mas alta bajo un ángulo de 75° . Redondear a los décimos la respuesta.
 - d) El viento troza un árbol, la punta se apoya en el suelo en un punto situado a 10m del pie, formando un ángulo de 30° con el plano horizontal. ¿Cuál era la altura del árbol? Redondear a los centésimos la respuesta.
 - e) Una cuerda de 60m se estira desde la parte superior de un poste hasta el suelo, formando con este un ángulo de 39° . Hallar la altura del poste y la distancia del pie de este, al lugar donde la cuerda toca el suelo.
 - f) Una escalera de $13,5\text{m}$ de longitud, llega justamente hasta la parte superior de una pared. Si la escalera forma un ángulo de 60° con la pared, hallar la altura y la distancia a la pared del pie de la escalera.
 - g) Obtener la longitud de una escalera recostada en una pared de $4,5\text{m}$ de altura que forma un ángulo de 60° con respecto al piso.
 - h) La altura de un árbol es de 8m . ¿A qué distancia del árbol se encuentra un observador, de $1,65\text{m}$ de altura, que observa la parte superior del mismo con un ángulo de elevación de 38° ?
 - i) Calcular el perímetro y el área de un triángulo isósceles sabiendo que el lado desigual mide 7cm y el ángulo opuesto a este mide 52° .



Unidad 3

CUERPOS

- Perímetro. Unidades de longitud. Área. Unidades de superficie.
- Polígonos regulares. Área.
- Cuerpos: Poliedros y cuerpos redondos. Desarrollo plano. Área lateral y área total.
- Volumen. Unidades de volumen.
- Capacidad. Unidades de capacidad.





PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS

ACTIVIDAD 1: Marcela entrena corriendo alrededor de un parque rectangular de 180 m de largo y 120 m de ancho. Su amiga Paula corre alrededor de una plaza cuadrada de 100 m de lado. ¿Cuántas vueltas tiene que correr Paula en una plaza para completar la misma distancia que recorre Marcela en una vuelta al parque?



- Para resolver este problema, hemos calculado el del rectángulo y del cuadrado.

El **perímetro** de una figura es la longitud de su contorno

Para calcular el **perímetro** de un polígono, al sumar las longitudes de sus lados, todas deben estar expresadas en la misma unidad

UNIDADES DE LONGITUD

Medir es comparar una magnitud con otra que llamamos unidad. La medida es el número de veces que la magnitud contiene a la unidad

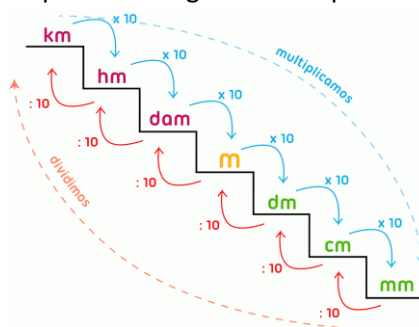
La longitud es una magnitud fundamental creada para medir la distancia entre dos puntos.

La unidad principal para medir longitudes es el metro

	MULTIPLoS			UNIDAD PRINCIPAL	SUBMULTIPLoS		
Unidades	Kilómetr o	Hectómetro	Decámetr o	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
Símbolo	<i>km</i>	<i>hm</i>	<i>dam</i>	<i>m</i>	<i>dm</i>	<i>cm</i>	<i>mm</i>

Cada unidad de longitud es igual a 10 unidades de orden inmediato inferior, o también cada unidad de un orden es 10 veces menor que la del orden inmediato superior.

Para pasar de una unidad a otra podemos seguir este esquema:



Por lo tanto, el problema de convertir unas unidades en otras se reduce a multiplicar o dividir por la unidad seguida de **tantos ceros como lugares haya entre ellas**.

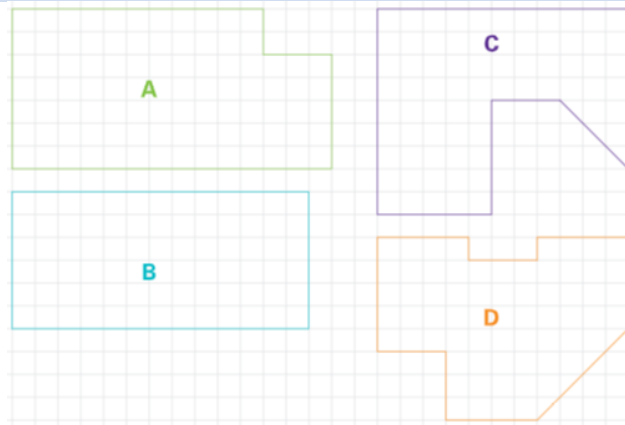
EJERCICIO: Completar las siguientes equivalencias entre unidades de longitud.

- a) $5 \text{ dm} = \dots\dots\dots m$ b) $105,3 \text{ hm} = \dots\dots\dots dm$ c) $137000 \text{ mm} = \dots\dots\dots hm$
 d) $6,8 \text{ km} = \dots\dots\dots m$ e) $368,5 \text{ m} = \dots\dots\dots dam$ f) $0,00057 \text{ km} = \dots\dots\dots mm$



ÁREA DE FIGURAS PLANAS

ACTIVIDAD 2: La municipalidad de una ciudad quiere construir un parque con juegos infantiles, una pista de skate y un área deportiva. Para hacerlo hay cuatro posibles terrenos y se quiere elegir el que tenga mayor superficie. El segundo más grande quedará para la construcción de un centro cultural. ¿Cuál es el terreno del parque y cuál el del centro cultural?



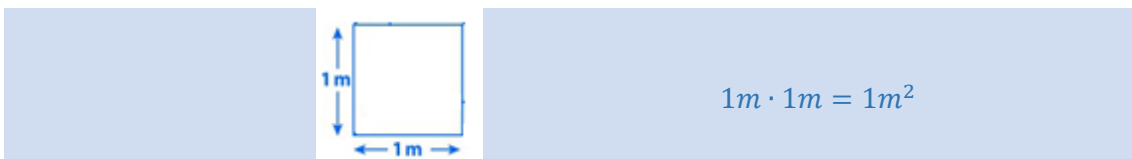
- Para determinar cuál terreno es el mayor, debemos considerar la que ocupa cada uno.
- Calcular el área de las cuatro figuras tomando como unidad de medida un cuadrado del cuadrículado.

El **área** de una figura es la medida de su **superficie**.

Para calcular el área de una figura podés descomponerla en otras conocidas.

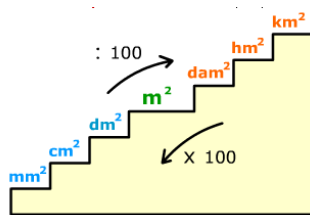
UNIDADES DE SUPERFICIE

El m^2 es el patrón internacional para medidas de superficie y es equivalente al área de un cuadrado de lado de $1 m$.



	MULTIPLOS			UNIDAD PRINCIPAL	SUBMULTIPLOS		
Unidades	Kilómetro cuadrado	Hectómetro cuadrado	Decámetro o cuadrado	Metro cuadrado	Decímetro cuadrado	Centímetro cuadrado	Milímetro cuadrado
Símbolo	km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2

Las unidades de superficie varían de 100 en 100



EJERCICIO: Completar las siguientes equivalencias entre unidades de superficie.

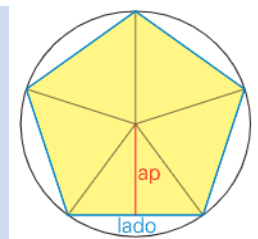
- | | |
|---|---|
| a) $2 \text{ km}^2 = \dots\dots\dots \text{m}^2$ | b) $340 \text{ cm}^2 = \dots\dots\dots \text{hm}^2$ |
| c) $0,005 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots \text{mm}^2$ | d) $1,12 \text{ dam}^2 = \dots\dots\dots \text{km}^2$ |
| e) $0,00004 \text{ hm}^2 = \dots\dots\dots \text{dm}^2$ | f) $0,005 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{cm}^2$ |

POLÍGONOS REGULARES

Un **polígono es regular** cuando todos sus lados miden lo mismo y la amplitud de todos sus ángulos son iguales. Los polígonos regulares están inscritos en una circunferencia.

ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES

Un polígono regular de n lados, se puede descomponer en n triángulos congruentes, como muestra el dibujo. Por eso, para averiguar su área, se puede calcular la de uno de esos triángulos, cuya base (b) es el lado (l) del polígono, y cuya altura (a) es la apotema (ap) del polígono. Luego, se debe multiplicar por n , o aplicar directamente la fórmula que se deduce de lo planteado.



$$\text{Área del polígono regular} = n \cdot \frac{b \cdot a}{2} = \frac{n \cdot l \cdot ap}{2}$$

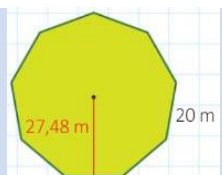
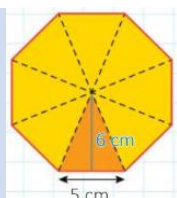
$$\text{Área del polígono regular} = \frac{\text{perímetro} \cdot ap}{2}$$

Ejemplo: Calcular el área de un octógono regular de 50 mm de lado y 6 cm de apotema.

$$\text{Área} = \frac{8 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm}}{2} = 120 \text{ cm}^2$$

APLICO LO APRENDIDO

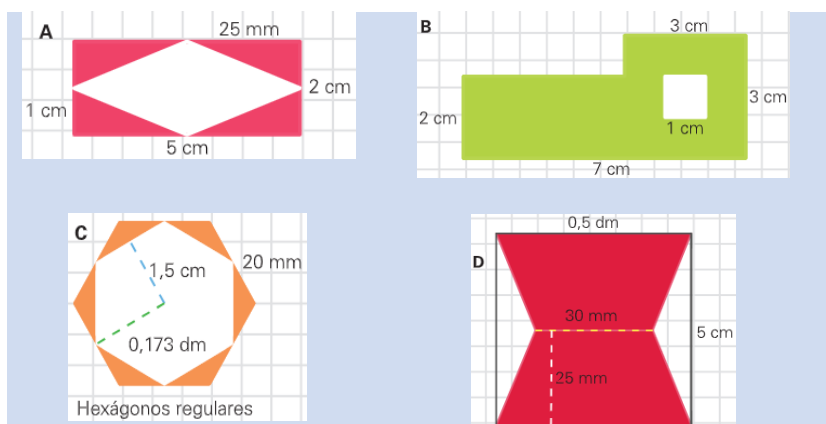
1) Averiguar el área de cada polígono regular:



2) Para armar una pequeña pelota de fútbol se necesitan 12 pentágonos regulares de 3 cm de lado y 2,06 cm de apotema, y 20 hexágonos regulares con 2,6 cm de apotema. ¿Cuántos centímetros cuadrados reúnen las 32 piezas?



3) Calcular el área de la parte sombreada de cada figura.



FÓRMULAS

FIGURA	PERÍMETRO	ÁREA
TRIÁNGULO 	$P = a + b + c$	$A = \frac{b \cdot h}{2}$
CUADRADO 	$P = 4L$	$A = L^2$
RECTÁNGULO 	$P = 2a + 2b$	$A = a \cdot b$
PARALELOGRAMO 	$P = 2a + 2b$	$A = a \cdot h$
ROMBO 	$P = 4L$	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
TRAPECIO 	$P = a + b + c + B$	$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$
POLÍGONO REGULAR 	$P = L \cdot n$	$A = \frac{\text{per.} \cdot \text{ap}}{2}$
CIRCUNFERENCIA 	$L = 2 \cdot \pi \cdot r$ Longitud de la circunferencia, es su perímetro	$A = \pi \cdot r^2$



CUERPOS GEOMÉTRICOS

Todo objeto que ocupa un lugar en el espacio es un **CUERPO**

ACTIVIDAD 3: Observar los siguientes objetos



- Marcar con distinto color los cuerpos que ruedan y los poliedros.

Los cuerpos geométricos se clasifican en:

- ❖ **POLIEDROS:** Las caras son polígonos.
- ❖ **CUERPOS REDONDOS:** tienen una superficie curva. Se los llama cuerpos de revolución debido a que se generan haciendo girar una figura plana alrededor de un eje.

POLIEDROS

ELEMENTOS DE LOS POLIEDROS: Los poliedros tienen:

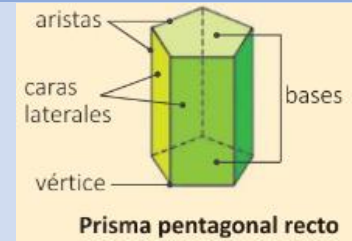
- ❖ **Caras:** polígonos que limitan el cuerpo.
Entre las caras, se distinguen las: **laterales** y **bases**.
- ❖ **Aristas:** segmentos que unen dos caras.
- ❖ **Vértices:** puntos en que coinciden tres o más caras.
- ❖ **Altura:** Distancia entre las bases o entre el vértice (cúspide) y la base.



PRISMA

Características:

- Dos bases que son polígonos paralelos y congruentes. Su forma le da nombre al cuerpo
- Caras laterales que son paralelogramos. Si todas ellas son rectángulos, el prisma es recto.



Caso Particular: PRISMA REGULAR

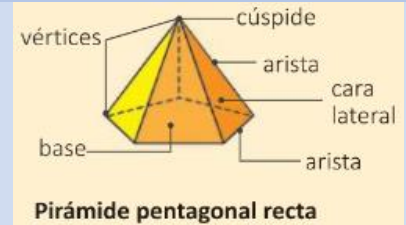
- Dos bases que son POLÍGONOS REGULARES
- Caras laterales que son RECTÁNGULOS CONGRUENTES.
- A cada vértice concurre igual número de caras.



PIRÁMIDE

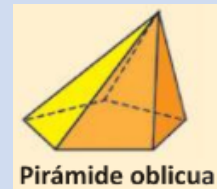
Características:

- Una base que es un polígono. Su forma le da nombre al cuerpo
- Caras laterales que son triangulares y concurren en un vértice llamado cúspide. Si todas ellas son triángulos isósceles, la pirámide es recta.



Caso Particular: PIRÁMIDE REGULAR

- Su base es un POLÍGONO REGULAR.
- Caras laterales que son TRIÁNGULOS CONGRUENTES.



En esta unidad trabajaremos con primas y pirámides rectos.

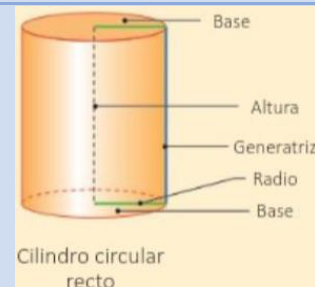
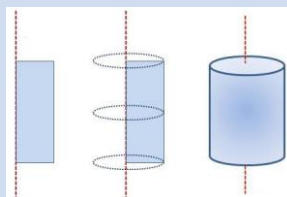
POLIEDROS REGULARES:

- Sus caras son polígonos regulares y congruentes.
- En cada vértice concurre el mismo número de caras.
- Existen solo cinco poliedros regulares: Tetraedro, Hexaedro, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro.

CUERPOS REDONDOS

CILINDRO

Se genera al hacer girar un rectángulo sobre uno de sus lados



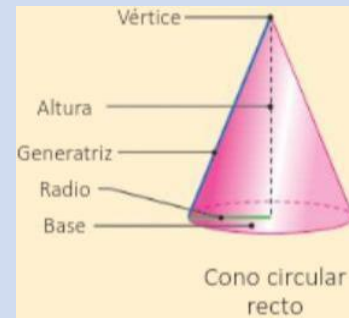
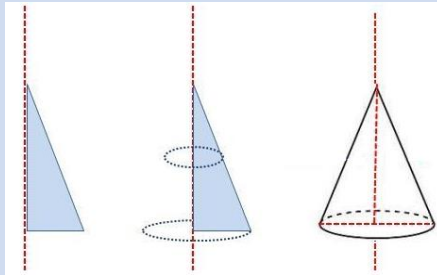
Característica:

- Tiene DOS BASES circulares



CONO

Se genera al hacer girar un triángulo rectángulo sobre uno de sus catetos.

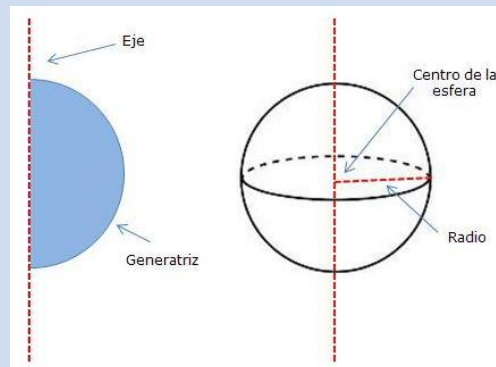


Características:

- Tiene UNA BASE circular.
- Una cara lateral curva que finaliza en el vértice

ESFERA

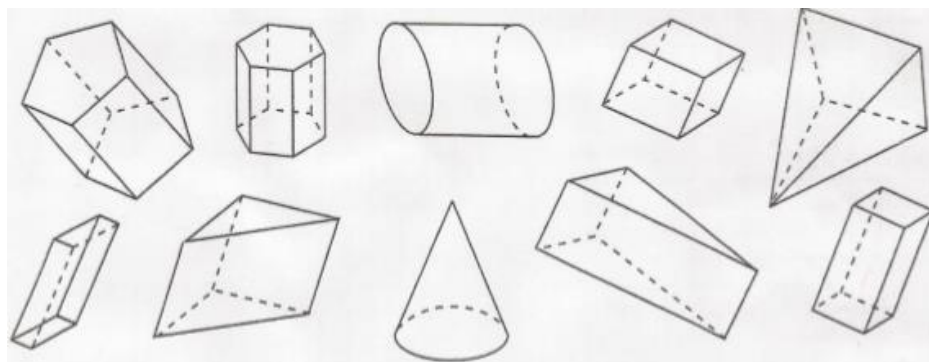
Se genera al hacer girar un semicírculo sobre su diámetro.



Características:

- Todos los puntos se encuentran a la misma distancia del centro.
- El segmento que une cada punto de la esfera con el centro se denomina radio.

EJERCICIO: Pintar, con rojo, las caras laterales de los cuerpos que sean rectángulos; con verde, las caras cuadradas; con violeta los triángulos. Determinar el nombre de cada uno.

