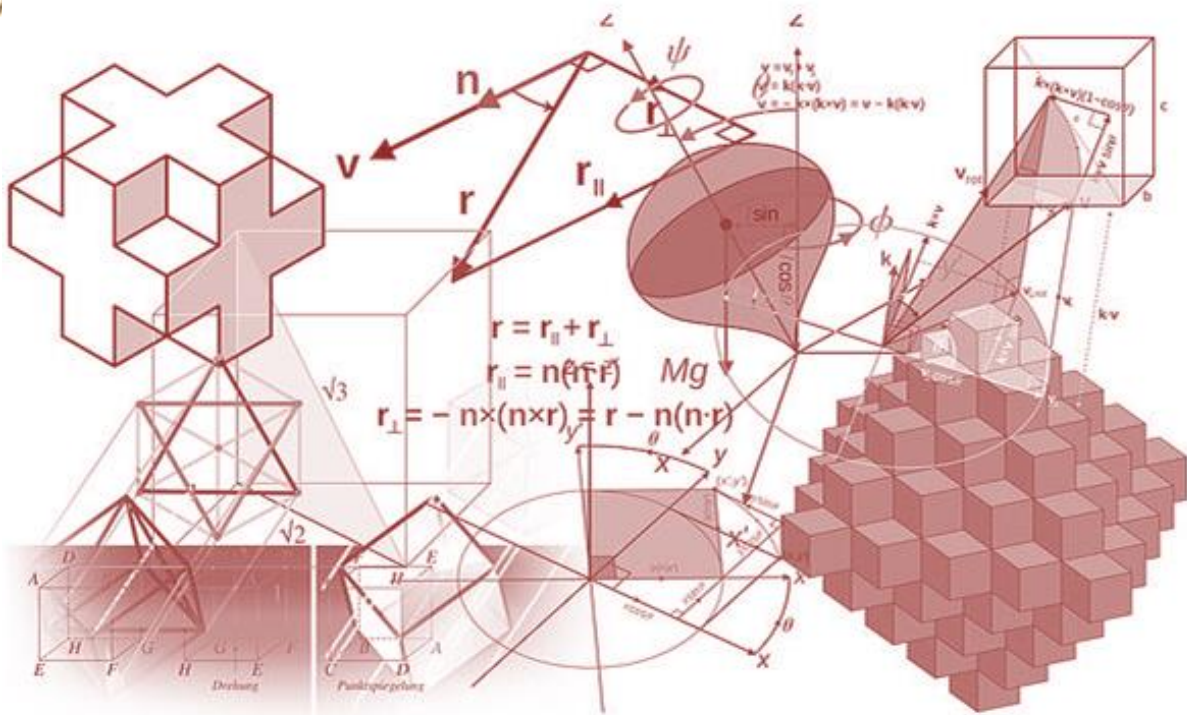


Unidad N° 2

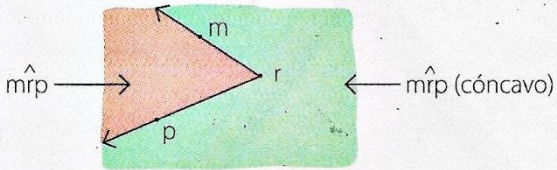


Geometría

Ángulos. Clasificación

Teoría

Un **ángulo** es la región del plano delimitada por dos semirrectas de origen en común.



El plano queda dividido en dos ángulos: uno cóncavo y el otro convexo.

Un ángulo es **cóncavo** cuando su amplitud es mayor que 180° y menor que 360° ; si no, es **convexo**.

Los ángulos convexos también se clasifican según su amplitud.

Amplitud	Clasificación
$\hat{\alpha} = 0^\circ$	Nulo
$0^\circ < \hat{\alpha} < 90^\circ$	Agudo
$\hat{\alpha} = 90^\circ$	Recto
$90^\circ < \hat{\alpha} < 180^\circ$	Obtuso
$\hat{\alpha} = 180^\circ$	Llano
$\hat{\alpha} = 360^\circ$	Un giro

1 Escribir la clasificación de cada uno de los siguientes ángulos.

a)

b)

c)

d)

e)

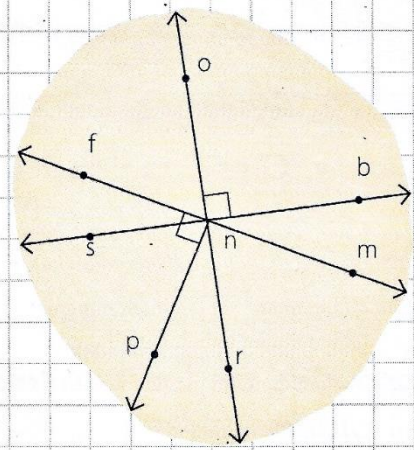
f)

g)

h)

2 Escribir la clasificación de los siguientes ángulos.

- a) $\hat{fno} \rightarrow$
- b) $\hat{bnr} \rightarrow$
- c) $\hat{snm} \rightarrow$
- d) $\hat{mnr} \rightarrow$
- e) $\hat{fnm} \rightarrow$
- f) $\hat{mnp} \rightarrow$



Ángulos complementarios y suplementarios

Teoría

Dos ángulos son **complementarios** cuando la suma de sus amplitudes es igual a 90° .

