



# Unidad N° 3

## Cuerpos

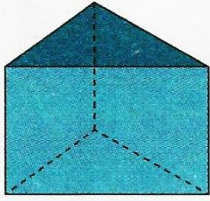
## Geométricos

## Cuerpos poliedros

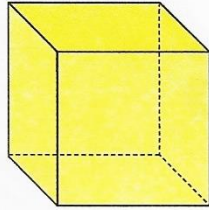
### Teoría

Los cuerpos **poliedros** son aquellos cuyas caras son polígonos; se clasifican en **prismas** y **pirámides**.

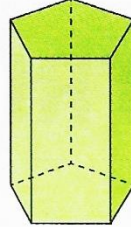
Un **prisma regular** tiene como bases dos polígonos paralelos e iguales y como caras laterales, rectángulos iguales. Cuando las caras laterales son perpendiculares a las bases, los prismas son rectos.



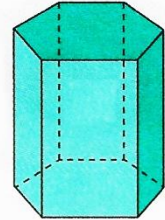
Prisma recto triangular regular



Prisma recto cuadrangular regular

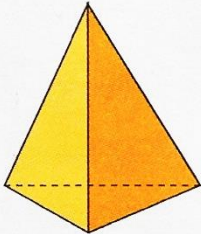


Prisma recto pentagonal regular

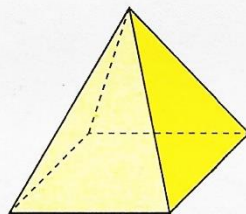


Prisma recto hexagonal regular

Una **pirámide regular** tiene como base un polígono regular y como caras laterales, triángulos isósceles iguales. Todas las caras laterales concurren en un punto llamado **cúspide**.



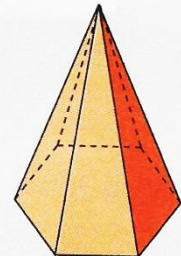
Pirámide recta triangular regular



Pirámide recta cuadrangular regular



Pirámide recta pentagonal regular

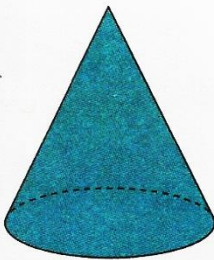


Pirámide recta hexagonal regular

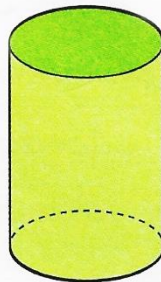
## Cuerpos redondos

### Teoría

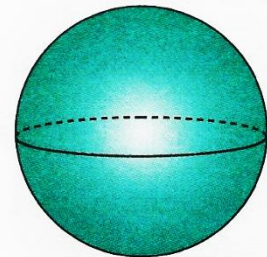
Los cuerpos **redondos** son aquellos que tienen por lo menos una cara no plana y pueden rodar en alguna posición. Ellos son: el cono, el cilindro y la esfera.



Cono

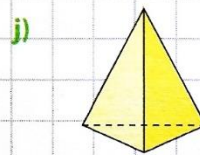
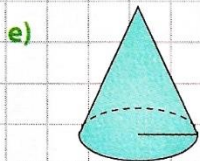
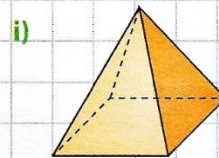
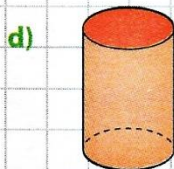
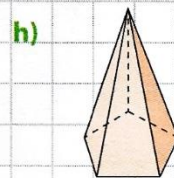
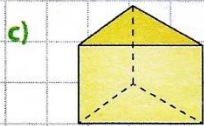
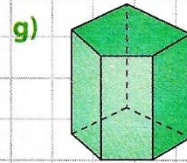
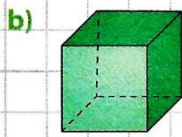
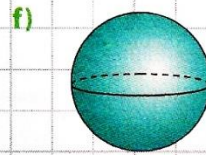
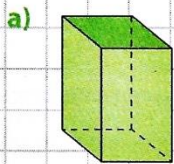