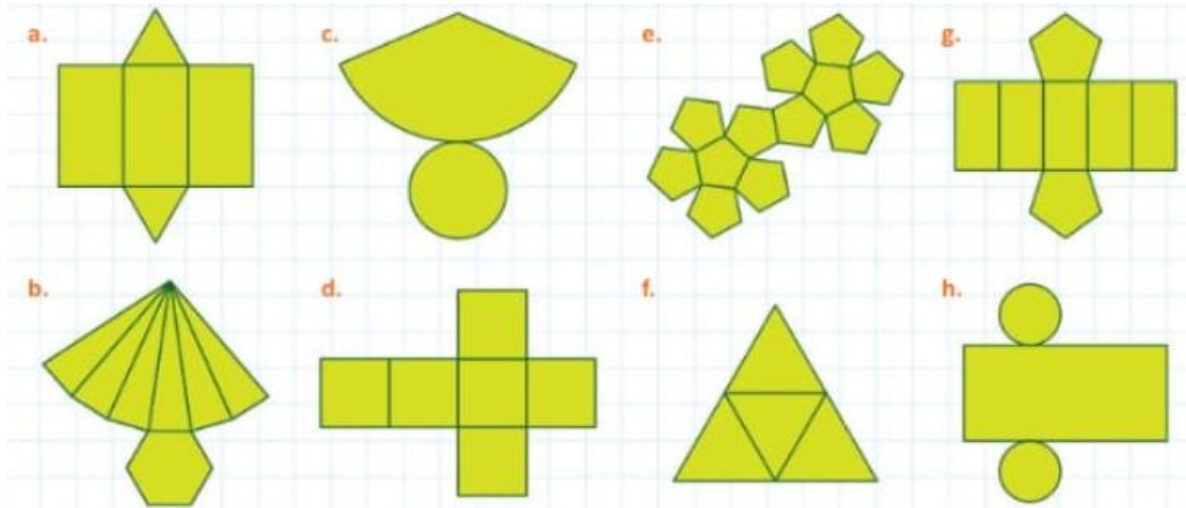




DESARROLLO PLANO DE LOS CUERPOS

Para visualizar mejor las figuras que constituyen las caras de los cuerpos, saber sus propiedades y conocer más fácilmente la superficie que éste ocupa, es conveniente realizar el trazo de cada cuerpo sobre un plano.

ACTIVIDAD 4: Determinar el cuerpo que se puede armar con cada plantilla.



ÁREA LATERAL Y TOTAL DE LOS CUERPOS

ACTIVIDAD 5: Supongamos que los cuerpos realizados anteriormente tienen las siguientes medidas:

a) Prisma a.:

Altura: 10 *cm*
Lado de la base: 5 *cm*

b) Cilindro h.:

Altura: 15 *cm*
Radio de la base: 3 *cm*

c) Pirámide b.:

Altura de los triángulos: 8 *cm*
Lado de la base: 2 *cm*

- ¿Cómo podemos calcular su área?

El área formada por el área de las caras laterales se denomina **área lateral**.
En el prisma y el cilindro las caras laterales forman un rectángulo. Para calcular su área debemos realizar el producto de la base por la altura del mismo.

- ¿Qué relación podemos establecer entre la longitud de la base de este rectángulo con la base del cuerpo?

A partir del desarrollo plano de estos cuerpos, se obtienen las fórmulas para calcular su **área lateral** (A_L) y su **área total** (A_T)

Prisma recto

$A_L = \text{Perímetro de la base} \cdot \text{Altura del cuerpo}$

$A_T = A_L + 2 \cdot \text{Área de la base}$

Cilindro recto

$L = 2 \pi r$

$A_L = \pi \cdot r \cdot g$

Pirámide recta

$A_L = \text{suma de las áreas de las caras laterales}$

$A_T = A_L + \text{Área de la base}$

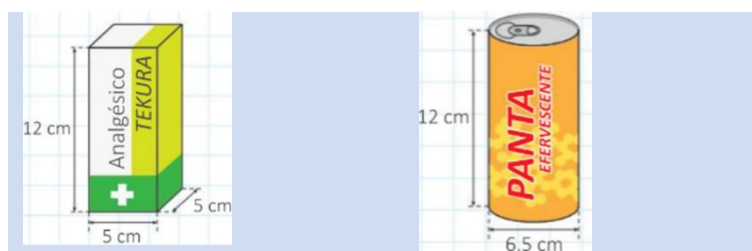
Cono recto

$L = 2 \pi r$

$A_L = \pi \cdot r \cdot g$

APLICO LO APRENDIDO

- 1) Estimar cuantos cm^2 de cartón y cuántos de aluminio tienen la caja prismática del medicamento y la lata cilíndrica de gaseosa, respectivamente. Para hacer las estimaciones, no considerar las solapas internas de la caja ni las muescas de la lata.



- 2) Estimar cuantos cm^2 de cartón y cuántos de barquillo tienen un cucurucho piramidal de papas fritas y uno cónico de helado, respectivamente. Para hacer las estimaciones, no considerar los dobles ni los rebordes.

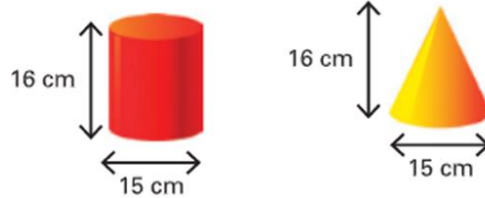


- 3) En el antiguo Egipto se construían tumbas monumentales para los faraones, como las pirámides de Keops y Kefrén. Ambas tienen bases cuadradas. Además, Keops tiene una altura de 147 m y el lado de su base mide 230 m; la altura de Kefrén es de 144 m y el perímetro de su base 864 m. Estas pirámides estaban recubiertas de piedra caliza. Calcular cuántos metros cuadrados se tuvieron que cubrir en cada pirámide.





- 4) Juana preparó un regalo que pondrá en una caja con forma cúbica de 15 cm de arista. Quiere forrar la caja con papel de colores ¿Cuánto papel necesita?
- 5) Calcular el área total de los siguientes cuerpos.

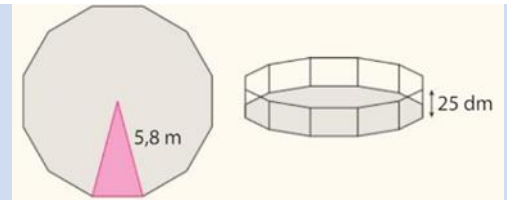


- 6) Si se suman las áreas de todas las caras del prisma, se obtiene 144 cm^2 . Las bases del prisma son triángulos rectángulos en los que la hipotenusa mide 100 mm y un cateto $0,06\text{ m}$. ¿Qué altura tiene el prisma?



- 7) Un arquitecto diseña un salón poligonal simétrico de 36 m de contorno, como se ve en la figura.

- a) Calcular el área del piso del salón.
- b) Se planea pintar las paredes con dos manos de pintura, que rinde 12 m^2 por litro. ¿Cuántos litros de pintura se necesitan?



- 8) Una pirámide de base hexagonal tiene una apotema lateral de 12 cm , la arista de su base mide 70 mm y el radio $0,02\text{ m}$. Calcular el área total.

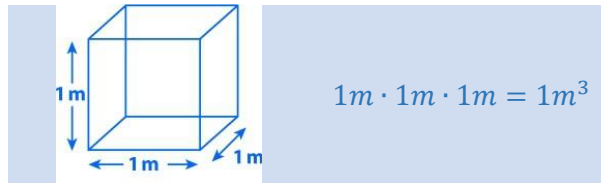


VOLUMEN

El **VOLUMEN** de un cuerpo es lo que mide el espacio que ocupa.
Es una magnitud derivada, ya que es el producto entre tres longitudes: el largo, el ancho y el alto.

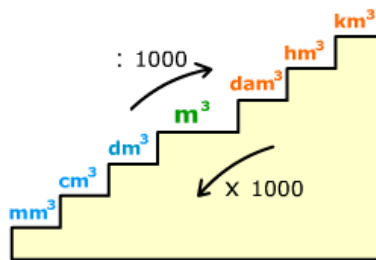
UNIDADES DE VOLUMEN:

El m^3 es el patrón internacional para medidas de volumen y es equivalente al volumen de un cubo de arista de 1 m.



	MULTIPLoS			UNIDAD PRINCIPAL	SUBMULTIPLoS		
Unidades	Kilómetro cúbico	Hectómetro cúbico	Decámetro cúbico	Metro cúbico	Decímetro cúbico	Centímetro cúbico	Milímetro cúbico
Símbolo	km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3

Las unidades de volumen varían de 1000 en 1000



Ejemplos:

- 1) $748,5 m^3$ a $dm^3 = 748,5 \cdot 1000 = 748500 dm^3$
- 2) $15,3 cm^3$ a $m^3 = 15,3 : 1000000 = 0,0000153 m^3$

EJERCICIO: Completen con la unidad o el número correspondiente

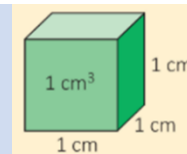
$0,0025 km^3 = 2500 \dots\dots\dots$	$1 hm^3 = 1000000 \dots\dots\dots$
$2,7 dm^3 = \dots\dots\dots m^3$	$380 dam^3 = \dots\dots\dots m^3$
$123.000 cm^3 = 0,123 \dots\dots\dots$	$50 m^3 = 0,05 \dots\dots\dots$
$3 cm^3 = \dots\dots\dots dm^3$	$0,072 km^3 = \dots\dots\dots hm^3$



VOLUMEN DE LOS CUERPOS POLIEDROS

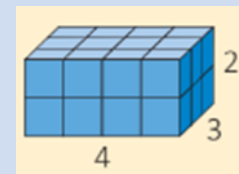
❖ VOLUMEN DEL PRISMA:

Un cubo de 1 cm de arista ocupa un volumen de 1 cm³



El prisma formado tiene en la base 4 · 3 = 12 cubitos y 2 cubitos de altura, por lo tanto tiene 24 cubitos en total.