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ \rightarrow \hat{\alpha} \text{ y } \hat{\beta} \text{ son complementarios} \begin{cases} \hat{\alpha} \text{ es el complemento de } \hat{\beta} \\ \hat{\beta} \text{ es el complemento de } \hat{\alpha} \end{cases}$$

Dos ángulos son **suplementarios** cuando la suma de sus amplitudes es igual a 180° .

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ \rightarrow \hat{\alpha} \text{ y } \hat{\beta} \text{ son suplementarios} \begin{cases} \hat{\alpha} \text{ es el suplemento de } \hat{\beta} \\ \hat{\beta} \text{ es el suplemento de } \hat{\alpha} \end{cases}$$

5 Unir cada par de ángulos con la propiedad correspondiente.

a) $\hat{\alpha} = 30^\circ \text{ y } \hat{\beta} = 2 \cdot \hat{\alpha}$

d) $\hat{\alpha} = \hat{\beta} = 45^\circ$

$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son complementarios

b) $\hat{\alpha} = 120^\circ \text{ y } \hat{\beta} = \hat{\alpha} : 2$

e) $\hat{\alpha} = 90^\circ \text{ y } \hat{\beta} = 0^\circ$

$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son suplementarios

c) $\hat{\alpha} = \hat{\beta} = 90^\circ$

f) $\hat{\alpha} = 75^\circ \text{ y } \hat{\beta} = \hat{\alpha} : 5$

6 Colocar V (verdadero) o F (falso) según corresponda en cada caso.

a) El complemento de un ángulo nulo es un ángulo recto.

b) No existe el complemento de un ángulo obtuso.

c) Dos ángulos iguales son siempre complementarios.

d) Dos ángulos suplementarios pueden ser iguales.

e) El complemento de un ángulo agudo es agudo.

f) El suplemento de un ángulo recto también es recto.

g) No existe el suplemento de un ángulo llano.

7 Calcular el ángulo pedido en cada caso.

a) El complemento de un ángulo de $32^\circ 28' 46''$.

c) El complemento del doble de un ángulo de 28° .

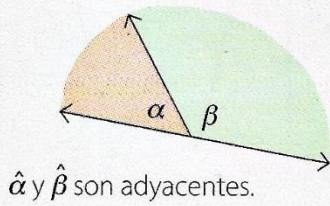
b) El suplemento de un ángulo de $119^\circ 42' 13''$.

d) El suplemento de la tercera parte de un ángulo de 312° .

Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice

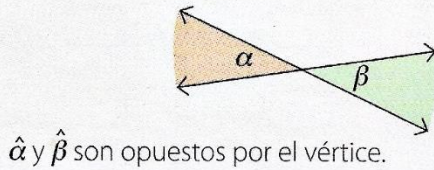
Teoría

Dos ángulos son **adyacentes** cuando tienen un lado en común y los otros dos lados son semirrectas opuestas.



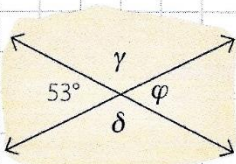
Los ángulos adyacentes son **suplementarios**.

Dos ángulos son **opuestos por el vértice** cuando sus lados son semirrectas opuestas.



Los ángulos opuestos por el vértice son **iguales**.

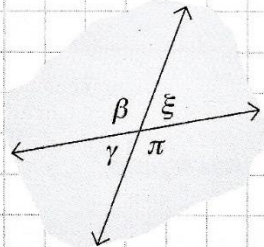
8 Hallar la amplitud de $\hat{\gamma}$, $\hat{\varphi}$ y $\hat{\delta}$, justificando la respuesta.



9 Plantear la ecuación y hallar la amplitud de los cuatro ángulos de las siguientes figuras.

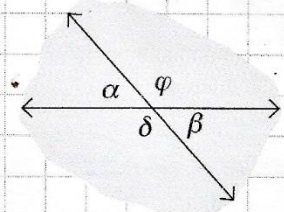
a)

$$\begin{cases} \hat{\xi} = 5x \\ \hat{\beta} = 10x \end{cases}$$



b)

$$\begin{cases} \hat{\alpha} = 6x - 28^\circ \\ \hat{\beta} = 2x + 4^\circ \end{cases}$$



Para pensar y resolver

10 Si dos ángulos son adyacentes y uno de ellos es la cuarta parte del otro, ¿cuál es la amplitud de cada uno de ellos?

11 Completar con la cantidad de ángulos convexos que determinan los trazos de cada figura.

a)



agudos

rectos

obtusos

b)