Cilindro



Esfera

**1** Colocar el nombre de cada cuerpo, según corresponda en cada caso.



**2** El siguiente prisma está armado con palitos y bolitas de plastilina.

**Observar el prisma y responder.**

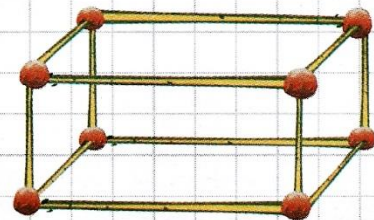
a) ¿Cuántos palitos y bolitas hay en el prisma?

b) ¿Qué representan los palitos y las bolitas?

c) ¿Qué cuerpo se arma si todos los palitos son iguales?

d) ¿Qué cuerpo geométrico se puede armar con 6 palitos y 4 bolitas?

e) ¿Cuántos palitos y bolitas se necesitan para armar un prisma recto pentagonal?



**Para pensar y resolver**

**3** Si a un queso con forma de cubo se lo corta de manera paralela a una de sus caras, ¿qué otros dos cuerpos se obtienen?

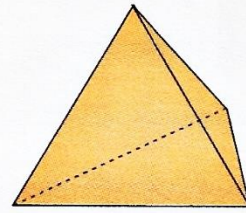
# Poliedros regulares

## Teoría

Se denomina **poliedro regular** al poliedro en el cual todas sus caras son polígonos regulares iguales y existen sólo cinco de ellos.

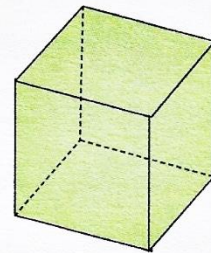
### Tetraedro regular

Sus caras son 4 triángulos equiláteros iguales.



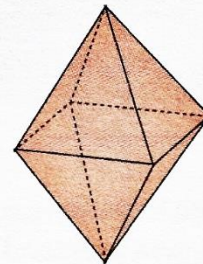
### Hexaedro regular o cubo

Sus caras son 6 cuadrados iguales.



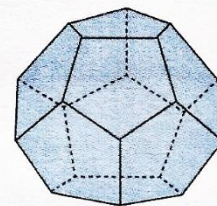
### Octaedro regular

Sus caras son 8 triángulos equiláteros iguales.



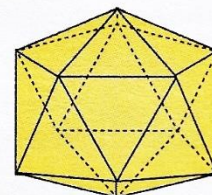
### Dodecaedro regular

Sus caras son 12 pentágonos regulares iguales.



### Icosaedro regular

Sus caras son 20 triángulos equiláteros iguales.

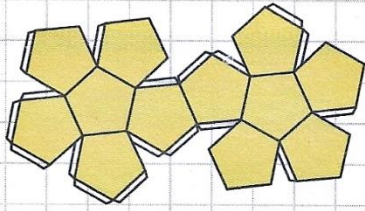


En todos los cuerpos poliedros se verifica la **Propiedad de Euler**:

$$\text{Número de caras} + \text{Número de vértices} = \text{Número de aristas} + 2$$

**4** Observar el desarrollo de cada poliedro regular y completar.

a)

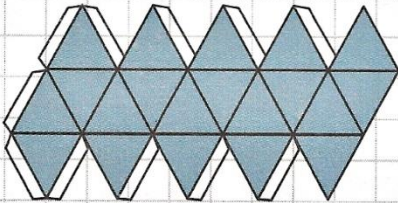


1) Tiene  caras.

2) Sus caras son:

3) Se llama:

b)

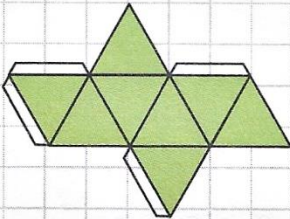


1) Tiene  caras.

2) Sus caras son:

3) Se llama:

c)

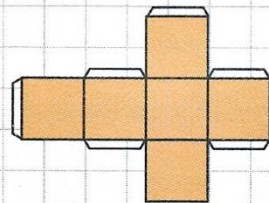


1) Tiene  caras.

2) Sus caras son:

3) Se llama:

d)

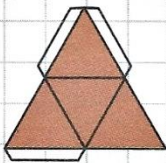


1) Tiene  caras.

2) Sus caras son:

3) Se llama:

e)



1) Tiene  caras.