Si cada cubo tiene 1 cm de arista, el volumen del prisma es de 24 cm³

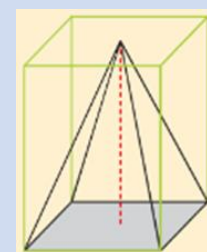


- Analizar: ¿Qué representan los 12 cubitos de la base? ¿y los 2 cubitos de altura?

Volumen del prisma =

❖ VOLUMEN DE LA PIRÁMIDE:

Tres pirámides como la dibujada ocupan el mismo volumen que el prisma. Esto es: el volumen de la pirámide es la tercera parte del volumen del prisma.



Pirámide y prisma tiene **igual base e igual altura**

$$\text{Volumen de la pirámide} = \frac{1}{3} \cdot \text{Volumen del prisma}$$

$$\text{Volumen de la pirámide} = \frac{1}{3} \cdot \text{área de la base} \cdot \text{altura}$$

VOLUMEN DE LOS CUERPOS REDONDOS

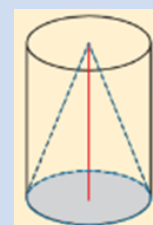
❖ VOLUMEN DEL CILINDRO

Tomando como referencia el volumen del prisma.

$$\text{Volumen del cilindro} = \text{área de la base} \cdot \text{altura}$$

❖ VOLUMEN DEL CONO

Tres conos como el dibujado ocupan el mismo volumen que el cilindro. Esto es: el volumen del cono es la tercera parte del volumen del cilindro.



Cono y cilindro tiene **igual base e igual altura**

$$\text{Volumen del cono} = \frac{1}{3} \cdot \text{Volumen del cilindro}$$

$$\text{Volumen del cono} = \frac{1}{3} \cdot \text{área de la base} \cdot \text{altura}$$



MAGNITUD: CAPACIDAD

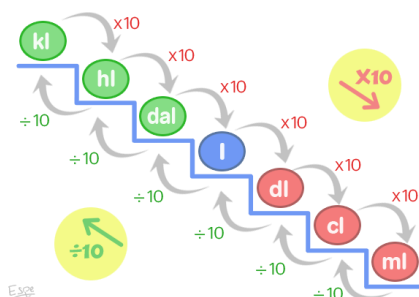
El volumen y la capacidad de los cuerpos son conceptos íntimamente relacionados, en general podemos decir que a mayor volumen mayor capacidad, pero si queremos hacer una diferencia entre estos conceptos, es posible afirmar que el volumen de un cuerpo es el lugar que ocupa en el espacio y la capacidad es lo que le cabe a ese cuerpo.

CAPACIDAD: El Litro es el patrón internacional para medidas de capacidad que corresponde a la capacidad de un cubo de arista 1 dm .

Si la relación entre volumen y capacidad es que $1\text{ dm}^3 = 1L$, entonces podemos decir que un recipiente de 1 m^3 puede llenarse con 1000 L de líquido.

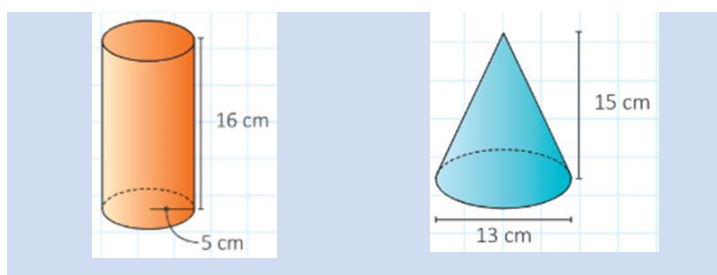
	MULTIPLoS			UNIDAD PRINCIPAL	SUBMULTIPLoS		
Unidades	Kilolitro	Hectolitro	Decalitro	Litro	Decilitro	Centilitro	Mililitro
Símbolo	<i>kl</i>	<i>hl</i>	<i>dal</i>	<i>L</i>	<i>dl</i>	<i>cl</i>	<i>ml</i>

Las unidades de capacidad varían de 10 en 10.



APLICO LO APRENDIDO

- 1) Calcular el volumen de los siguientes cuerpos.



- 2) En un tanque se colocan $1,2\text{ m}^3$ de agua. Viendo que aún queda lugar, se agregan otros 280 dm^3 . Y como todavía hay espacio, se agregan otros 20.000 cm^3 hasta llegar al tope.
 - a) ¿En cuál de las tres oportunidades se agregó más agua?
 - b) ¿Cuál es la capacidad del tanque?
- 3) ¿Cuántas jarras de 750 ml se pueden llenar con 24 dm^3 de jugo multifruta?



- 4) En un local comercial se quiere colocar un aire acondicionado Split. Al dueño le informaron que para saber aproximadamente cuántas frigorías necesita, debe calcular los metros cúbicos del ambiente y multiplicarlos por 50. Si el local tiene un piso rectangular de $5,40\text{ m}$ por $6,80\text{ m}$ y una altura de $3,15\text{ m}$. ¿Tendrá que comprar un Split de 5.000 o 6.000 frigorías?

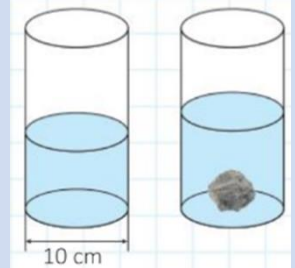


- 5) Un túnel en forma de medio cilindro tiene una longitud de 10 m y su altura es de 51 dm . ¿Cuántos metros cúbicos de piedra se extrajeron para hacer el túnel?

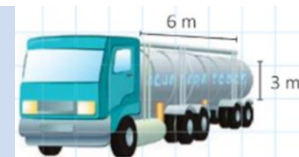


- 6)
- En un recipiente se vuelcan 5 L de agua. ¿Qué volumen ocupa el agua?
 - En otro recipiente se volcaron 750 ml de agua. ¿A cuántos decímetros cúbicos equivalen?
 - Un recipiente cilíndrico tiene 1 dm de altura y su base tiene 5 cm de radio. ¿Cuántos mililitros de capacidad tiene el recipiente?

- 7) Si en un recipiente cilíndrico que contiene agua cayera un objeto de arriba, el nivel del agua subiría. La diferencia entre el nuevo volumen de agua y el que tenía sería igual al volumen del objeto. Esta propiedad permite calcular el volumen de objetos que tienen formas irregulares. Si en un cilindro de 10 cm de diámetro, con agua hasta los 20 cm de altura, se echa una piedra y el nivel del agua sube hasta los 25 cm , ¿Qué volumen tiene la piedra?



- 8) El interior de la cisterna de un camión tiene forma de cilindro de 6 m de largo y 3 m de diámetro. ¿Cuál es la capacidad de la cisterna?



- 9) Joaco construyó un adorno cónico de 9 cm de altura. El radio de la base mide 8 cm . Su hermano Mateo quiere hacer uno que tenga el triple de volumen y, para eso, propone mantener la altura del cono que armó Joaco y triplicar el radio de la base. Joaco, en cambio, afirma que tiene que tener el mismo radio, pero el triple de altura. ¿Tiene razón alguno? ¿Por qué?
- 10) Javier construirá dos piletas para el club con forma de prisma. La de adultos tendrá 2 m de profundidad y el largo de la base rectangular medirá el doble de su ancho, mas 5 m . Las medidas de la pileta infantil serán justo la mitad de las de la pileta de adultos.
- La base de la pileta de adultos tiene 70 m de perímetro. ¿Cuáles son las dimensiones de cada pileta?



