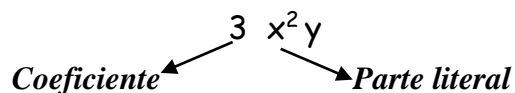


Unidad N° 2: EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Una **expresión algebraica** es una combinación de números y letras vinculados por operaciones aritméticas. **Ej.** : $4x$; $5+m$; p^3 ; $(x-w)^2$

En la siguiente expresión algebraica podemos distinguir: el factor numérico, llamado coeficiente, y las letras con sus exponentes, denominados parte literal.



Dos expresiones algebraicas son semejantes cuando tienen la misma parte literal.

Por ejemplo: $7m$ y $1,5m$ son semejantes.

Ej. 1: Completa el siguiente cuadro.

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
El doble de un número	
	$3x$
El cuadrado de un número	
El consecutivo de un número	
	$x - 1$
La mitad de un número	
La cuarta parte de un número	
El perímetro de un cuadrado de lado $2x$	
El volumen de un cubo de arista x	

Valor numérico de una expresión algebraica

Es el resultado que se obtiene al sustituir las letras por valores numéricos dados y efectuando las operaciones indicadas.

Ejemplo: $5x^2 - 6y + 10$ para $x = 2$; $y = -3$

$$\begin{array}{c}
 5x^2 - 6y + 10 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 5 \cdot 2^2 - 6 \cdot (-3) + 10 = 5 \cdot 4 + 18 + 10 = 20 + 18 + 10 = 48
 \end{array}$$

Ej. 2: Halla el valor numérico de cada una de las siguientes expresiones algebraicas:

a) $4x^2 - 5y + 4$ para $x = 1$; $y = \frac{8}{5}$

b) $2 \cdot (x + r)^2 - \frac{1}{2} \cdot (x - r)$ para $x = 0,5$; $r = 0,25$

c) $\frac{x \cdot y}{a} + \frac{x : y}{b}$ para $x = y = 3$; $a = -3$; $b = 5$

d) $5x + 3a^3$ para $x = -1$ y $a = 2$

OPERACIONES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS:

SUMA Y RESTA:

- Para sumar o restar términos semejantes, sumamos o restamos los coeficientes y colocamos la misma parte literal.
- Si los términos no son semejantes no los podemos sumar ni restar.
- Cuando sumamos o restamos términos semejantes obtenemos otro término semejante.

Ejemplos: $3p + 4p = 7p$ $\frac{2}{3}x - \frac{1}{4}x = \frac{5}{12}x$

$4m + 3$ no son semejantes, queda así porque no los podemos sumar.

Un **monomio** es una expresión algebraica en la cual las únicas operaciones que afectan a las letras son la multiplicación y la potenciación de exponente entero no negativo

MULTIPLICACIÓN

Para multiplicar monomios calculamos el producto de los coeficientes y de la parte literal. Si las potencias son de la misma base, sumamos los exponentes.

Ejemplos: $2a^5 \cdot 3a^3 = 2 \cdot 3 a^{5+3} = 6 a^8$
 $-4my^2 \cdot 5m^4y = -4 \cdot 5 m^{1+4}y^{2+1} = -20 m^5 y^3$

DIVISIÓN

Para dividir monomios calculamos el cociente de los coeficientes y de la parte literal. Si las potencias son de la misma base, restamos los exponentes.

Ejemplo: $12a^5 : 3a^3 = (12 : 3) a^{5-3} = 4a^2$

Ej. 3: Realiza las siguientes sumas, restas, multiplicaciones y divisiones (en los casos que sean posibles):

a) $2x + \frac{7}{3}x$

b) $-3p + 2p$

c) $3x + 3x^2$

d) $\frac{1}{4}m + \frac{3}{4}m$

e) $-9x - 5$

f) $10,5n - \frac{3}{10}n$

g) $2,2q + q$

h) $0,2p + \frac{1}{6}p$

i) $m \cdot 5m^2$

j) $-\frac{1}{3}x^3y^2 \cdot 3xy$

k) $-8c \cdot \frac{1}{2}c^3 \cdot \frac{3}{4}c^4$

l) $2x \cdot (3x + y)$

m) $\frac{1}{2}a \cdot (am - 4)$

n) $729x^7y^4 : (-9xy^3)$

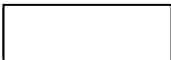
ñ) $\frac{a^3 \cdot b^2}{a \cdot b^5}$


o) $(25m^2 + 5m^4) : 5m$

p) $\frac{1}{2}xp + \frac{3}{4}xp^2 - xp + xp^2$


q) $(x + y) \cdot (x^2 - y + 4) + 5x^3 - 3y$

Ej.4: Expresa algebraicamente el perímetro y el área de los siguientes rectángulos:


a) x  $2x$

b) m  $m + 2$

CUADRADO DE UN BINOMIO $(a + b)^2$

Resuelve: • $(x + 5)^2 = (x + 5) \cdot (x + 5) = \dots\dots\dots$

 Aplica propiedad distributiva

• Otro ejemplo:

$(x - 5)^2 = (x - 5) \cdot (x - 5) = \dots\dots\dots$

 Aplica propiedad distributiva (Cuidado con los signos!!!)