2) Sus caras son:

3) Se llama:

**5** Completar la tabla y verificar la Propiedad de Euler.

Poliedro regular	Cantidad de vértices	Cantidad de caras	Cantidad de aristas
Tetraedro			
Hexaedro			
Octaedro			
Dodecaedro			
Icosaedro			

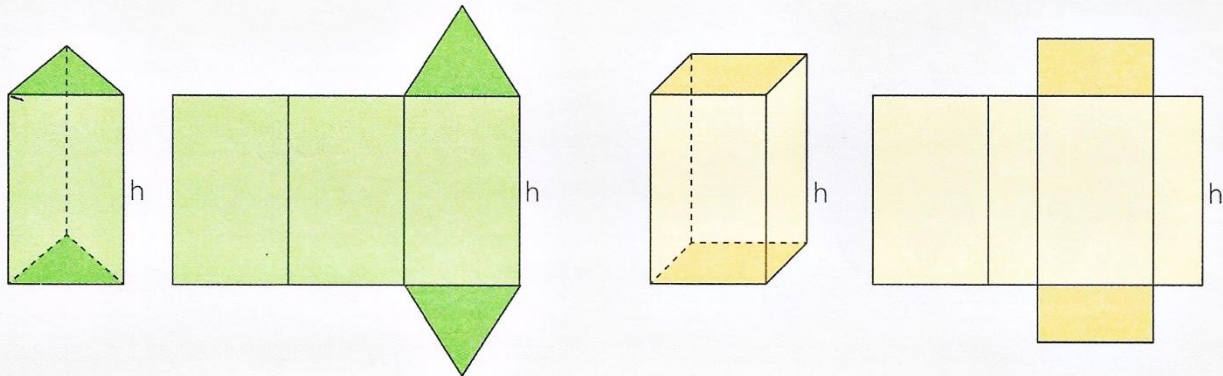
# Superficie lateral y total de los cuerpos poliedros

## Teoría

La **superficie lateral** de un poliedro es la superficie de todas sus caras laterales.

La **superficie total** es la suma de la superficie lateral y la de sus bases.

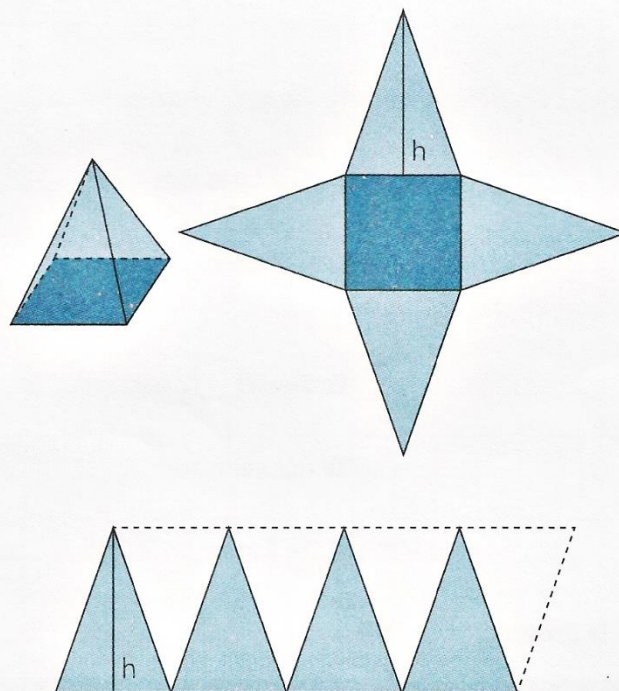
En un prisma recto, sus caras son rectángulos y sus bases son dos polígonos iguales.



**Superficie lateral del prisma recto:** Perímetro de la base  $\cdot$  Altura

**Superficie total del prisma recto:** Superficie lateral + 2  $\cdot$  Superficie de la base

En una pirámide recta regular, sus caras son triángulos isósceles y su base es un polígono regular.

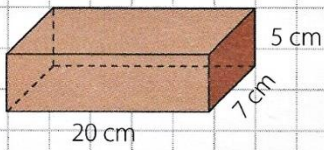


**Superficie lateral de la pirámide regular:**  $\frac{\text{Perímetro de la base} \cdot \text{Altura de la cara lateral}}{2}$

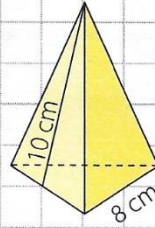
**Superficie total de la pirámide regular:** Superficie lateral + Superficie de la base

**6** Hallar la superficie lateral y total de los siguientes cuerpos poliedros.

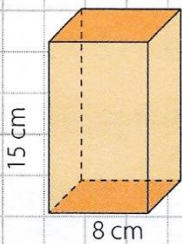
a) Prisma recto rectangular.