- b) Si desean pintarlas con impermeabilizante, ¿Cuántos metros cuadrados se deberán cubrir en cada una de las piletas?
- c) ¿Cuántos litros de agua entrarán en cada una de las piletas?
- 11) Determinar la capacidad, en litros, de un cono que tiene 12 cm de altura y cuya base tiene un radio de 5 cm .
- 12) ¿Qué volúmenes tienen las pirámides de Keops y Kefrén? Utilizar los datos del problema anteriormente visto.
- 13) Santiago necesita un recipiente cilíndrico que pueda contener 45 L de agua. Tiene uno de 40 cm de diámetro y otro de 50 cm . La altura del primero es de 45 cm y, del segundo, la mitad. ¿Cuál le conviene elegir?
- 14) Mariela fue al acuario a comprar una pecera y tiene que elegir entre estos dos diseños



- a) Si quiere llevar la de menor volumen, ¿Cuál debe comprar?
- b) ¿Cuántos litros de agua se necesitan para llenar cada una de las peceras?
- 15) La altura de un prisma es de 8 cm , su base es un pentágono de 5 cm de lado y 4 cm de radio. Calcula su volumen y área total.
- 16) En un recipiente cilíndrico de 5 cm de radio y $0,3\text{ m}$ de altura se vierte $\frac{1}{2}\text{ l}$ de agua, un sachet de 78 cm^3 de jugo concentrado, dos cucharadas de edulcorante y tres cucharadas de jugo de limón. La capacidad de la cuchara es de 10 ml .
- a) ¿Cuánto líquido hay en el recipiente?
- b) ¿Cuántos litros faltan para llenar el recipiente?
- 17) Un tanque de agua con forma de prisma recto, tiene 25 dm de ancho y $0,4\text{ dam}$ de largo. Si tiene una capacidad de 500 hl ¿Cuál es su altura?
- 18) Con 2 m^3 de arena se llena la tercera parte de un arenero cilíndrico de 12 dm de radio. ¿Qué altura tiene el arenero?
- 19) Al despegar una etiqueta que sin superponerse cubría todo el contorno de una lata cilíndrica, Pablo descubrió que era un rectángulo de $31,4\text{ cm}$ de base y 9 cm de altura.
- a) ¿Cuál es el diámetro de la base de la lata? ¿Y la altura de la lata?
- b) Calcular el área total y el volumen.





Unidad 4

FUNCIONES

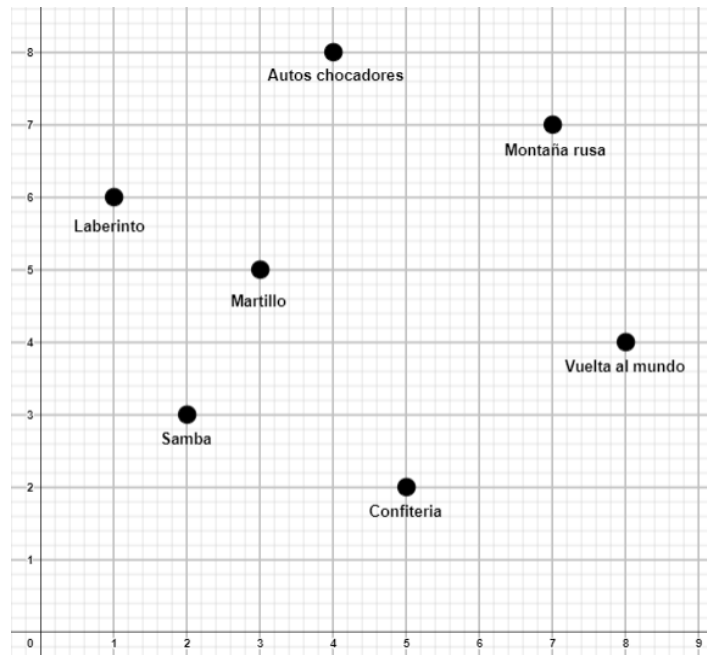
- Par ordenado. Sistema de ejes cartesianos ortogonales.
- Función. Distintas representaciones de una función. Dominio e imagen.
- Análisis de gráficos: Raíces. Ordenada al origen. Máximos y mínimos relativos y absolutos. Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Conjuntos de positividad y negatividad





PAR ORDENADO

ACTIVIDAD 1: En el siguiente gráfico podemos ubicar las distintas atracciones de un parque de diversiones.



La posición de cada lugar se establece mediante dos números o coordenadas. Por ejemplo: las coordenadas de la confitería son (5; 2)

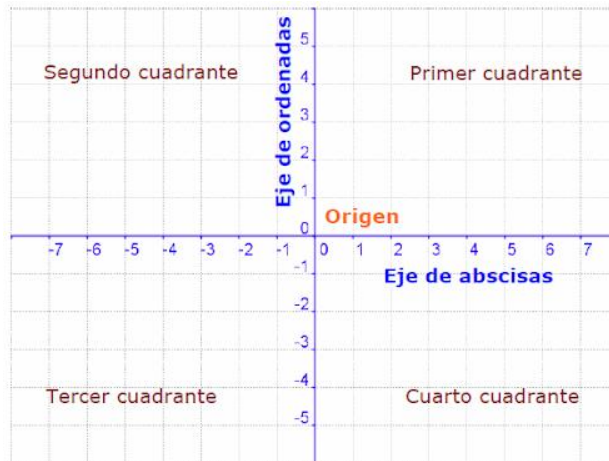
Cuando trabajamos con coordenadas, indicamos en primer lugar la coordenada horizontal y luego la vertical.

- Escribir las coordenadas de los juegos:
 - Samba:
 - Martillo:
 - Laberinto:
 - Autos chocadores:
 - Montaña rusa:
 - Vuelta al mundo:

¿Qué podemos concluir con respecto a la montaña rusa y los autos chocadores?

SISTEMA DE EJES CARTESIANOS ORTOGONALES

Para representar puntos en el plano utilizamos un **sistema de ejes cartesianos ortogonales**, el cual está formado por dos rectas perpendiculares que dejan al plano dividido en cuatro cuadrantes.

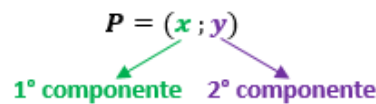


Cada eje tiene su propia escala. La intersección de ambos ejes es el **origen** (O) del sistema cartesiano, al que le hacemos corresponder el número 0 y, el par ordenado que lo identifica es el par (0; 0).

A la recta horizontal se la denomina **eje de las abscisas** y se la representa con la letra x . Se ubican los números positivos a la derecha del origen y los negativos a la izquierda.

A la recta vertical se la denomina **eje de las ordenadas** y se la representa con la letra y . Se ubican los números positivos en la parte superior y los negativos en la parte inferior.

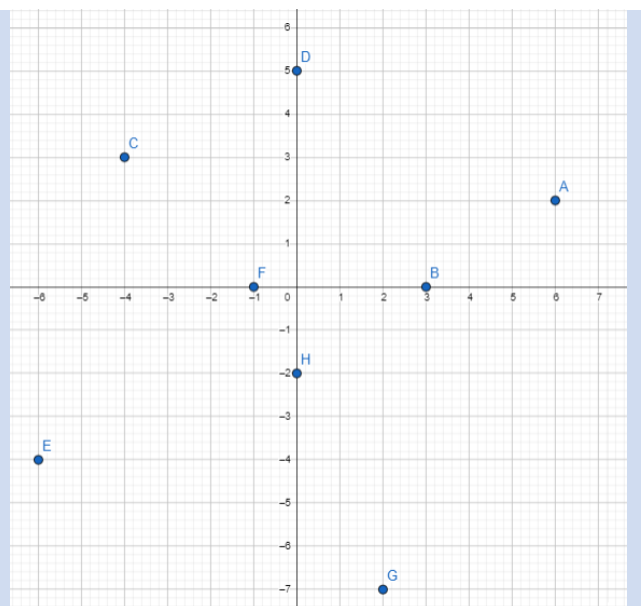
Cada punto en el gráfico corresponde a un par ordenado, par porque está compuesto por dos elementos y ordenado porque el orden de esos elementos es importante; primero se da la coordenada horizontal y luego la vertical. De esta manera, es posible ubicar cualquier punto en el plano a través de un **par ordenado** que suele notarse como:



Así podemos afirmar que **cada punto queda determinado por un único par de números**.

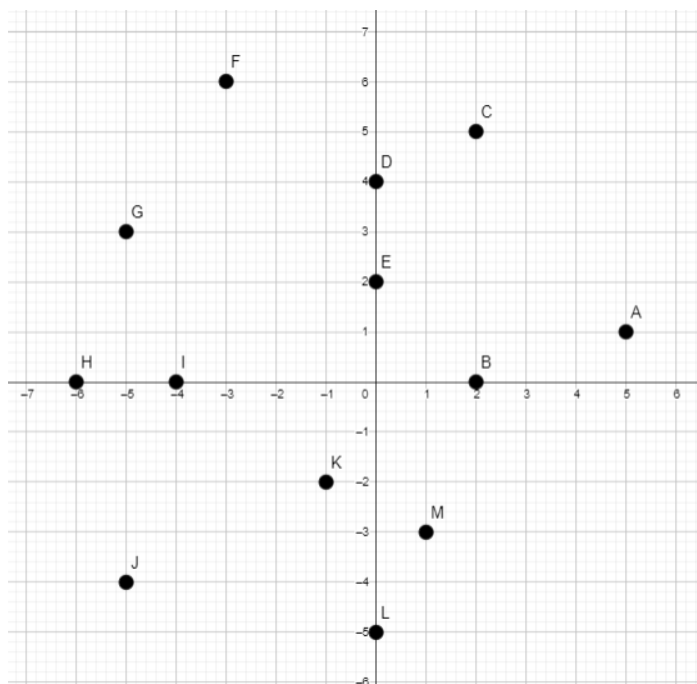
Veamos cómo se ubican los siguientes puntos:

PUNTO	x	y	PAR ORDENADO	UBICACIÓN
A	6	2	(6;2)	Cuadrante I
B	3	0	(3;0)	Eje x
C	-4	3	(-4;3)	Cuadrante II
D	0	5	(0;5)	Eje y
E	-6	-4	(-6;-4)	Cuadrante III
F	-1	0	(-1;0)	Eje x
G	2	-7	(2;-7)	Cuadrante IV
H	0	-2	(0;-2)	Eje y



APLICO LO APRENDIDO:

1) Escribir las coordenadas de los puntos del plano.



