

## UNIDAD I

### Logaritmo

El **logaritmo** es una operación entre dos números reales **a** y **b**, llamados **base** y **argumento** respectivamente y se define como:

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b \text{ (Se lee: "logaritmo en base "a" de "b" es c")}$$

Es decir: el **logaritmo en base "a" de un número "b" es el número "c"**, si "a" elevado al exponente "c" da como resultado "b"

#### NOTA IMPORTANTE

- "a", es la base del logaritmo y debe ser un número real positivo y distinto de 1 ( $a > 0$ ;  $a \neq 1$ ).
- "b" es el argumento del logaritmo y debe ser un número real positivo ( $b > 0$ )

#### Propiedades del logaritmo

Enunciado	En símbolos	Ejemplo numérico
El logaritmo de 1, en cualquier base, es 0	$\log_a 1 = 0$	$\log_2 1 = 0 \Rightarrow 2^0 = 1$
El logaritmo de a en base a es 1.	$\log_a a = 1$	$\log \dots = \dots \Rightarrow$
El logaritmo de un <b>producto</b> es igual a la <b>suma</b> de los logaritmos de los factores, si éstos existen.	$\log_a (u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$	$\log_3 (3 \cdot 27) =$
El logaritmo de un <b>cociente</b> es igual a la <b>resta</b> de los logaritmos del dividendo y el divisor, respectivamente, si éstos existen.	$\log_a \left(\frac{u}{v}\right) = \log_a u - \log_a v$	$\log_5 (125 : 25) =$
El logaritmo de una <b>potencia</b> es igual al producto de la <b>potencia</b> por el logaritmo del argumento.	$\log_a (u^n) = n \cdot \log_a u$	$\log_{1/2} (8)^5 =$

#### Ecuación Logarítmica

Una ecuación es logarítmica cuando la incógnita es el argumento o la base del logaritmo.

#### Casos de ecuaciones logarítmicas

1° caso: Aplicando la definición de logaritmo:

$$\log_4 (x + 12) = 2$$

$$4^2 = x + 12$$

$$16 = x + 12$$

$$16 - 12 = x$$

$$4 = x$$

2° caso: Aplicando propiedades de los logaritmos:

$$\log_2(x + 1) + \log_2(x - 1) = 3$$

$$\log_2(x + 1) \cdot (x - 1) = 3$$

$$\log_2(x^2 - 1) = 3$$

$$x^2 - 1 = 2^3$$

$$x^2 = 8 + 1$$

$$x = \sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

3° caso: Aplicando propiedades y logaritmos de igual base:

$$\log_2(x - 1) + \log_2 3 = \log_2(x + 3)$$

$$\log_2[(x - 1) \cdot 3] = \log_2(x + 3)$$

$$(x - 1) \cdot 3 = x + 3$$

$$3x - 3 = x + 3$$

$$3x - x = 3 + 3$$

$$2x = 6$$

$$x = 6 : 2$$

$$x = 3$$

4° caso: Aplicando propiedades y cambios de base:

$$3^x = 10$$

$$\log 3^x = \log 10$$

$$x \cdot \log 3 = \log 10$$

$$x = \frac{\log 10}{\log 3}$$

$$x = \frac{1}{0,477}$$

$$x = 2,096$$

## GUÍA DE ACTIVIDADES

1) Calculen aplicando logaritmo decimal

- |                             |                       |
|-----------------------------|-----------------------|
| a) $\log_4 100 =$           | e) $\log_2 165 =$     |
| b) $\log_3 10 =$            | f) $\log_5 72 =$      |
| c) $\log_{\frac{1}{2}} 7 =$ | g) $\log_3 8,21 =$    |
| d) $\log_5 \frac{1}{8} =$   | h) $\log_{15} 0,25 =$ |

2) Determinar el valor de la base en las siguientes igualdades

- a)  $\log_a 27 = 3$   
 b)  $\log_a 16 = 4$   
 c)  $\log_a 49 = 2$   
 d)  $\log_a 4 = -2$   
 e)  $\log_a 1 = 0$   
 f)  $\log_a \frac{1}{16} = 2$

3) Calcular el valor de x en las igualdades:

- a)  $\log_2 x = 5$   
 b)  $\log_4 x = \frac{1}{2}$   
 c)  $\log_5 x = -3$   
 d)  $\log_3(x + 1) = 2$   
 e)  $\log_2 x = \frac{1}{7}$

4) Resolver las siguientes ecuaciones:

- |  |  |
|--|--|
| <p>a) <math>\log_5(x - 2) = -1</math><br/>                 b) <math>\log(x^2 - 3) = 0</math><br/>                 c) <math>\log_{(x+1)} 3 = 1</math><br/>                 d) <math>\log_2 x + \log_2 3 = 4</math><br/>                 e) <math>2 \cdot \log_{\frac{1}{8}}(x - 2) + \log_{\frac{1}{8}}(x - 2) = 4</math><br/>                 f) <math>3 \cdot \log_4(x + 2) - \log_4(x + 2) = 1</math><br/>                 g) <math>\log_2(x - 1) + 1 = \log_2(x - 2) + \log_2(7 - x)</math></p> | <p>h) <math>\log_4 x + \log_2 x = 6</math><br/>                 i) <math>\log_2 x + \log_8 x = \frac{1}{2}</math><br/>                 j) <math>0,3^x = 1,5</math><br/>                 k) <math>3 \cdot 2^x = 10</math><br/>                 l) <math>(1,12)^x = 3</math><br/>                 m) <math>(\log_4 x)^2 + 2 \cdot \log_4 x - 3 = 0</math><br/>                 n) <math>2 \cdot \log^2 x + 5 \cdot \log x = 3</math></p> |
|--|--|