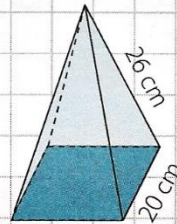
c) Pirámide recta triangular regular.



b) Prisma recto cuadrangular regular.



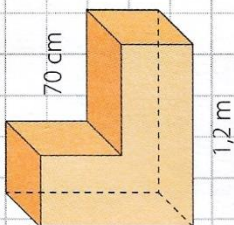
d) Pirámide recta cuadrangular.



**7** Calcular la superficie total de un tetraedro de 6 cm de arista.

**8** ¿Cuántos azulejos cuadrados de 30 cm de lado son necesarios para cubrir la superficie lateral de un tanque con forma de prisma recto pentagonal regular de 1,08 m de lado y 2,7 m de altura?

**9** Calcular la superficie total del siguiente cuerpo.



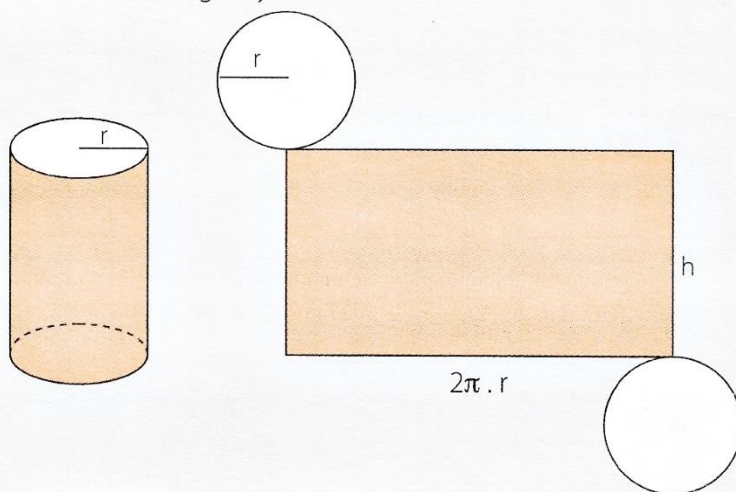
**Para pensar y resolver**

**10** ¿Qué superficie de cartón se necesita para armar una pirámide recta cuadrangular de 12 cm de altura y 40 cm de perímetro de la base?

## Superficie lateral y total de los cuerpos redondos

### Teoría

En un cilindro, la cara lateral es un rectángulo y sus bases son círculos.

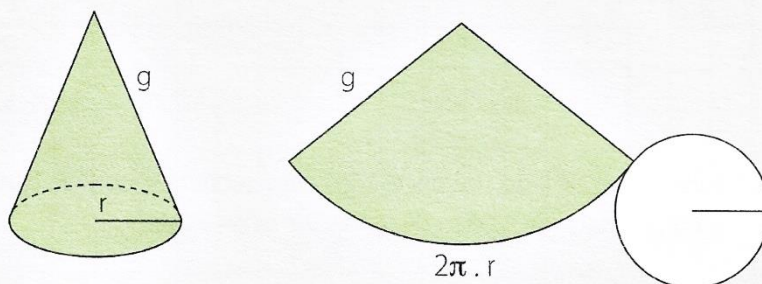


**Superficie lateral del cilindro:**  $2\pi \cdot r \cdot h$

**Superficie de las bases:**  $2\pi \cdot r^2$

**Superficie total del cilindro:**  $2\pi \cdot r \cdot h + 2\pi \cdot r^2$

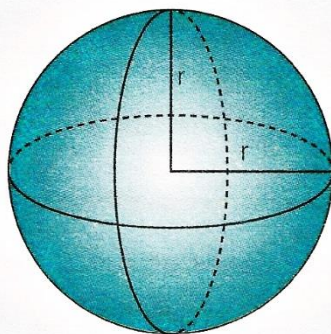
En un cono, la cara lateral es un sector circular y su base es un círculo.



**Superficie lateral del cono:**  $\pi \cdot r \cdot g$

**Superficie total del cono:**  $\pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$

La superficie total de una esfera se cubre con cuatro de sus círculos máximos.