2) En un sistema de ejes coordenados cartesianos representar los siguientes pares ordenados:

$A = (3; 2)$	$B = (-1; 4)$	$C = (5; -2)$	$D = (-3; -5)$
$E = (0; 4)$	$F = (4; -1)$	$G = (-5; -3)$	$H = (-5; 0)$

FUNCIONES

ACTIVIDAD 2: Si hablamos de espías, ¿En quién piensas? Puede ser que alguien nombre al Súper Agente 86 o a James Bond, el famoso Agente 007. Pero ¿alguien pensará en matemáticos? Tal vez crean que la matemática y los espías no tienen nada que ver, sin embargo, se relaciona y mucho. Un ejemplo es el de Alan Turing (puedes encontrar en la web datos apasionantes acerca de él). Muchos espías utilizaron códigos secretos para transmitir mensajes, como los que plantean Dipper y Mabel en la serie Gravity Fall.

A • -	J • - - -	S • • •
B - • • •	K - - -	T -
C - • - •	L • - • •	U • • -
D - • •	M - -	V • • • -
E •	N - •	W • - -
F • • - •	O - - -	X - • • -
G - - •	P • - - •	Y - • - -
H • • • •	Q - - • -	Z - - • •
I • •	R • - •	

A continuación, hay una palabra escrita en uno de los códigos más conocidos: el código morse, que figura en el recuadro. ¿Puedes descubrir lo que dice?



.....



Con algún compañero, conversen acerca de estas cuestiones:

- ¿Qué sucedería si a un mismo símbolo le correspondieran diferentes letras?

.....

- ¿Y si un símbolo no tuviera ninguna letra asignada?

.....

- ¿Qué condiciones son necesarias para poder realizar una adecuada traducción?

.....

Cuando a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente, la relación es una **FUNCIÓN**.
Si la variable y está en función de la variable x , se escribe $y = f(x)$ (se lee: “efe de equis”)

REPRESENTACION DE UNA FUNCIÓN. DOMINIO E IMAGEN

ACTIVIDAD 3: Laura va a comprar alimento balanceado para sus perros. Tiene la posibilidad de comprarlo suelto o en bolsitas de 1kg, como lo indican los carteles:



En este problema: El costo del alimento depende de la cantidad que se compre.

La variable independiente (VI):

- Cambia debido a que puede tomar diversos valores numéricos.
- Se grafican en el eje horizontal
- Se representan con la letra x .

La variable dependiente (VD):

- Es la variable que se investiga y se mide.
- Se grafican en el eje vertical.
- Se representan con la letra y .

Las variables independientes afectan directamente a las variables dependientes. Por ejemplo, si vamos a comprar una cinta, lo que pagamos depende de cuánto mida, es decir, la longitud de la cinta es la variable independiente y el precio es la variable dependiente.

En esta situación problemática:



- a) ¿Cuál es la variable independiente y cuál la variable dependiente?
- b) ¿Laura podrá gastar \$100 en cada opción? ¿y \$150? ¿Por qué?
- c) ¿Qué cantidades de alimento es posible comprar en cada opción? ¿Qué costos son posibles en cada opción?

Para analizar estas preguntas, completaremos las siguientes tablas:

OPCIÓN 1: Balanceado suelto

x : cantidad de alimento	1	1,5	3	4,5
y : costo				
Par ordenado	(...; ...)	(...; ...)	(...; ...)	(...; ...)

En forma general:

OPCIÓN 2: Balanceado en bolsa de 1kg

x : cantidad de alimento	1	2	4	10
y : costo				
Par ordenado	(...; ...)	(...; ...)	(...; ...)	(...; ...)

En forma general:

Las funciones pueden ser representadas mediante gráficas, para obtenerla se puede partir de una tabla de valores, representando los puntos del plano $(x; y)$, donde la valores de x corresponden a la variable independiente y los valores de y corresponden a la variable dependiente.

OPCIÓN 1: Balanceado suelto

OPCIÓN 2: Balanceado en bolsa de 1kg

Los puntos indicados se unirán si la variable independiente puede tomar cualquier valor real en el intervalo estudiado. La recta o curva resultante es la gráfica de la función.



● **DOMINIO E IMAGEN**

DOMINIO de la función: son los valores que puede tomar la variable independiente (x)

Por lo tanto:

OPCIÓN 1: Balanceado suelto

OPCIÓN 2: Balanceado en bolsa de 1kg

$Dom f = \dots\dots\dots$

$Dom f = \dots\dots\dots$

$Dom f = \dots\dots\dots$

$Dom f = \dots\dots\dots$

IMAGEN de la función: son los valores que se obtienen para la variable dependiente (y).

Por lo tanto:

OPCIÓN 1: Balanceado suelto

OPCIÓN 2: Balanceado en bolsa de 1kg

$Im f = \dots\dots\dots$

$Im f = \dots\dots\dots$

$Im f = \dots\dots\dots$

$Im f = \dots\dots\dots$

CONCLUSIÓN: El dominio y la imagen son subconjuntos de los números reales que dependen del contexto del problema.

Esta situación problemática deja visualizar que las funciones se utilizan para modelizar situaciones, y pueden ser expresadas mediante fórmulas, tablas de valores y gráficas.

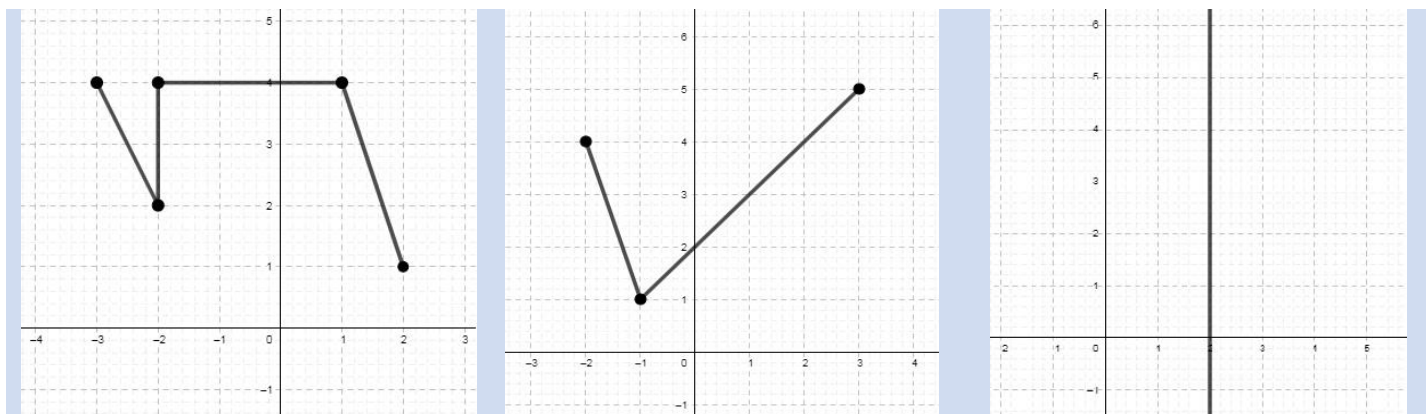
APLICO LO APRENDIDO:

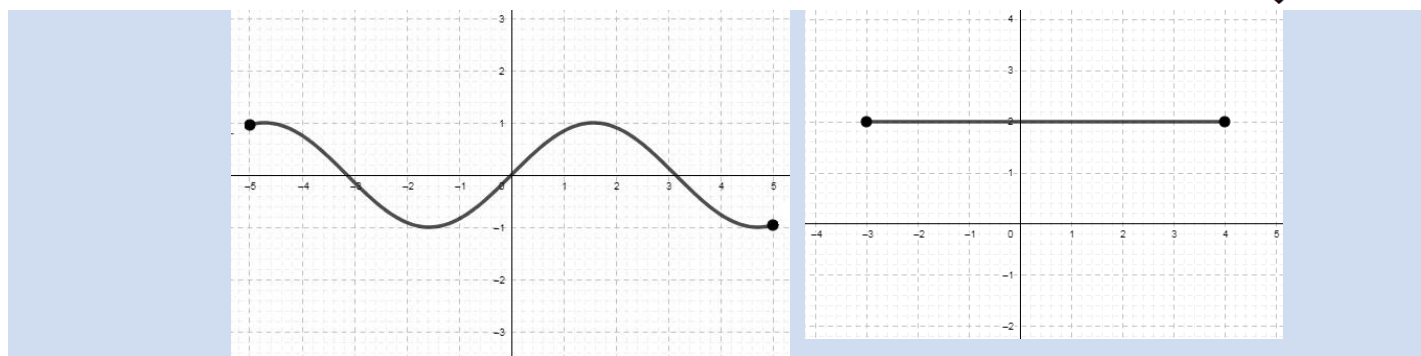
- 1) ¿Cuál de las siguientes tablas presenta los valores de una función? ¿Por qué la otra no? Indicar Dominio e Imagen.

x	1	2	3	4	5		x	1	2	3	2	5
y	9	4	9	8	1		y	2	4	2	8	2

x	-4	-2	0	2	4		x	0	3	6	9	12
y	5	5	5	5	5		y	-1	0	-1	0	-1

- 2) Indica cuales de las siguientes graficas representan funciones. En caso de que se trate de una función, indicar dominio e imagen de cada una.