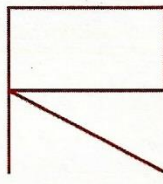


agudos

rectos

obtusos

c)

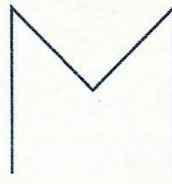


agudos

rectos

obtusos

d)

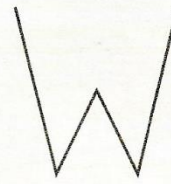


agudos

rectos

obtusos

e)



agudos

rectos

obtusos

f)



agudos

rectos

obtusos

12 Completar el siguiente cuadro.

Ángulo	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\delta}$	$\hat{\alpha} + \hat{\beta}$	$4 \cdot \hat{\beta}$	$\hat{\delta} : 5$	$3 \cdot \hat{\alpha}$	$\hat{\delta} - (\hat{\alpha} + \hat{\beta})$
Amplitud	60°	90°	150°					

Escribir la clasificación de los ángulos.

$\hat{\alpha}$:

$\hat{\delta}$:

$4 \cdot \hat{\beta}$:

$3 \cdot \hat{\alpha}$:

$\hat{\beta}$:

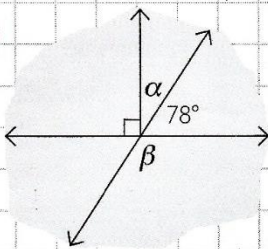
$\hat{\alpha} + \hat{\beta}$:

$\hat{\delta} : 5$:

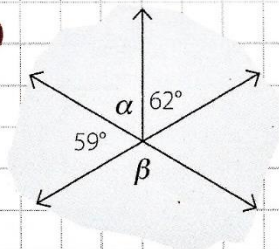
$\hat{\delta} - (\hat{\alpha} + \hat{\beta})$:

13 Hallar el valor de los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ en cada una de las siguientes figuras.

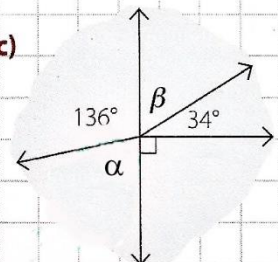
a)



b)



c)



14 Calcular el valor del ángulo pedido en cada caso.

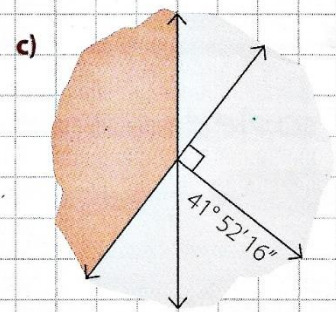
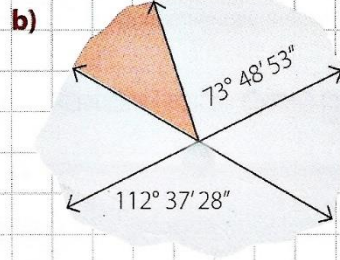
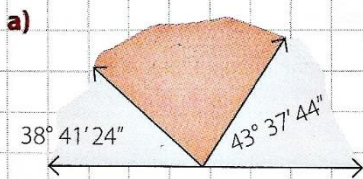
a) El complemento de un ángulo de $17^{\circ} 29' 34''$.

c) El cuádruple del complemento de un ángulo de $62^{\circ} 18' 21''$.

b) El suplemento de un ángulo de $128^{\circ} 12' 41''$.

d) La quinta parte del suplemento de un ángulo de $41^{\circ} 33' 15''$.

15 Hallar el valor del ángulo rojo.



16 Resolver las siguientes operaciones.

a) $37^{\circ} 25' 36'' + 19^{\circ} 58' 47'' + 23^{\circ} 55' 18''$

d) $6 \cdot 12^{\circ} 45' 38''$

b) $128^{\circ} 32' 41'' - 84^{\circ} 46' 51''$

e) $57^{\circ} 35' 48'' : 4$

c) $73^{\circ} - 26^{\circ} 34' 43''$

f) $76^{\circ} 44'' : 7$

17 Unir cada operación con su clasificación.

a) $2 \cdot 70^\circ + 40^\circ$

e) $60^\circ : 2 + 50^\circ$

Agudo

Nulo

b) $120^\circ : 2 - 60^\circ$

f) $150^\circ - 3 \cdot 20^\circ$

Recto

Llano

c) $45^\circ \cdot 3 - 35^\circ$

g) $45^\circ + 50^\circ : 2$

Obtuso

Cóncavo

d) $5 \cdot 30^\circ + 60^\circ$

h) $200^\circ - 3 \cdot 15^\circ$

18 Plantear y resolver.

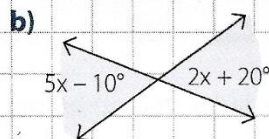
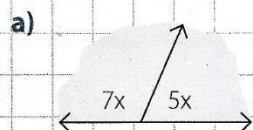
a) El cuádruple del complemento de un ángulo de $52^\circ 17' 38''$.

c) La mitad del complemento del triple de un ángulo de $27^\circ 11' 32''$.

