Espacio curricular: Matemática
Profesora: Paola Sánchez
Cursos: 6° A
Ciclo lectivo:2025

<u>TEMA</u>: Logaritmación

La logaritmación es una operación matemática, inversa de la potenciación, que nos permite conocer el exponente de ésta.

$$\log_b a = n \leftrightarrow b^n = a$$

Se lee logaritmo en base **b** de a es **n** si y, solo sí **b** elevado a la **n** es igual a **a**

Ejemplos

$\log_2 8 = 3$ porque $2^3 = 8$; Si $5^2 = 25$ *entonces* $\log_5 25 = 2$

Observa que el resultado del logaritmo es el exponente de la potenciación.

<u>Logaritmo decimal</u>

Llamaremos logaritmo de base 10 o logaritmo decimal de un número x, al exponente "y" al que hay que elevar 10 para obtener x.

$$\log x = y \quad \leftrightarrow \quad 10^y = x$$

Por ejemplo

$\boldsymbol{log\ 1000 = 3\ por\ que\ 10^3 = 1000}$

En la calculadora, la tecla log proporciona el logaritmo decimal de cualquier número positivo.

<u>EJERCICIO 1: Encuentra en la calculadora los logaritmos de:</u>

$\log 10 =$ **1**	$\log 100 =$ **2**	$\log 0{,}01 =$ **-2**
$\log 0{,}0001 =$ **-4**	$\log 2{,}13 =$ **0,328**	$\log 14{,}5 =$ **1,161**

<u>LOGARITMO DE BASE "e ", LOGARITMO NEPERIANO O NATURAL.</u>

El número "e" es un número irracional que desempeña un papel crucial en las matemáticas superiores. Sus primeras cifras son e ≅ 2,718281828…
En la calculadora, la tecla ln proporciona el logaritmo neperiano de cualquier número positivo.

EJERCICIO 2: Encuentra en la calculadora los logaritmos neperianos de:

ln 17,5 = **2,86** ln 19 = **2,94** ln 0,6 = **-0,51**

ln 6,8 = **1,92** ln 2,7 = **0,99** ln 3,5 = **1,25**

CAMBIO DE BASE

Cuando los logaritmos están en otras bases se encuentra en la calculadora de la siguiente manera:

$\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$ Ejemplo: $\log_2 16 = \frac{\log 16}{\log 2} = 4$

EJERCICIO 3: Encuentra los logaritmos de:

a/ $\log_3 27$ = **3**

b/ $\log_4 64$ = **3**

c/ $\log_2 \frac{1}{4}$ = **-2**

d/ $\log_3 \frac{1}{3}$ = **-1**

e/ $\log_7 1$ = **0**

f/ $\log_6 216$ = **3**

FUNCIÓN LOGARÍTMICA

Se define función logarítmica de base b a la función inversa de la función exponencial de base "b".

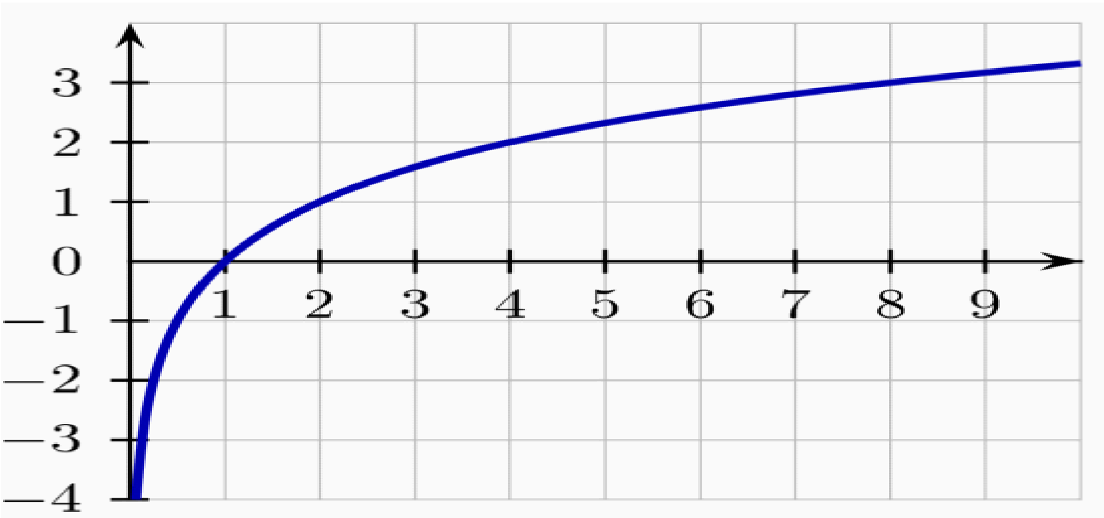
f: $\boldsymbol{R^{+} \rightarrow R \,/ f(x) = y = \log_b x \leftrightarrow b^{y} = x \text{ siendo } x > 0\,;\, b > 0\,;\, b \neq 1}$

Observa que la función logarítmica de fórmula y = b^{x} tiene dominio R^{+}(reales positivos e imagen R (reales)

Ejemplo: Considera la función y = $\log_2 x$.