3) Representar las siguientes funciones. Indicar dominio e imagen.

- a) $y = 3x$ b) $y = -2x + 1$ c) $y = x$ d) $y = x^2$ e) $y = x^3$ f) $y = \frac{1}{x}$ g) $y = -4$

4) Al tirar 87 veces un dado de seis caras se obtuvieron los siguientes resultados. Representar los valores de la tabla en el sistema de ejes cartesianos y luego responder.

<i>Número del dado</i>	1	2	3	4	5	6
<i>Cantidad de veces que salió</i>	12	9	21	8	22	15

- a) ¿Qué número salió mayor cantidad de veces? ¿Y menor cantidad? ¿Qué observas para responder: la tabla o el gráfico?
- b) ¿Qué números salieron más de 20 veces?
- c) ¿Todos tus compañeros utilizaron la misma escala que vos para marcar los valores en los ejes?
- d) ¿Sería correcto unir con una línea continua los puntos que marcaste en el gráfico?



ANÁLISIS DE GRÁFICOS:

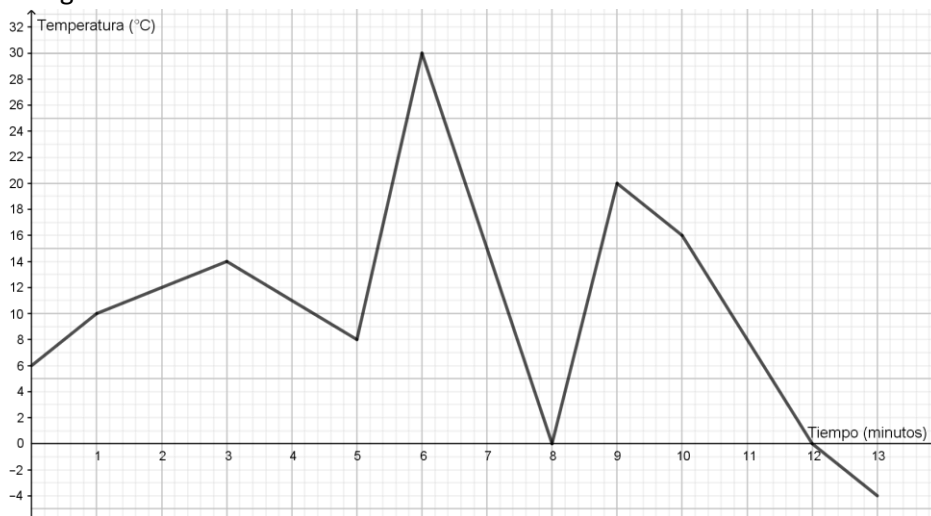
Los gráficos brindan información resumida sobre una situación, representando la relación entre dos magnitudes (por ejemplo: distancia, tiempo, altura, edad, etc). Cada variable se ubica en un eje y una depende de la otra.

Para estudiar las variaciones de una función hay que mirarla de izquierda a derecha.

- Una función es **CRECIENTE** en un intervalo si al aumentar los valores de la variable independiente, también aumentan los valores de la variable dependiente.
- Una función es **DECRECIENTE** en un intervalo si al aumentar los valores de la variable independiente, disminuyen los valores de la variable dependiente.
- Una función es **CONSTANTE** en un intervalo si al aumentar los valores de la variable independiente, los valores de la variable dependiente se mantienen.



ACTIVIDAD : El siguiente gráfico de una función corresponde a la variación de la temperatura del agua a lo largo de 12 minutos.



Observar el grafico y responder:

- a) ¿Cuál es la temperatura inicial del agua?
- b) Escribir las coordenadas del punto que representan dicha información.

ORDENADA AL ORIGEN

La **ordenada al origen** de una función es el **valor** que toma la **variable dependiente** cuando la **variable independiente** vale **cero**.

Gráficamente, la ordenada al origen es el valor **y** del punto donde la gráfica de la función interseca al eje de las ordenadas.

- c) ¿En qué intervalos de tiempo la función crece, y en que intervalos decrece?
.....
- d) Indicar las coordenadas de los puntos donde la función pasa de ser creciente a ser decreciente.
.....

Dichos puntos se denominan **máximos relativos**.

- e) De los puntos anteriores, ¿cuál es el que alcanza mayor temperatura?
.....

Este punto se denomina **máximo absoluto**.

- f) Indicar las coordenadas de los puntos donde la función pasa de ser decreciente a ser creciente
.....

Dichos puntos se denominan **mínimos relativos**.

- g) De los puntos anteriores, ¿cuál es el que alcanza menor temperatura?
.....

Este punto se denomina **mínimo absoluto**.



MÁXIMOS Y MÍNIMOS

Los puntos donde la función pasa de ser creciente a ser decreciente, se denominan **máximos relativos**.
 El mayor punto donde la función pasa de ser creciente a ser decreciente se denomina **máximo absoluto**.
 Los puntos donde la función pasa de ser decreciente a ser creciente se denominan **mínimos relativos**.
 El menor punto donde la función pasa de ser decreciente a ser creciente se denomina **mínimo absoluto**.

h) ¿Para qué valores del eje horizontal (x), se verifica la ecuación $y=0$?

.....

CEROS O RAÍCES

Las **raíces** (soluciones o ceros) de una función son los valores de x para los cuales la **función se anula**, es decir, cuando la función es igual a cero. Esto es:

$$f(x) = 0$$

Gráficamente, los ceros o raíces son los valores de x de los puntos que intersecan a la función con el eje de las abscisas.

Las raíces reales de una función, si es que existen, nos permitirán determinar los intervalos en los cuales la función es positiva ($f(x) > 0$) y los intervalos en los cuales es negativa ($f(x) < 0$).

El **CONJUNTO DE POSITIVIDAD** de una función es el conjunto de valores del dominio cuyas imágenes son positivas. Se simboliza C^+

- Gráficamente, el conjunto de positividad está formado por todas las porciones de la gráfica que se encuentran por encima del eje de abscisas.

El **CONJUNTO DE NEGATIVIDAD** de una función es el conjunto de valores del dominio cuyas imágenes son negativas. Se simboliza C^-

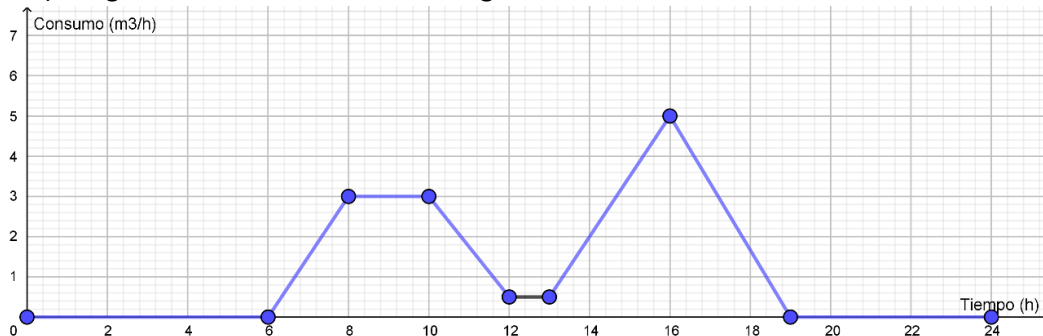
- Gráficamente, el conjunto de negatividad está formado por todas las porciones de la gráfica que se encuentran por debajo del eje de abscisas.

i) Indicar los conjuntos de positividad y negatividad.

.....

APLICO LO APRENDIDO:

1) El gráfico muestra el consumo de gas de la estufa de una oficina durante un día.

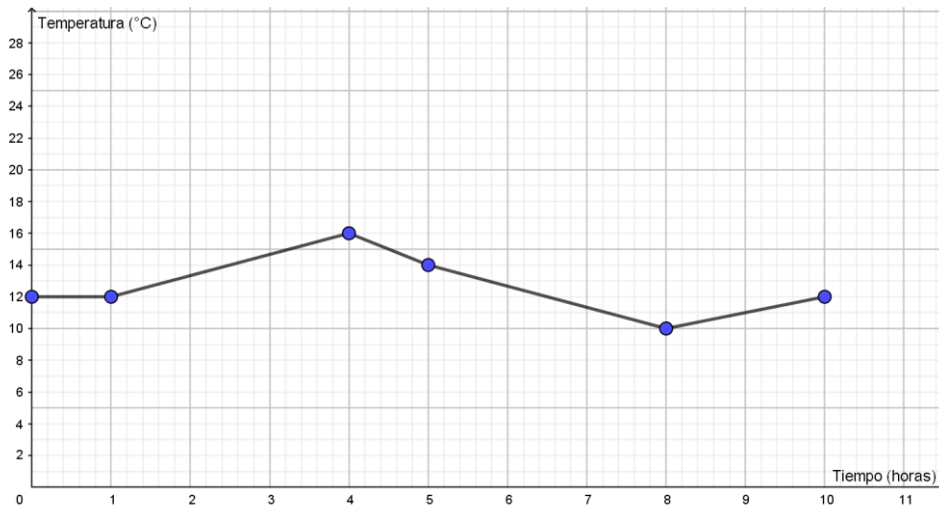




Responder:

- a) ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente?
 - b) ¿Entre qué horarios la estufa estuvo apagada (no hubo consumo de gas)?
 - c) ¿Entre qué horarios el consumo de gas creció?
 - d) ¿Entre qué horarios el consumo de gas disminuyó?
 - e) ¿Entre qué horarios el consumo de gas se mantuvo constante?
 - f) ¿A qué hora se alcanzó el mayor consumo de gas? ¿Cuál fue dicho consumo?
- Identificar, en caso de ser posible, los elementos de la función.