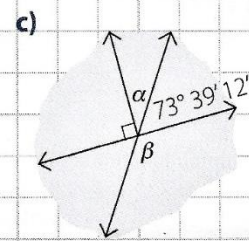
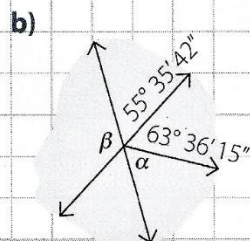
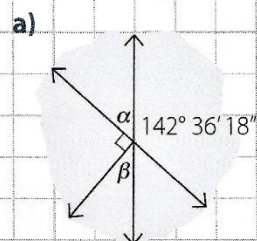
b) La sexta parte del suplemento de un ángulo de $103^\circ 38' 24''$.

d) El séxtuplo de la cuarta parte del suplemento de un ángulo de $117^\circ 40' 12''$.

19 Hallar la amplitud de los siguientes pares de ángulos.



20 Hallar la amplitud de $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$.



Triángulos rectángulos. Propiedad pitagórica

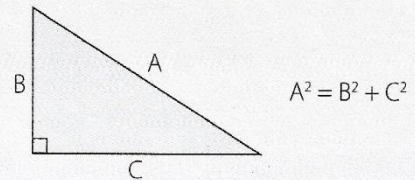
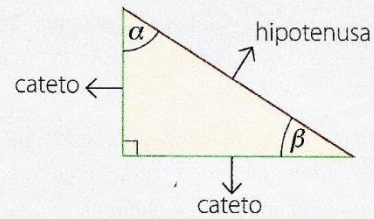
Teoría

Un triángulo rectángulo tiene un ángulo recto y los otros dos son agudos.

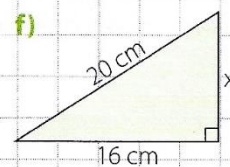
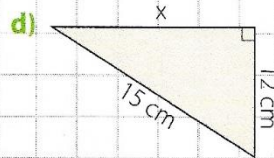
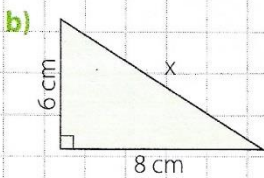
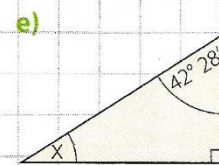
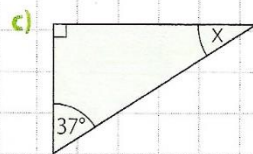
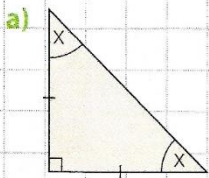
Los lados del ángulo recto se denominan **catetos** y el opuesto al ángulo recto, **hipotenusa**.

Los ángulos agudos son complementarios: $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ$.

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos.



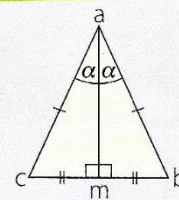
21 Hallar el valor de x en cada una de las siguientes figuras.



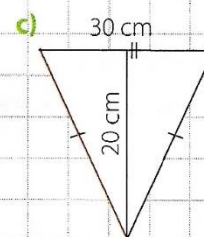
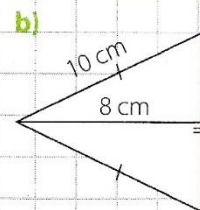
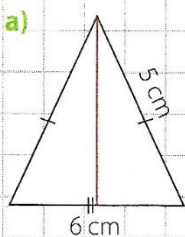
Altura de un triángulo isósceles

Teoría

La altura correspondiente a la base de un triángulo isósceles determina dos triángulos rectángulos iguales y es bisectriz del ángulo opuesto a la base.



22 Calcular la longitud del segmento rojo en cada una de las figuras.



Unidades de longitud

Teoría

La unidad de longitud es el metro (m).

Los **submúltiplos** de la unidad se obtienen dividiéndola sucesivamente por 10.

$$1 \text{ dm} = \frac{1 \text{ m}}{10} \rightarrow 1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m} \quad 1 \text{ cm} = \frac{1 \text{ m}}{100} \rightarrow 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m} \quad 1 \text{ mm} = \frac{1 \text{ m}}{1000} \rightarrow 1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$$

Los **múltiplos** de la unidad se obtienen multiplicándola sucesivamente por 10.

$$1 \text{ dam} = 10 \text{ m} \quad 1 \text{ hm} = 100 \text{ m} \quad 1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \quad 1 \text{ mam} = 10000 \text{ m}$$

En resumen:

mam	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000

El **perímetro** de un polígono es la suma de las longitudes de todos sus lados.