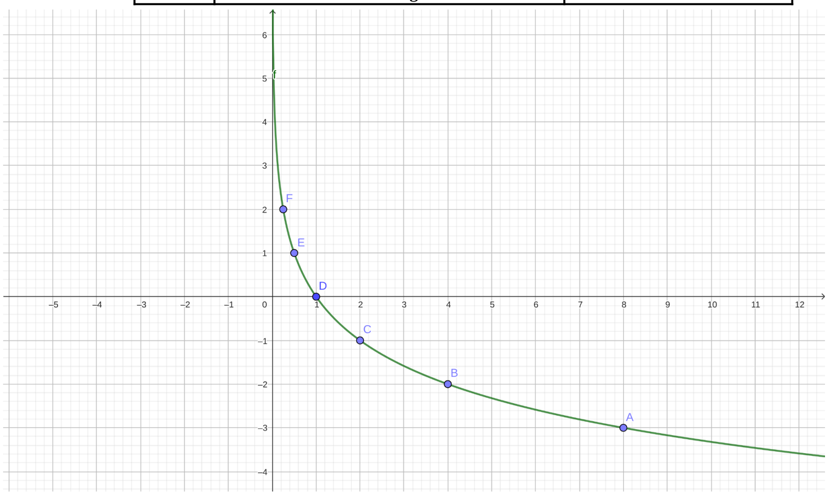
- Como el dominio de la función es R^{+}, en la tabla de valores elegimos valores positivos mayores que 0 para la variable x.
- Aplica cambio de base para calcular y.

x	$y = \log_2 x$	Pares ordenados
8	$\log_2 8 = \frac{log8}{log2}$ = 3	(8; 3)
4	$\log_2 4 = \frac{log4}{log2}$ = 2	(4; 2)
2	$\log_2 2 = \frac{log2}{log2}$ = 1	(2; 1)
1	$\log_2 1 = \frac{log1}{log2}$ = 0	(1; 0)
0.5	$\log_2 0.5 = \frac{log0.5}{log2}$ = -1	(0.5; -1)
0.25	$\log_2 0.25 = \frac{log0.25}{log2}$ = -2	(0.25;-2)



<u>EJERCICIO 4</u>: Considera la función $y = \log_{\frac{1}{2}} x = \log_{0.5} x$ .Confecciona la tabla de valores y gráfica la función.

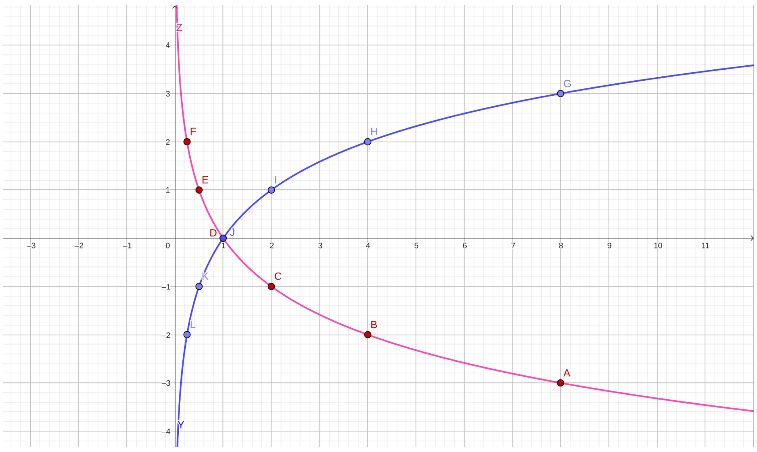
x	$y = \log_{0.5} x$	Pares ordenados
8	$\log_{0,5} 8 = \frac{log\ 8}{log\ 0,5} =$ **-3**	(8; -3)
4	$\log_{0,5} 4 = \frac{log\ 4}{log\ 0,5} =$ **-2**	(4; -2)
2	$\log_{0,5} 2 = \frac{log\ 2}{log\ 0,5} =$ **-1**	(2; -1)
1	$\log_{0,5} 1 = \frac{log\ 1}{log\ 0,5} =$ **0**	(1; 0)
0.5	$\log_{0,5} 0,5 = \frac{log\ 0,5}{log\ 0,5} =$ **1**	(0.5; 1)
0.25	$\log_{0,5} 0,25 = \frac{log\ 0,25}{log\ 0,5} = 2$	(0.25;2)