**Superficie total de la esfera:**  $4\pi \cdot r^2$

**11** Calcular la superficie total de los siguientes cuerpos.

a) Una esfera cuyo círculo máximo tiene un diámetro de 12 cm.

b) Un cono de 8 cm de generatriz y 5 cm de radio de la base.

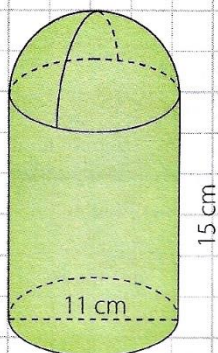
c) Un cilindro de 15 cm de altura y 12 cm de diámetro de la base.

**12** Plantear y resolver.

a) ¿Qué superficie de papel se necesita para la etiqueta de una lata de tomates que tiene una altura de 13 cm y el radio de la base es de 5 cm?

b) ¿Qué superficie de plástico se necesita para fabricar un bonete de 24 cm de diámetro y 16 cm de altura?

**13** Calcular la superficie total del siguiente cuerpo.



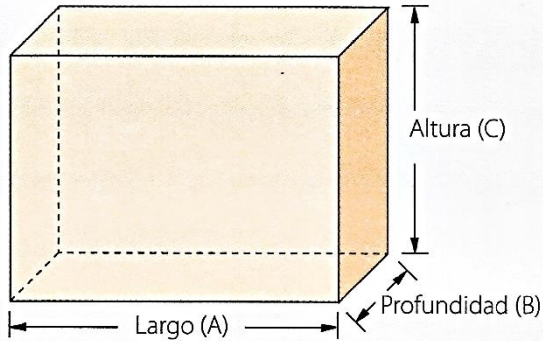
**Para pensar y resolver**

**14** Si la cara lateral de un cilindro es un rectángulo de 18 cm de base y 12 cm de altura, ¿cuál es la superficie de la base del cilindro?

# Volumen de los cuerpos poliedros

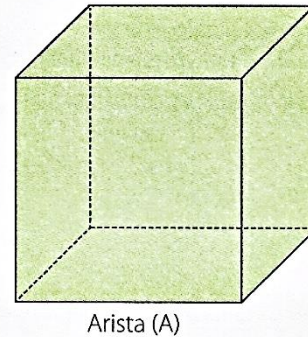
## Teoría

El volumen de un prisma rectangular se obtiene multiplicando su largo, su profundidad y su altura; es decir, la superficie de su base por su altura.



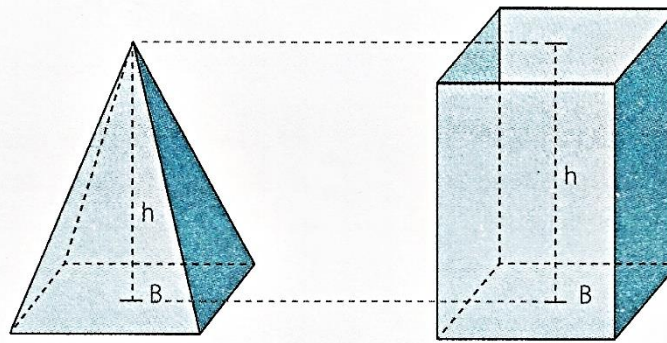
**Volumen del prisma:**  $A \cdot B \cdot C$   
Superficie de la base  $\cdot$  Altura

En un cubo, su largo, profundidad y altura son iguales a la arista.



**Volumen del prisma:**  $A \cdot A \cdot A = A^3$   
Arista al cubo

Si una pirámide y un prisma tienen igual base y altura, el volumen de la pirámide es la tercera parte del volumen del prisma.



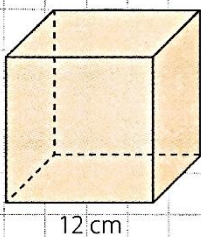
**Volumen de la pirámide:**  $\frac{1}{3} \cdot \text{Volumen del prisma} = \frac{1}{3} \cdot \text{Superficie de la base} \cdot \text{Altura}$

Las equivalencias entre las unidades de **volumen** y **capacidad** son:

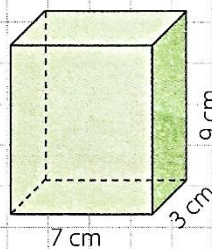
<b>Capacidad</b>	1 ml	1 l	1 kl
<b>Volumen</b>	1 cm <sup>3</sup>	1 dm <sup>3</sup>	1 m <sup>3</sup>