23 Unir las mismas cantidades.

a) 5 cm d) 0,05 km 500 m 0,05 m
 b) 5 mm e) 0,05 hm 0,5 m 5000 m
 c) 5 dm f) 50 dam 5 m 50 m 0,005 m

24 Calcular el perímetro de las siguientes figuras.

a)
 b)
 c)

25 Hallar la longitud del segmento rojo en cada figura.

a) Perímetro: 18,84 cm b) Perímetro: 486 dm c) Perímetro: 0,004 dam

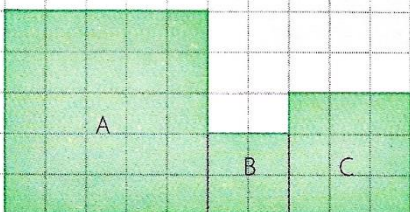
26 Plantear y resolver.

- a) Si una tira de papel de 0,9 dam se corta en partes iguales de 360 mm cada una, ¿cuántas partes se cortan?
- b) Si una persona da pasos de 45 cm, ¿cuántos pasos debe dar para recorrer una distancia de 0,162 km?
- c) Un cuadrado de 8 dm de lado tiene igual perímetro que un rectángulo cuya base mide 1 m. ¿Cuál es la altura del rectángulo?
- d) Un triángulo equilátero tiene igual perímetro que un pentágono regular cuyo lado mide 27 mm. ¿Cuál es la longitud de cada lado del triángulo?
- e) Un cuadrado se corta en 9 cuadraditos iguales de 72 cm de perímetro cada uno. ¿Cuál es el perímetro del cuadrado?
- f) En un triángulo rectángulo sus catetos miden 9 cm y 1,2 dm. ¿Cuál es el perímetro del triángulo rectángulo?
- g) Un automóvil tarda 15 segundos en recorrer 4.000 dm. ¿Cuántos minutos tardará en recorrer 4,8 km?
- h) Una varilla de hierro vale \$ 7,5 el metro. ¿Cuánto cuesta poner 6 varillas verticales y 5 horizontales en una ventana de 25 dm de largo y 180 cm de alto?

Para pensar y resolver

- 27** La figura verde está formada por tres cuadrados A, B y C. El lado del cuadrado A mide 17 cm y el lado del cuadrado C, 11 cm.

Calcular el perímetro de la figura verde.



Unidades de superficie

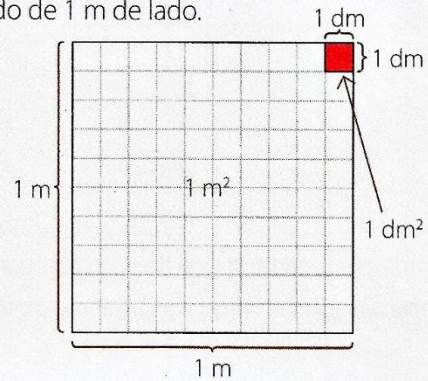
Teoría

La **unidad de superficie** es 1 m^2 , que es la superficie de un cuadrado de 1 m de lado.

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$$

Los **submúltiplos** de la unidad se obtienen dividiéndola sucesivamente por 100.

Los **múltiplos** de la unidad se obtienen multiplicándola sucesivamente por 100.



En resumen:

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
0,000001	0,0001	0,01	1	100	10 000	1 000 000

28 Colocar las unidades que correspondan en cada caso.

a) $0,25 \text{ dm}^2 = 0,0025$

c) $3 \text{ hm}^2 = 30\,000$

e) $1,7 \text{ m}^2 = 17\,000$

b) 600 $= 0,0006 \text{ m}^2$

d) 95 $= 0,0095 \text{ km}^2$

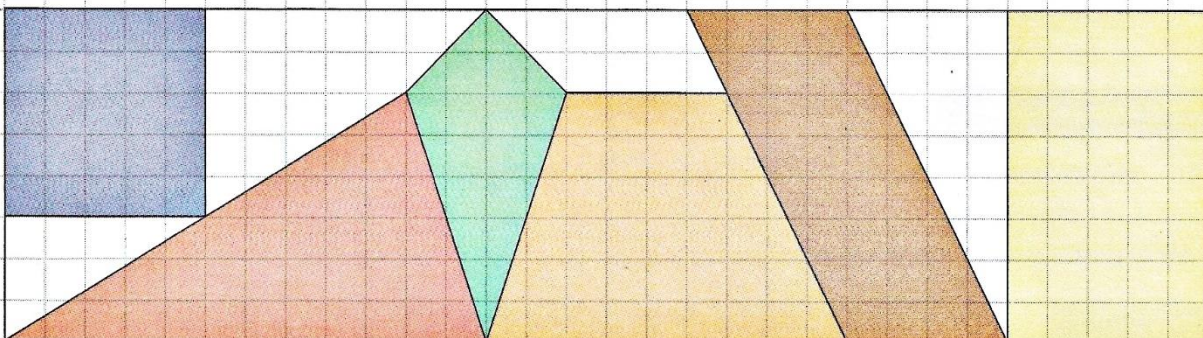
f) $0,00002$ $= 2\,000 \text{ cm}^2$

Superficie de algunos polígonos

Teoría

Triángulo	Cuadrado	Rectángulo	Paralelogramo	Rombo	Romboide	Trapezio
$\frac{B \cdot H}{2}$	L^2	$B \cdot H$	$B \cdot H$	$\frac{D_1 \cdot D_2}{2}$	$\frac{D_1 \cdot D_2}{2}$	$\frac{(B_1 + B_2) \cdot H}{2}$