¿Qué observas en ambas gráficas?
Ambas gráficas interceptan al eje x en el 1.
¿Cuál es el valor de la base en cada caso?
En la primera gráfica es 2 y en la segunda 0,5
¿Qué particularidad tienen las bases entre sí?
Son la misma base pero invertida, ya que si las representamos en fracciones la primera es $\frac{2}{1}$ mientras que la segunda es $\frac{1}{2}$.

Observa que la gráfica de la función $y = \log_b x$ tiene como Asíntota al Eje y

<u>EJERCICIO 5:</u> Teniendo en cuenta las tablas de las funciones anteriores, grafica en el mismo sistema cartesiano las funciones y = $\log_2 x$; y = $\log_{0.5} x$ $(Con\ distinto\ color\ cada\ una)$



¿Qué observas?

Ambas funciones interceptan al eje Y por el 1, mientras que la función y = $\log_2$ tiene pendiente ascendente, la función y = $\mathbf{\log_{0.5} x}$ tiene pendiente decreciente.

Conclusión : Dada la función $y = \log_b x$

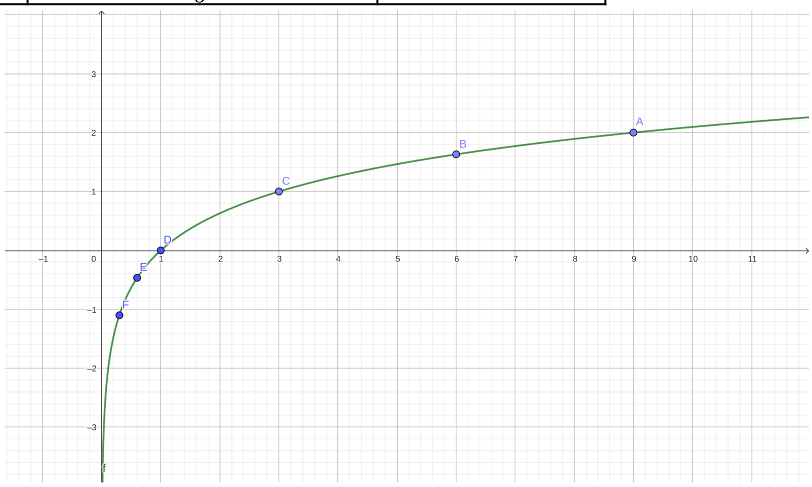
- El dominio es R^+
- L a imagen es R
- La función es creciente cuando la base b$>1 (b\ es\ mayor\ que\ 1)$
- La función es decreciente cuando la base b$< 1\ (b\ es\ menor\ que\ 1)$
- Si y=$\log_b x$, No tiene ordenada al origen ya que el eje Y es asíntota de la función.
- Si las bases de la función son inversas y= $\log_b x$; y=$\log_{\frac{1}{(b)}} x$

  Las funciones son simétricas respecto al eje X (El eje X es el eje de simetría)

EJERCICIO 6: Realiza la tabla de valores y representa cada una de las siguientes funciones