## 15 Hallar el volumen de los siguientes cuerpos.

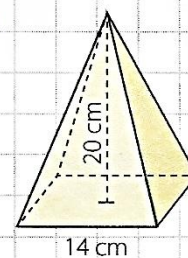
a)



b)



c)



**16 Plantear y resolver.**

- a) La superficie de la base de un prisma es de  $148 \text{ cm}^2$ . Si su volumen es de  $2516 \text{ cm}^3$ , ¿cuál es su altura?
- b) Un depósito de 6 m de largo, 4 m de ancho y 2 m de altura está lleno de arena. ¿Cuántas bolsas de  $500 \text{ dm}^3$  se pueden llenar con la arena?
- c) ¿Cuál es el volumen de una pirámide de 60 dm de altura, si su base es un hexágono regular de 12 dm de lado y 4 dm de apotema?
- d) ¿Cuál es el volumen de un objeto de forma piramidal, de base pentagonal regular de 15 cm de perímetro de la base, 6 cm de altura y 5 cm de apotema?

**17 a) Completar el cuadro muestra diferentes tamaños de piletas de lona y su capacidad en litros.**

Largo	Ancho	Alto	Capacidad
1,2 m	80 cm	60 cm	
	1 m	0,8 m	1 200 l
1,8 m		90 cm	1 944 l
2,5 m	1,8 m		5 400 l

**b) Calcular la cantidad de agua que contiene la mayor de las piletas si se llena hasta 20 cm del borde.**

- 18** Una pecera tiene 1,2 m de largo, 50 cm de profundidad y 9 dm de altura, y se la llena hasta 5 cm del borde.
- a) ¿Cuántos litros de agua contiene la pecera?
- b) Si por cada 6 litros de agua corresponde 1 gota de anticloro, ¿cuántas gotas se deben agregar en la pecera?
- c) ¿Cuántos baldes de 25 litros se pueden llenar con el agua de la pecera?
- d) ¿Y cuántos baldes de 18 litros se necesitan para llenar la pecera hasta el borde?

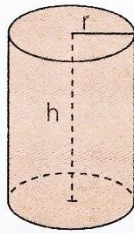
**Para pensar y resolver**

- 19** Con un bidón que tiene más de 16 l, pero menos de 20 l de capacidad, se llena exactamente una cierta cantidad de botellas de  $2\,250 \text{ cm}^3$ . ¿Cuál es la capacidad del bidón?

# Volumen de los cuerpos redondos

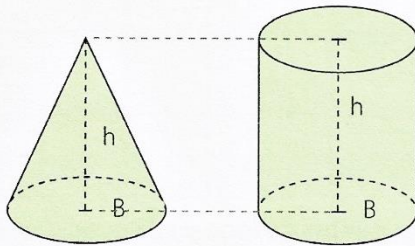
## Teoría

El volumen de un cilindro se obtiene multiplicando la superficie de su base por su altura.



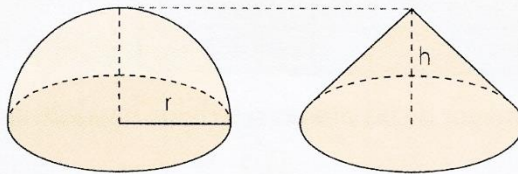
**Volumen del cilindro:**  $\pi \cdot r^2 \cdot h$

Si un cono y un cilindro tienen igual base y altura, el volumen del cono es la tercera parte del volumen del cilindro.



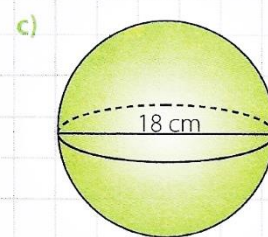
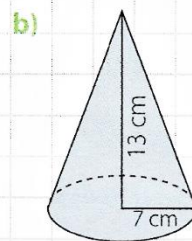
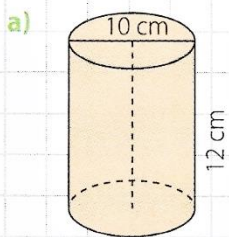
**Volumen del cono:**  $\frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$

Si un cono tiene igual base que el círculo máximo de una esfera y la altura del cono es igual al radio de la esfera, el volumen de la esfera es cuatro veces el volumen del cono.