29 Calcular la superficie real de los polígonos de distintos colores.



30 Un rectángulo tiene 24 cm de largo y 18 cm de altura.

a) Calcular su perímetro.

b) Calcular su superficie.

Dar las dimensiones de otro rectángulo que tenga:

c) Igual perímetro, pero distinta superficie.

d) Igual superficie, pero distinto perímetro.

Teoría

Las **unidades agrarias** son medidas de superficie que se utilizan en el campo.

Nombre	Centiárea	Área	Hectárea
Escritura	1 ca	1 a	1 ha
Equivalencia	1 m ²	100 m ² = 1 dam ²	10 000 m ² = 1 hm ²

31 Expresar en la unidad agraria pedida en cada caso.

a) $0,56 \text{ km}^2 = \square \text{ ha}$

c) $0,0008 \text{ hm}^2 = \square \text{ ca}$

e) $0,05 \text{ ha} = \square \text{ ca}$

b) $25\,000 \text{ dm}^2 = \square \text{ a}$

d) $6\,000 \text{ a} = \square \text{ ha}$

f) $2\,000 \text{ ca} = \square \text{ a}$

32 Plantear y resolver.

a) De una cartulina de 8 dm de largo y 560 mm de ancho se recorta el mayor cuadrado posible. ¿Qué superficie sobra de cartulina?

c) De un campo de 42 ha, la tercera parte se destina a la ganadería; 0,2 km², a la agricultura y el resto, a la apicultura. ¿Cuántas áreas se destinan a la apicultura?

b) ¿Cuántos azulejos cuadrados de 20 cm de lado se necesitan para revestir una pared de 2,8 m de alto y 3,6 m de largo?

d) Un campo tiene 12 km de largo y 8 km de ancho. Si se cosechan 150 kg de papas por ha, ¿cuántas toneladas se pueden cosechar en el campo?

Para pensar y resolver

33 Una cancha de fútbol tiene como medidas máximas 90 m de ancho y 120 m de largo. Se construye una cancha cuyo ancho es el 75% del ancho máximo y el largo, el 80% del largo máximo.

Calcular qué porcentaje de la superficie máxima tiene la cancha construida.

34 Colocar $>$, $<$ o $=$, según corresponda en cada caso.

a) $0,26 \text{ m}$ 26 mm

d) $0,08 \text{ km}$ 800 dm

g) 105 dm $0,11 \text{ hm}$

b) 5 dam 500 dm

e) $4\,700 \text{ mm}$ $0,46 \text{ dam}$

h) $0,006 \text{ mam}$ $6\,000 \text{ mm}$

c) $0,7 \text{ hm}$ $8\,000 \text{ cm}$

f) $0,0001 \text{ km}$ 10 cm

i) $0,002 \text{ km}$ 200 cm

35 Unir las mismas cantidades.

a) $0,5 \text{ dam}^2$

d) 500 dm^2

$0,5 \text{ ha}$

5 ha

b) $0,0005 \text{ hm}^2$

e) $0,005 \text{ km}^2$

50 ca

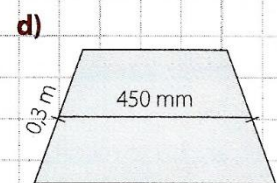
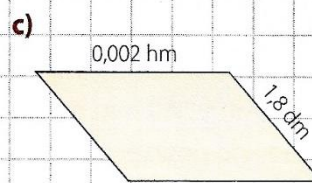
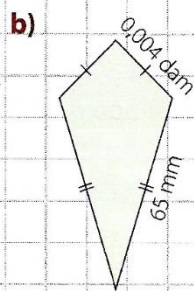
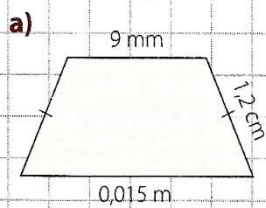
$0,005 \text{ a}$

c) $5\,000\,000 \text{ dm}^2$

5 ca

$0,05 \text{ a}$

36 Calcular el perímetro de cada cuadrilátero.



37 En un cuadrado de 64 cm^2 de superficie, se aumenta en 3 cm la longitud de sus lados. Calcular la superficie del nuevo cuadrado.