•Generalizando: $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = \dots\dots\dots$

$$(a + b)^2 = \dots\dots\dots$$

Ej. 5: Resuelve aplicando la fórmula:

a) $(m + 4)^2 =$

b) $(x - 2)^2 =$

c) $(x + 3)^2 =$

d) $(1 + a)^2 =$

e) $(5 - x)^2 =$

f) $(m^3 - 1)^2 =$

g) $(2x + 1)^2 =$

h) $\left(n - \frac{1}{2}\right)^2 =$

i) $\left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{3}y\right)^2 =$

PRODUCTO DE UNA SUMA POR UNA DIFERENCIA: $(a + b) \cdot (a - b)$

Resuelve: • $(x + 5) \cdot (x - 5) = \dots\dots\dots$

\downarrow
 Aplica propiedad distributiva

• $(a + b) \cdot (a - b) = \dots\dots\dots$

$$(a + b) \cdot (a - b) = \dots\dots\dots$$

Ej. 6: Resuelve aplicando la fórmula

a) $(x + 6) \cdot (x - 6) =$

b) $(3 - x) \cdot (3 + x) =$

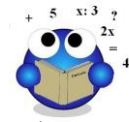
c) $\left(a + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(a - \frac{1}{2}\right) =$

d) $(3x - 1) \cdot (3x + 1) =$

e) $(a + 2x) \cdot (a - 2x) =$

f) $(a^2 + x^3) \cdot (a^2 - x^3) =$

TRABAJO PRÁCTICO



Ej. 1: a) Completa con la suma $M + N$

M \ N	$2x$	$-5x$
$3x$		
$-\frac{1}{2}x^2$		

b) Completa con la resta $M - N$

M \ N	$3x^2$	$2,5x$
$5x^2$		
$\frac{1}{2}x^2$		

c) Completa con el producto $M \times N$

M \ N	$5x$	x^5
$-\frac{2}{5}x$		
$0,5x^4$		

d) Completa con el cociente $M : N$

M \ N	$5x$	x^2
$10x^3$		
$27x^4$		

Ej. 2: Halla el valor numérico de la siguiente expresión algebraica:

$$\frac{a^2}{b^2} - 3 \cdot (b - a) \quad \text{para } a = -1 \text{ y } b = 3$$

Ej. 3: Resuelve las operaciones (en los casos que sean posibles):

a) $-x^8 + 4x^8 =$

b) $4mn + 7m^2n =$

c) $(-x^5 + 3x^4 + 3x^3) - (-2x^3 + 4x^2 - 2x^4 + 3) =$

d) $\left(\frac{1}{2}x^3 + 2\right) - \left(\frac{2}{5}x - \frac{3}{4}x^3 + \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{3}{5}x + 2x^2\right) =$

e) $c^4 \cdot \frac{2}{5}c \cdot \left(-\frac{3}{2}c^3\right) \cdot c^{-2} =$

f) $(3xy + x^2y^2) \cdot 2xy =$

g) $0,2m + x - 2 \cdot \left(\frac{1}{4}m + 1,5x\right) =$

Ej. 4: Resuelve aplicando la fórmula correspondiente:

a) $\left(\frac{1}{3} - x\right)^2 =$

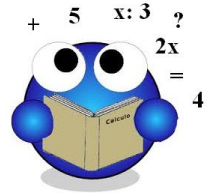
b) $(m - 0,5)^2 =$

c) $\left(\frac{1}{2}x^3 + 1\right)^2 =$

d) $\left(\frac{1}{4} + 7x\right) \cdot \left(\frac{1}{4} - 7x\right) =$

ECUACIONES

Las **ecuaciones** son igualdades que solo se cumplen para ciertos valores a los cuales llamamos **incógnitas** (letras de la expresión). Los valores que verifican dicha igualdad se denominan **soluciones de la ecuación**. Resolver una ecuación es precisamente encontrar el valor de esa incógnita.