**Volumen de la esfera:**  $\frac{4}{3} \pi \cdot r^3$

20 Hallar el volumen de los siguientes cuerpos.

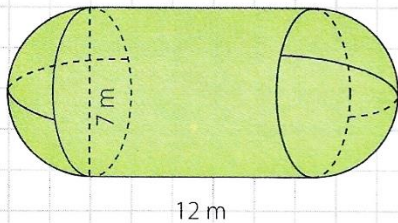


- 21 Un tanque cilíndrico tiene 1,6 m de diámetro y 0,9 m de altura.
- a) ¿Cuál es el volumen del tanque?
- b) ¿Cuántos litros de agua contiene el tanque?
- c) ¿Cuántos baldes de 15 litros se pueden llenar con el agua del tanque?
- d) ¿Cuánto tarda en vaciarlo una canilla que arroja 18 litros de agua por minuto?

- 22 ¿Cuántos  $\text{cm}^3$  de bronce se necesitan para construir una esfera maciza de 5 dm de diámetro?

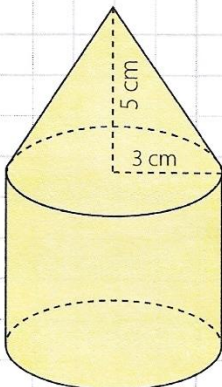
- 23 Un cono macizo de plástico tiene 20 cm de radio y 65 cm de altura. Si el plástico cuesta \$ 500 el  $\text{m}^3$ , ¿cuánto costará fabricar 100 de estos conos?

- 24 Calcular el volumen del siguiente cuerpo.



### Para pensar y resolver

- 25 El volumen del cilindro de la figura es seis veces el volumen del cono.  
Calcular el volumen de la figura.



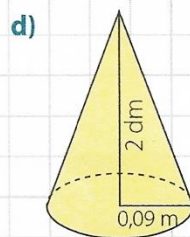
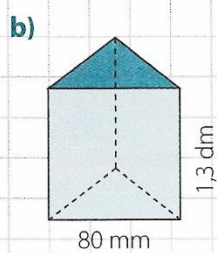
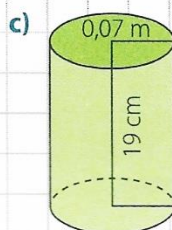
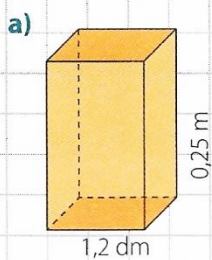
26 Marcar con una X según corresponda.

Cuerpo	Poliedro	Redondo
Cilindro		
Pirámide		
Esfera		
Cono		
Dodecaedro		
Hexaedro regular		

27 Completar el cuadro.

Cuerpo geométrico	Cantidad de vértices	Cantidad de caras	Cantidad de aristas
Pirámide cuadrangular			
Octaedro			
Cubo			
Prisma pentagonal			
Icosaedro			

28 Calcular la superficie total de los siguientes cuerpos.



29 Calcular la superficie total de los siguientes poliedros regulares.

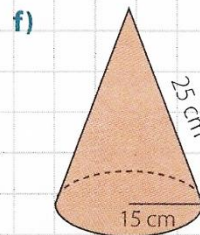
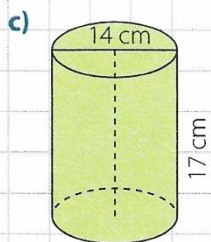
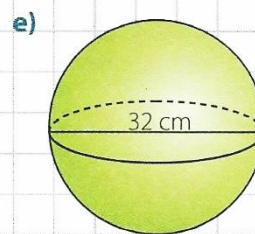
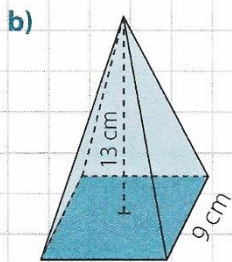
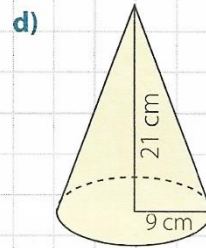
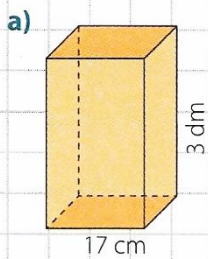
a) Un octaedro de 6 cm de arista.

b) Un icosaedro de 8 cm de arista.