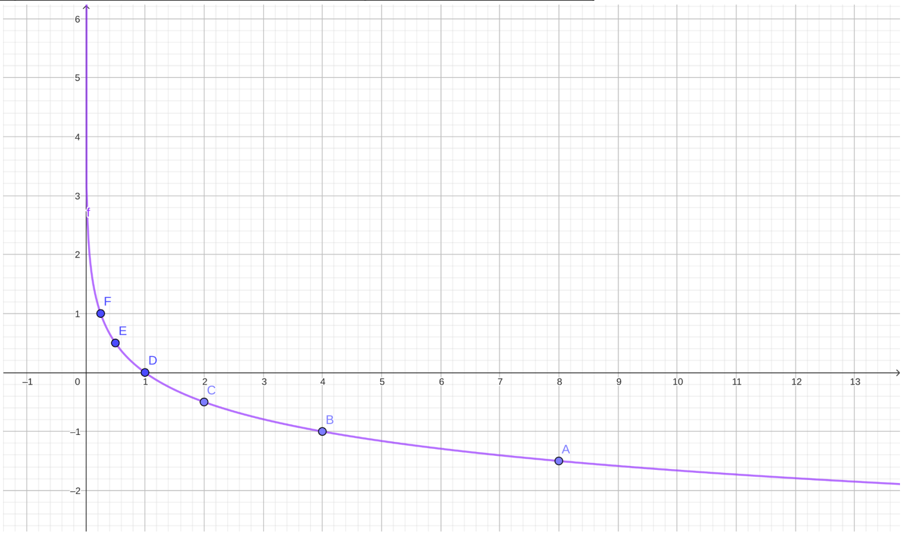
A. y= $\log_3 x$

x	$y = \log_3 x$	Pares ordenados
9	$\log_3 9 = \frac{log\ 9}{log 3} =$ **2**	(9; 2)
6	$\log_3 6 = \frac{log\ 6}{log 3} =$ **1,63**	(6; 1,63)
3	$\log_3 3 = \frac{log\ 3}{log\ 3} =$ **1**	(3; 1)
1	$\log_3 1 = \frac{log\ 1}{log\ 3} =$ **0**	(1; 0)
0,6	$\log_3 0{,}6 = \frac{log\ 0{,}6}{log\ 3} =$ **-0,46**	(0,6; -0,46)
0,3	$\log_3 0{,}3 = \frac{log\ 0{,}3}{log\ 3} =$ **-1,1**	(0,3;-1,1)



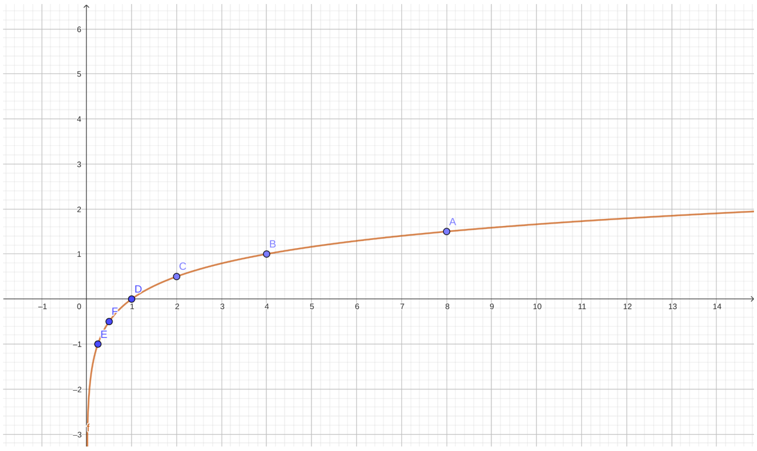
B. y= $\log_{0.25} x$

x	$y = \log_{0.25} x$	Pares ordenados
8	$\log_{0,25} 8 = \frac{log\ 8}{log\ 0,25} =$ **-1,5**	(8; -1,5)
4	$\log_{0,25} 4 = \frac{log\ 4}{log\ 0,25} =$ **-1**	(4; -1)
2	$\log_{0,25} 2 = \frac{log\ 2}{log\ 0,25} =$ **-0,5**	(2; -0,5)
1	$\log_{0,25} 1 = \frac{log\ 1}{log\ 0,25} =$ **0**	(1; 0)
0,5	$\log_{0,25} 0,5 = \frac{log\ 0,5}{log\ 0,25} =$ **0,5**	(0,5; 0,5)
0,25	$\log_{0,25} 0,25 = \frac{log\ 0,5}{log\ 0,25} =$ **1**	(0,25;1)



C. y= $\log_4 x$

x	$y = \log_4 x$	Pares ordenados
8	$\log_4 8 = \frac{log\ 8}{log\ 4} =$ **1,5**	(8; 1,5)
4	$\log_4 4 = \frac{log\ 4}{log\ 4} =$ **1**	(4; 1)
2	$\log_4 2 = \frac{log\ 2}{log\ 4} =$ **0,5**	(2; 0,5)
1	$\log_4 1 = \frac{log\ 1}{log\ 4} =$ **0**	(1; 0)
0,5	$\log_4 0,5 = \frac{log\ 0,5}{log\ 4} =$ **-0,5**	(0,5; -0,5)
0,25	$\log_4 0,25 = \frac{log\ 0,5}{log\ 4} =$ **-1**	(0,25;-1)



¡Atención!!! En caso de que tengas muchas dudas.

Los siguientes enlaces te permitirán comprender mejor el tema.

- https://youtu.be/Mke3Cr4Qatk (concepto de logaritmo)
- https://youtu.be/lt75KTo5UgE (gráfica y análisis de la función logarítmica)