Ej. 1: Resuelve las siguientes ecuaciones (en tu cuaderno):

a) $0,3\widehat{x} + \frac{1}{2}x + 0,3 = x + 0,8\widehat{3}$

b) $(0,5 - x) \cdot 2 + 1,2 = \frac{1}{3} \cdot (x + \frac{1}{3})$

c) $\frac{5}{2} \cdot (2,9 - 2y) = -0,25 + 26y$

d) $\frac{1}{5}x - 1,5 = \frac{2}{3} - 2 \cdot \left(\frac{15 - 3x}{9}\right)$

e) $\frac{x + 2}{3} = \frac{1 - 2x}{5}$

f) $\frac{3x - 7}{12} = \frac{2x - 3}{6} - \frac{x - 1}{8}$

g) $\left(x + \frac{x - 2}{3}\right) \cdot 6 + 7x = 5x + 16$

h) $\sqrt[3]{m} + \frac{3}{2} = 64^{\frac{1}{6}}$

i) $\sqrt{0,3n + 4} = 0,5 + \frac{1}{4}$

j) $\left(2w - \frac{4}{5}\right)^5 - 1,9 = 30$

k) $\frac{2d - 4}{0,3} = \frac{-3d + 0,5}{0,75^{-1}}$

l) $\frac{\frac{1}{2}p + 1}{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}} = \frac{-6 + \frac{1}{2}p}{\left(\frac{1}{2}\right)^{30} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-25} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6}$

m) $\frac{-1 + \frac{3}{2}}{x} = \frac{x}{2 \cdot \left(\frac{1}{4} + 2\right)}$

n) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x + \frac{5}{4}$

ñ) $\left(\frac{1}{3}x + 2\right)^2 - 4 = \frac{1}{9}x^2 + 8$

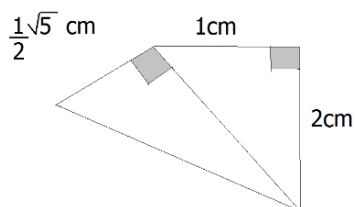
o) $(x - 2)^2 + \frac{1}{3}x = x^2 - 1$

Ej. 2: Plantea la ecuación y resuelve:

a) El peso de una torta se compone de la siguiente forma: bizcochuelo $\frac{3}{5}$ del peso; dulce de leche $\frac{1}{10}$ del peso y 1680 g de crema. ¿Cuál es el peso de la torta? ¿Cuál es el peso del bizcochuelo?

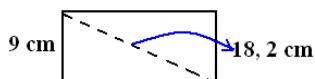
b) De los libros escolares que hay en la biblioteca, $\frac{1}{3}$ son de primaria, las tres cuartas partes del resto son del ciclo básico de la secundaria y 500 son del ciclo orientado. ¿Cuántos libros escolares hay en total?

- c) Entre el viernes, sábado y el domingo, Rocío gastó \$217. Si cada día gastó la mitad de lo del día anterior. ¿Cuánto gastó cada día?
- d) El perímetro de un triángulo isósceles es de 54 cm y cada uno de los lados iguales mide 6 cm más que el triple de la base. ¿Cuál es la longitud de los lados?
- e) Hallar el área de un campo rectangular, sabiendo que la longitud de un lado es la mitad de la del otro y que su perímetro es de 96 m.
- f) Calcula la diagonal mayor de un rombo cuyo perímetro es de 31,24 m y su diagonal menor mide 6 m.
- g) La diagonal de un rectángulo es de 60 cm. Calcula su base y su altura sabiendo que la altura es igual a $\frac{3}{4}$ de la base.
- h) Calcula el perímetro de un cuadrilátero, si las medidas de sus lados fuesen las indicadas en el dibujo:

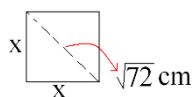


Ej. 3: Calcular el área y el perímetro de las siguientes figuras:

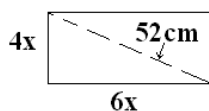
a)



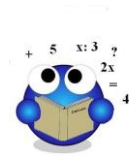
b)



c)



TRABAJO PRÁCTICO



Ej.1: Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $\frac{(0,5 - x) : 0,1}{(0,5 - 1)^2} = -4$

b) $\frac{x + 3}{6} = \frac{0,5x + 6}{x}$

c) $0,4 + \left(\frac{1}{9}p - 1,1\bar{6} : 0,5\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{11}{15}$

d) $3x + \frac{x - 5}{2} = 0,3 \cdot (x + 49,5)$

e) $0,25 \cdot \left(x - \frac{2}{5}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot \left(0,25x + \frac{1}{5}\right)$

f) $\left(m - \frac{5}{7}\right)^2 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$

g) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x + \frac{5}{4}$

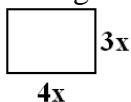
h) $\left(b - \frac{1}{5}\right)^2 + 0,9 = 0,2 + b^2$

i) $\frac{2e^2 - 0,6}{5} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \cdot (-40)^{-1}$

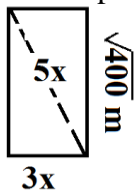
j) $(0,5m - 2)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$

Ej.2: Plantea la ecuación y luego resuelve:

- Maxi y su familia se fueron de viaje en un auto, Maxi manejó el primer tercio del camino, su papá manejó la mitad del resto y en los 300 km restantes condujo la madre. ¿Cuántos kilómetros recorrieron?
- El precio total de cierto automóvil es de \$ 19.300, que se pagan mediante un anticipo de \$ 2500 y 24 cuotas iguales. ¿Cuál es el importe de cada cuota?
- En un terreno rectangular, como el de la figura, la diagonal mide 25m. Calcula su perímetro.