**30 Plantear y resolver.**

- a) La superficie total de un tanque cilíndrico es de  $392,5 \text{ dm}^2$  y la superficie lateral es de  $238,56 \text{ dm}^2$ .  
¿Cuál es el diámetro de la base?
- b) Una pelota de básquet tiene una longitud de circunferencia máxima de aproximadamente  $125,6 \text{ cm}$ . ¿Qué superficie de cuero se necesita para construirla?
- c) Calcular la superficie lateral y total de un prisma recto cuadrangular, sabiendo que la superficie de la base es de  $196 \text{ cm}^2$  y la altura es  $2 \text{ dm}$ .
- d) ¿Qué superficie de tela se necesita para cubrir el techo de una calesita que tiene un diámetro de  $4 \text{ m}$  y una altura de  $2,50 \text{ m}$ ?

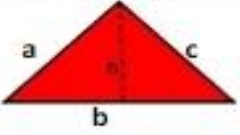
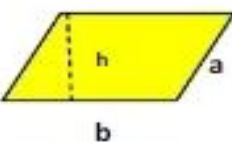
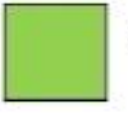
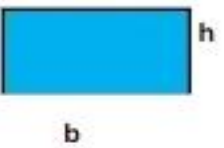
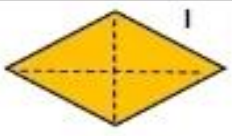
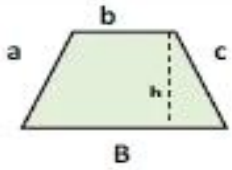
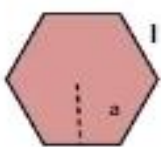

**31 Calcular el volumen de los siguientes cuerpos.**



## FÓRMULAS DE PERIMETROS Y AREAS DE FIGURAS PLANAS

**PERÍMETRO:** suma de la longitud de los lados de un polígono, o medida de la longitud del contorno de cualquier figura plana. Las unidades de medida de longitud más utilizadas son: el metro (m), el centímetro (cm), el milímetro (mm).

**ÁREA:** es la **medida** de la **región** o **superficie** encerrada por de una **figura geométrica**. (Medida de la extensión de una superficie). Las unidades de medida de área más utilizadas son: el metro cuadrado (m<sup>2</sup>), el centímetro cuadrado (cm<sup>2</sup>), el milímetro cuadrado (mm<sup>2</sup>).

NOMBRE	FIGURA	PERIMETRO	AREA
<b>TRIANGULO</b> Es la porción de plano limitada por tres segmentos de recta.		$P = a + b + c$	$A = \frac{b \times h}{2}$ b: base    h: altura
<b>PARALELOGRAMO</b> Cuadrilátero que tiene sus lados opuestos iguales y paralelos.		$P = 2b + 2a$	$A = b \times h$ b: base    h: altura
<b>CUADRADO</b> Cuadrilátero de cuatro lados y 4 ángulos iguales.		$P = 4.l$	$A = l^2$ l : medida del lado
<b>RECTÁNGULO</b> Cuadrilátero cuyos cuatro lados forman ángulos rectos entre sí. Los lados opuestos tienen la misma longitud.		$P = 2b + 2h$	$A = b \times h$ b: base    h: altura
<b>ROMBO</b> Cuadrilátero cuyas dos diagonales se cruzan en ángulo de 90°.		$P = 4.l$	$A = \frac{D \times d}{2}$ D: diagonal mayor d: diagonal menor
<b>TRAPECIO</b> Cuadrilátero que tiene dos de sus lados paralelos y los otros dos no.		$P = a + b + c + B$	$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$ B: base mayor b: base menor h: altura
<b>POLIGONO REGULAR</b> Porción de plano limitada por segmentos de recta, todos sus lados y ángulos son iguales.		$P = n.l$	$A = \frac{p \cdot a}{2}$ $A = \frac{n \cdot l \cdot a}{2}$ P: perímetro a: apotema n: número de lados l: medida del lado
<b>CÍRCULO</b> Región del plano limitada por una circunferencia (Curva plana y cerrada donde todos sus puntos están a igual distancia del centro).		$P = 2 \pi . r$	$A = \pi . r^2$ $\pi = 3,1415... = 3,14$ r: radio del círculo