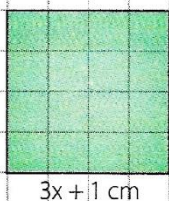
38 Plantear la ecuación, hallar la longitud de cada lado y la superficie de cada figura.

a) En un rectángulo la base es 5 cm mayor que la altura y su perímetro es 38 cm .

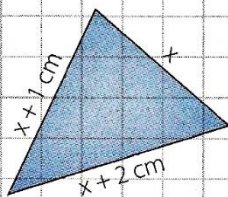
b) En un triángulo isósceles cada lado es 1 cm menor que la base, y su perímetro es 16 cm .

39 Plantear la ecuación y hallar la longitud de cada lado de las figuras.

a) Perímetro: 52 cm



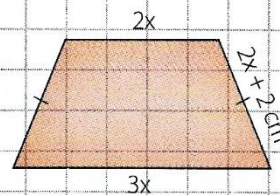
b) Perímetro: 18 cm



c) Perímetro: 36 cm

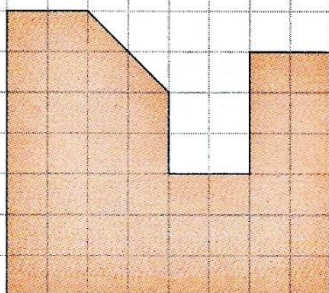


d) Perímetro: 49 cm

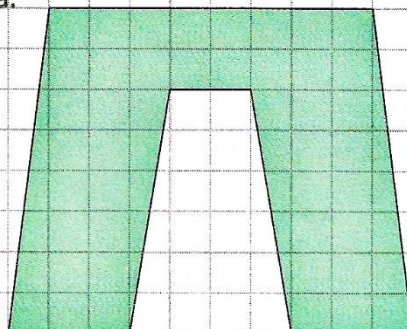


40 Calcular la superficie real de cada figura.

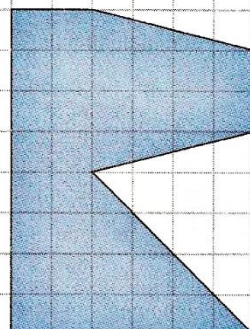
a)



b)



c)



41 Plantear y resolver.

a) La superficie de un cuadrado es de 100 cm^2 . Si el rectángulo de 15 cm de base tiene igual perímetro que el cuadrado, ¿cuál es la superficie del rectángulo?

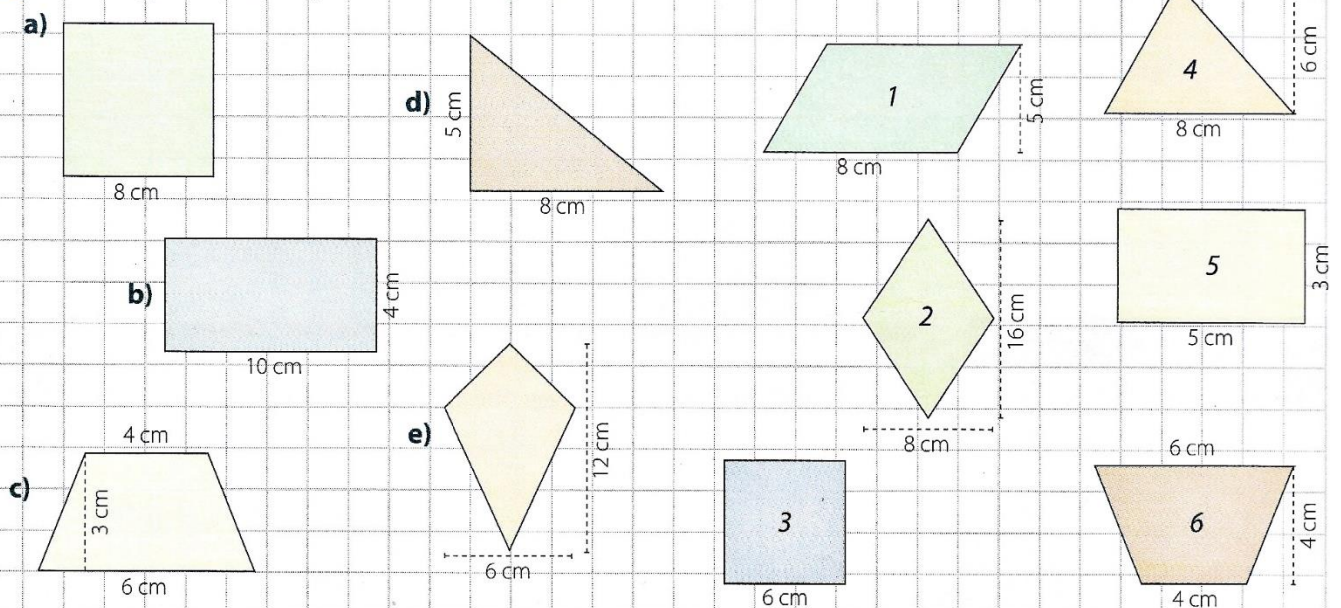
c) En un campo de 2,8 km de largo y 1 500 m de ancho, cada ha se vende a \$ 20 000. ¿Cuál es el valor del campo?