- Calcular el perímetro y área de:



Recordar:

UNA ECUACIÓN ES UNA IGUALDAD, MIENTRAS QUE UNA INECUACIÓN ES UNA DESIGUALDAD.

$$\begin{aligned}x + 12 &= 15 \\ \dots &= \dots \\ \dots &= \dots\end{aligned}$$

Una solución ←

$$\begin{aligned}x + 12 &< 15 \\ \dots &< \dots \\ \dots &< \dots\end{aligned}$$

Infinitas soluciones ←

Más ejemplos:

a) $3x + 2 > -1$
 $3x > -1 - 2$
 $3x > -3$
 $x > -3 : 3$
 $x > -1$

b) $5x + 12 \geq 6x + 10$
 $5x \geq 6x + 10 - 12$
 $5x \geq 6x - 2$
 $5x - 6x \geq -2$
 $-x \geq -2$
 $x \leq -2 : (-1)$
 $x \leq 2$

Ej. 5: Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $7x + 12 < 2x + 22$

b) $3x < x - 4$

c) $2x - 3 \geq 3x - 10$

d) $-8 - 3x > -17$

e) $2 \cdot (x + 3) > 8x$

f) $\frac{3}{4} \cdot (x - 0,4) < \frac{2}{3}$

g) $2,5 \cdot (x + 4) - 3x \leq \frac{5}{2}$

h) $x + \frac{1}{4}x > 0,25 - 1$

i) $\frac{x + 2}{2} \leq \frac{2x - 1}{6}$

j) $\frac{4x + 2}{4} > \frac{7 - x}{5}$

k) $0,5 \cdot (x + 2) - 0,3x \geq 0,1x - 2$

l) $-1 < x : 3 < 2,4$

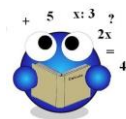
m) $\frac{1}{4} \leq 3x - \frac{1}{2} < \frac{5}{2}$

n) $-3 < 2x + 5 < 7,5$

Ej. 6: Plantea la inecuación y resuelve:

- ¿Cuáles son los números cuyo doble más ocho unidades es menor que 20?
- La diferencia entre 14 y un número entero no supera a 35. ¿Cuáles pueden ser los números?
- ¿Cuáles son los números cuya tercera parte disminuida en 5 unidades es mayor que 40?
- ¿Cuáles son los números cuyo doble disminuido en 7 unidades es mayor que su triple aumentado en 5 unidades?
- Las calificaciones de Valeria en matemática durante el segundo trimestre fueron: 5, 4 y 8. Si sólo falta una prueba y si se aprueba con 6, ¿qué calificación deberá obtener en la prueba? Tener en cuenta que las evaluaciones se califican con números naturales.
- Una caja que pesa 300 g contiene 20 calculadora iguales. Si el peso de la caja con las calculadoras está comprendido entre 5,5 kg y 6,5 kg, ¿Cuántos puede pesar aproximadamente cada calculadora?

TRABAJO PRÁCTICO



Ej.4: Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $0,3 + 2,5x \leq \frac{5}{6} - x$

b) $\frac{1}{3} \cdot \left(x - \frac{2}{15}\right) < 0,2x - \frac{7}{5}$

c) $\frac{6}{5}x + \left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{2}} > \frac{1}{6} \cdot \left(12x - \frac{4}{3}\right)$

d) $-10,5 < 3x - 3 < 9$

e) $0,2 \leq \frac{-4 - 8x}{-6}$

i) $x : \left(-\frac{9}{10}\right) + 4,2 < 2$

j) $\frac{3x + 5}{-8} \leq 0,25x + 4,9$

Ej.5: Plantea la inecuación y luego resuelve:

- En el manual de instrucciones de una moto se aconseja no llevar una carga superior a los 120 kg. Averigua entre que valores puede estar el peso del acompañante si el conductor pesa 58 kg.
- Una caja de cartón que pesa 700 g, contiene 12 resmas de papel, todas del mismo peso. Si el peso de la caja con las resmas está comprendido entre 6700g y 7408 g. ¿Cuánto puede pesar aproximadamente cada resma de papel?
- La suma entre la cuarta parte de un número aumentado en uno y su triple no supera al doble del opuesto de -5 . ¿Qué valores puede tomar dicho número?