2) En una estación meteorológica se registraron las temperaturas del día 5 de Agosto desde las 0hs y con esa información se hizo el siguiente gráfico:

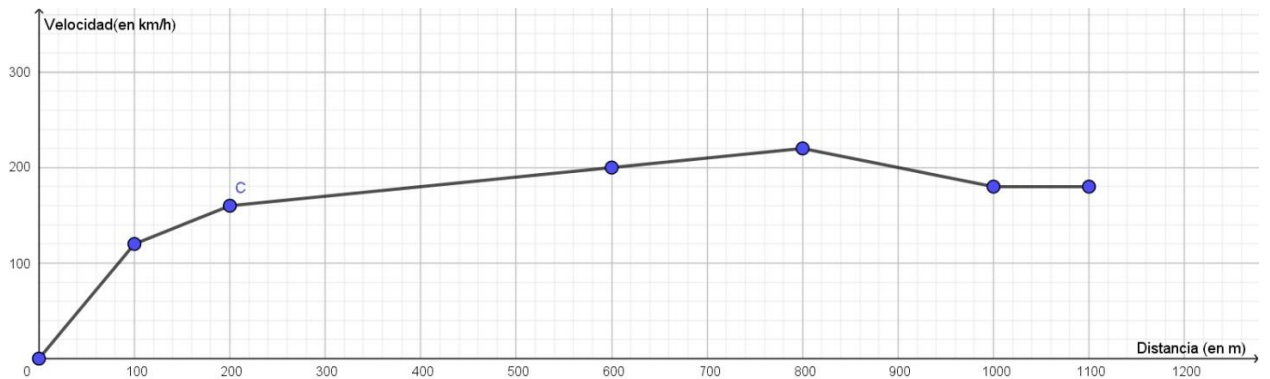


Responder:

- a) ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente?
 - b) ¿Hasta qué hora se tomó registro de las temperaturas?
 - c) ¿Cuál fue la temperatura máxima? ¿A qué hora se registró?
 - d) ¿Y la mínima? ¿A qué hora se registró?
 - e) ¿A qué hora la temperatura fue de 14°?
 - f) ¿Cuál fue la temperatura a las 10 de la mañana?
 - g) ¿En algún intervalo de tiempo la temperatura permaneció constante?
 - h) ¿En qué intervalos de tiempo la temperatura aumentó?
- Identificar, en caso de ser posible, los elementos de la función.

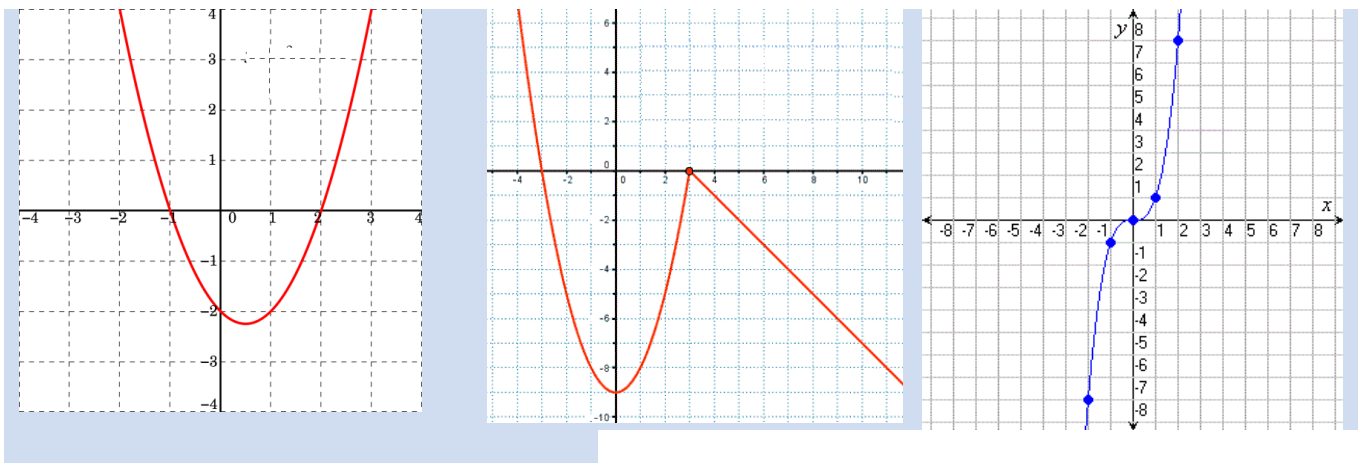


- 3) Un corredor de carreras probó un auto en línea recta y los resultados se reflejaron en el siguiente gráfico.



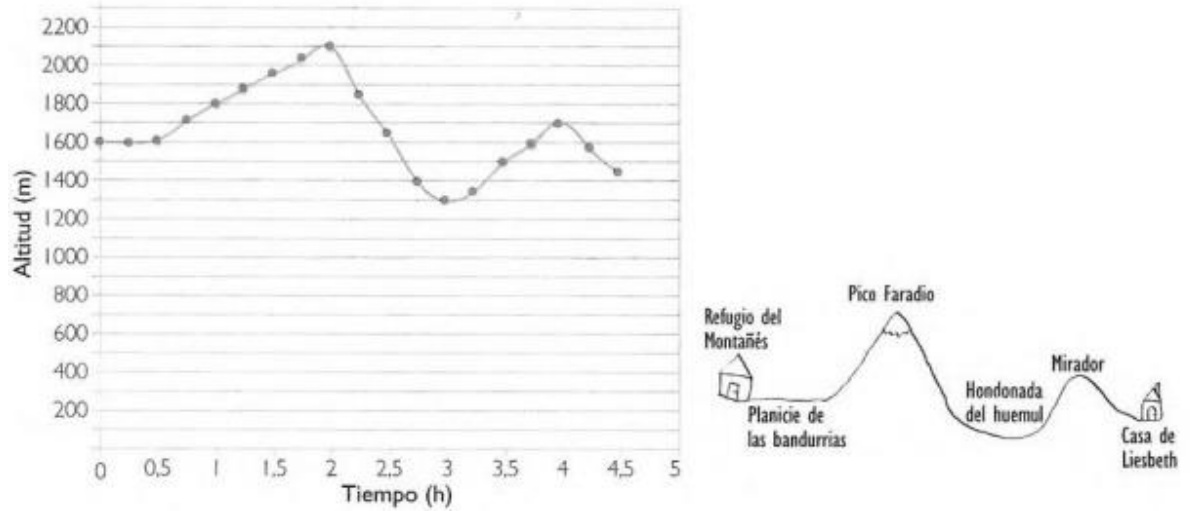
Responder:

- ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente?
 - ¿Qué significa el punto C?
 - ¿Qué velocidad alcanzó el auto a los 600 metros del punto de partida?
 - ¿A qué distancia del punto de partida alcanzó una velocidad de 140 km/h ?
 - ¿A qué distancia del punto de partida alcanzó la mayor velocidad?
 - ¿Puede ser que el auto se haya detenido por algún desperfecto?
- Identificar, en caso de ser posible, los elementos de la función
- 4) Dadas las siguientes gráficas, responder:
- ¿Las siguientes gráficas corresponden a funciones? Justificar
 - Indicar dominio e imagen.
 - Indicar intervalos de crecimiento y decrecimiento
 - Indicar conjuntos de positividad y negatividad
 - ¿La gráfica presenta máximo absoluto? ¿y mínimo absoluto?
 - Indicar, si existen, las raíces y ordenada al origen.





- 5) Andrea, Tomás y Sol van a entrenar para la próxima competencia de running de montaña por equipos. Sol lleva un cronómetro digital con altímetro, para registrar tiempos y altitudes en un gráfico para poder ver su desempeño. A la izquierda se ve el gráfico y a la derecha el plano del itinerario de los chicos, desde el refugio del Montañés hasta la casa de Liesbeth.



Responder:

- ¿Es una función? Justificar
- ¿Cuál es la variable independiente y cuál la variable dependiente?
- Indicar dominio e imagen.
- Determinar la ordenada al origen. ¿Qué significa en esta situación?
- Indicar intervalos de crecimiento y decrecimiento
- ¿En algún tramo avanzaron sin cambiar de altitud? Expresar como intervalo.
- ¿La gráfica presenta máximo absoluto? ¿y mínimo absoluto? ¿Qué significan estos puntos en el contexto del problema?
- Indicar conjuntos de positividad.
- ¿Es posible determinar el conjunto de negatividad teniendo en cuenta la situación analizada? ¿Por qué?