b) En un terreno rectangular de 120 m de largo y 80 m de ancho se construyen dos calles paralelas a los lados y perpendiculares entre sí, de 10 m de ancho, que se cruzan en el centro del terreno. ¿Qué superficie del terreno ocupan las calles?

d) Para una habitación de 3,6 m de largo y 4,5 m de ancho se compran cerámicas cuadradas de 30 cm de lado. Si cada caja de 20 cerámicas cuesta \$ 50, ¿cuánto se gastará en comprar las cerámicas para el piso de la habitación?

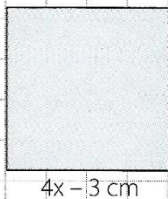
42 Plantear y resolver.

- a) Cada carta de un mazo tiene un grosor de 0,3 mm. ¿Cuál es la altura, en dm, de un mazo de 50 cartas?
- b) Una persona sale de su casa y camina 8,5 hm hasta la farmacia, de ahí 8.000 cm hasta la verdulería y regresa a su casa. Si caminó en total 1.500 m, ¿cuál es la distancia entre su casa y la verdulería?
- c) Una pista de atletismo mide 0,854 km. ¿Cuántos metros recorre una persona que da cinco vueltas y media a la pista?
- d) Una revista tiene un grosor de 11 mm. ¿Cuántas revistas se podrán colocar como máximo en un estante que tiene 5 dm de altura?
- e) Un automóvil recorre 1.200 dam con 1 litro de combustible. ¿Cuántos litros consumirá para recorrer 600 km?
- f) Cada uno de los fósforos de una caja mide 0,038 m y se arma un rectángulo colocándolos uno a continuación del otro. Si se colocan 15 fósforos en la base y las dos terceras partes en la altura, ¿cuál es el perímetro del rectángulo?
- g) En un trapecio isósceles cada uno de sus lados iguales mide 0,86 dm y su base media, 74 mm. ¿Cuál es el perímetro del trapecio?
- h) Mariano sale a caminar con su papá, que da pasos de 0,04 dam y él, pasos de 3,5 dm. Si en el trayecto que caminaron juntos, su papá dio 560 pasos, ¿cuántos pasos dio Mariano?

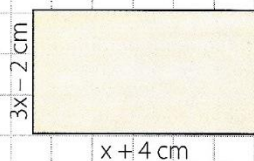
43 Unir las figuras que tengan la misma superficie.

44 Hallar x y calcular la superficie de las siguientes figuras.

a) Perímetro: 36 cm



b) Perímetro: 20 cm



45 Plantear y resolver.

a) El vidrio que Andrea quiere colocar en sus ventanas cuesta \$ 50 el m^2 . Si tiene dos ventanas rectangulares de 0,015 hm de largo y 800 mm de alto, ¿cuánto gasta en los vidrios?

d) De un rectángulo de papel de 24 cm de largo y 18 cm de alto se recorta la menor cantidad de cuadrados iguales. ¿Cuál es la superficie de cada cuadrado?

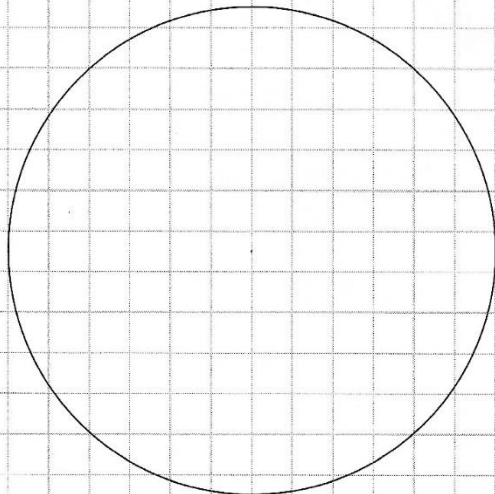
b) Un rectángulo tiene 60 cm^2 de superficie y su base mide 12 cm. ¿Cuál es la longitud de la diagonal del rectángulo?

e) En un trapecio, la base media mide 18 cm y su altura es de 7 cm. ¿Cuál es la superficie del trapecio?

c) Un cuadrado tiene igual perímetro que un rectángulo de 0,76 dm de base y 64 mm de altura. ¿Cuál es la superficie del cuadrado?

f) Si de un círculo de cartón de 6 cm de diámetro se recorta el mayor rombo posible, ¿cuál es la superficie de cartón sobrante?

46 Construir un pentágono regular inscrito en la circunferencia.



a) Trazar la apotema.

b) Medir el lado y la apotema.

c) Calcular empíricamente la superficie.