

Números Racionales.

Clasificación de fracciones:

PROPIAS

Son menores que un entero.
 El numerador es menor que el denominador.

Ejemplo: $\frac{2}{7}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{1}{2}$

IMPROPIAS

Son mayores que el entero. El numerador es mayor que el denominador.

Ejemplo: $\frac{9}{5}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{7}{4}$

APARENTES

Son números enteros, el numerador es igual que el denominador o es múltiplo de él.

Ejemplo: $\frac{18}{6} = 3$ $\frac{24}{4} = 6$

$\frac{9}{9} = 1$



RECORDAR

Las **fracciones impropias** pueden ser expresadas como **número mixto**:

$$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

Observa con atención la siguiente representación gráfica de la fracción $\frac{7}{2}$:



Fracciones equivalentes:

Dos fracciones son equivalentes cuando representan el mismo número racional o gráficamente la misma cantidad de un entero.

Para obtener fracciones equivalentes, **multiplicamos numerador y denominador por un mismo número natural que no sea cero, o dividimos por un divisor común** (simplificamos).

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}$$

·2 ↘ ·3 ↘
·2 ↗ ·3 ↗

$$\frac{36}{60} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

:4 ↘ :3 ↘
:4 ↗ :3 ↗

Una **fracción es irreducible** cuando no se puede simplificar. En este caso, el numerador y denominador son **coprimos**.

Una **fracción es decimal** cuando el denominador es una potencia de 10, 100, 1000, etc.

Todo número racional puede ser escrito como una **expresión decimal**, para encontrarla podemos dividir el numerador en el denominador.

$$\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0,4 \longrightarrow \text{Expresión decimal finita: tiene un número finito de cifras decimales.}$$

$$\frac{8}{11} = 8 : 11 = 0,727272 \dots = 0,7\overline{2} \longrightarrow \text{Expresión decimal periódica: tiene cifras decimales que se repiten infinitamente.}$$

¿Cómo pasamos un número decimal a fracción?

$$0,38 = \frac{38}{100} = \frac{19}{50} \longrightarrow \text{Se escribe en el numerador el número (sin la coma) y en el denominador, el uno seguido de tantos ceros como cifras tenga la parte decimal.}$$

$$7,1\overline{8} = \frac{718-7}{99} = \frac{711}{99} = \frac{79}{11} \longrightarrow \text{Se escribe en el numerador el número (sin la coma) y se le resta la parte no periódica. En el denominador, tantos nueves como cifras tenga el periodo y tantos ceros como números haya sin periodo siempre en la parte decimal.}$$

Adición y sustracción.

Para sumar o restar fracciones **con el mismo denominador**, se suman o restan los numeradores y se escribe el mismo denominador.

$$\frac{5}{8} + \frac{7}{8} = \frac{5+7}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

Para sumar o restar fracciones **con distinto denominador**, se reemplazan las fracciones por fracciones equivalentes a las dadas que tengan el mismo denominador.

Para encontrar un denominador común, se busca el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$\frac{5}{2} - \frac{3}{8} = \frac{20}{8} - \frac{3}{8} = \frac{17}{8}$$

Para resolver mentalmente una suma o resta entre un número entero y una fracción, lo podemos hacer de la siguiente manera:

$$1 + \frac{3}{7} = \frac{7}{7} + \frac{3}{7} = \frac{10}{7}$$

$$2 - \frac{3}{4} = \frac{8}{4} - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

Si un cálculo tiene fracciones y expresiones decimales, se deben pasar las expresiones decimales a fracción para resolverlo como muestra el siguiente ejemplo:

$$\frac{1}{5} + 0,3 = \frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Multiplicación y división.

Una fracción se puede interpretar como un operador aplicado a un número.

$$\frac{1}{4} \cdot 96 = 96 : 4 = 24$$

$$\frac{5}{4} \cdot 96 = 120 \text{ (esto es: cinco veces } \frac{1}{4} \text{ de 96)}$$

Para **multiplicar** dos o más fracciones, se multiplican entre sí los numeradores y los denominadores. Antes de realizar la operación se puede simplificar cualquier numerador con cualquier denominador.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

El **inverso multiplicativo** de $\frac{9}{8}$ es $\frac{8}{9}$, porque $\frac{9}{8} \cdot \frac{8}{9} = 1$. Todo número racional (distinto de cero) admite un inverso multiplicativo.

Para **dividir** una fracción por otra (distinta de cero), se multiplica la primera fracción por el inverso multiplicativo de la segunda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{8}{6} : \frac{20}{3} = \frac{8}{6} \cdot \frac{3}{20} = \frac{1}{5}$$

¡Actividades!

1. Responde y explica las respuestas.

a) ¿Cuál es la fracción irreducible de $\frac{122}{44}$?

b) ¿Se puede afirmar que $\frac{9}{8}$ es una fracción irreducible?

c) ¿Cuál es la fracción correspondiente a 0,7 y $0,\hat{7}$?

d) ¿Puedo convertir $\frac{3}{2}$ en fracción decimal? ¿Y $\frac{4}{3}$?

2. Representa y clasifica las siguientes fracciones. Escribe como número mixto las que puedas.

$$\frac{3}{5} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{9}{4} \quad \frac{18}{6} \quad \frac{1}{4}$$

3. Completa con un número para que la fracción sea equivalente.

$$\frac{40}{24} = \frac{\square}{3} = \frac{20}{\square}$$

$$\frac{44}{8} = \frac{176}{\square} = \frac{\square}{2}$$

4. Responde y justifica tu respuesta.

a) ¿Cuál es el común denominador entre 2 y 4? ¿Y entre 3 y 7?

b) El cálculo $\frac{2}{5} + \frac{8}{3} = \frac{10}{8}$?

c) ¿Es cierto que el número $\frac{30}{8}$ es equivalente a $3\frac{6}{8}$?

d) ¿Cuántos medios hay en un entero? ¿Y en 3 enteros?

5. Resuelve las siguientes operaciones en tu cuaderno.

a) $\frac{5}{6} - \left(-\frac{11}{6}\right) =$

c) $3 + \frac{4}{3} =$

b) $\frac{4}{3} + \left(-\frac{5}{6}\right) =$

d) $4\frac{3}{7} + 5\frac{2}{7} =$

6. Lee atentamente y resuelve.

Juliana gastó $\frac{2}{5}$ de sus ahorros en el supermercado y $\frac{3}{7}$ de sus ahorros en ropa.

- a) ¿Qué parte de sus ahorros gastó en total?
- b) ¿Qué parte le quedó?
- c) ¿Gastó más en el supermercado o en ropa?

7. Completa los siguientes cálculos para que se verifique la igualdad.

a) $\frac{3}{4} + \frac{\square}{\square} = \frac{9}{4}$

b) $\frac{\square}{\square} + \frac{4}{10} = \frac{4}{5}$

8. Responde y explica las respuestas.

a) ¿Cuál es la mitad de $\frac{4}{7}$? ¿Y de $\frac{5}{7}$?

b) ¿Es verdad la siguiente igualdad? $4 \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{12}{5}$

c) ¿Cuál es el inverso multiplicativo de 6?

d) ¿Para realizar $\frac{3}{8} : \frac{2}{5}$, Pablo hizo $\frac{8}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{16}{15}$. ¿Es correcto lo que hizo Pablo?

9. Resuelve las siguientes multiplicaciones.

a) $\frac{150}{18} \cdot \left(-\frac{42}{20}\right) =$

c) $\left(-\frac{7}{16}\right) : \left(-\frac{21}{12}\right) =$

b) $\frac{18}{15} \cdot \left(-\frac{40}{21}\right) \cdot \frac{49}{4} =$

10. Redondea la respuesta correcta.

a) $\frac{4}{3} : \frac{8}{9} =$

* $\frac{32}{27}$

* 2

* $\frac{3}{2}$

b) $\frac{10}{7} : (-5) =$

* $\frac{50}{7}$

* $\frac{50}{35}$

* $-\frac{2}{7}$

11. Resuelve las siguientes operaciones.

a) $\left(-\frac{45}{50}\right) \cdot \frac{63}{105} \cdot \left(-\frac{25}{15}\right) =$

b) $0,5 \cdot 0,5 \cdot 2,4 =$

12. Lee atentamente y resuelve.

- a) Rocío preparó $4\frac{1}{5}$ litro de licuado y lo sirvió en vasos de $\frac{1}{5}$ litro. Macarena en cambio preparó $5\frac{1}{5}$ litro de licuado y los sirvió en vasos de $\frac{1}{4}$ litro. ¿Quién sirvió más vasos?
- b) De un camino de 540 km se recorren $\frac{4}{9}$ en el primer trayecto y $\frac{3}{10}$ en el segundo trayecto. ¿Cuántos kilómetros del camino faltan recorrer?
- c) De un grupo de 36 amigos, $\frac{5}{9}$ decidieron ir al teatro, $\frac{5}{18}$ fueron al Museo de artes plásticas y $\frac{1}{6}$ a ver un partido de fútbol. ¿Cuántos fueron al teatro, cuántos fueron al museo, y cuántos al partido?

13. Suprimir paréntesis y resolver.

a) $\left(-\frac{45}{50}\right) \cdot \frac{63}{105} \cdot \left(-\frac{25}{15}\right) =$

b) $0,5 \cdot 0,5 \cdot 2,4 =$

14. Desafío matemático.

De un tanque lleno de agua se utiliza la quinta parte y luego la cuarta parte del resto. Si aún quedan 360 litros. ¿Cuántos litros caben en el tanque?