

Asignatura: Matemática. Cursos: 4 “A” y “B”.

Profesoras: Paola Sánchez, Cecilia Vallejo.

Guía N°5: Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas es una expresión de la forma:

$$\begin{cases} y = a \cdot x + b \\ y = c \cdot x + d \end{cases}$$

La **solución** de un sistema de ecuaciones es el conjunto formado por todos los puntos $(x ; y)$ que son solución de ambas ecuaciones (puntos de intersección entre ambas rectas)

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas lo podemos resolver en forma gráfica, como veremos a continuación, y en forma analítica como veremos en las siguientes guías.

Método gráfico para resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Para encontrar la solución gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas procedemos de la siguiente manera:

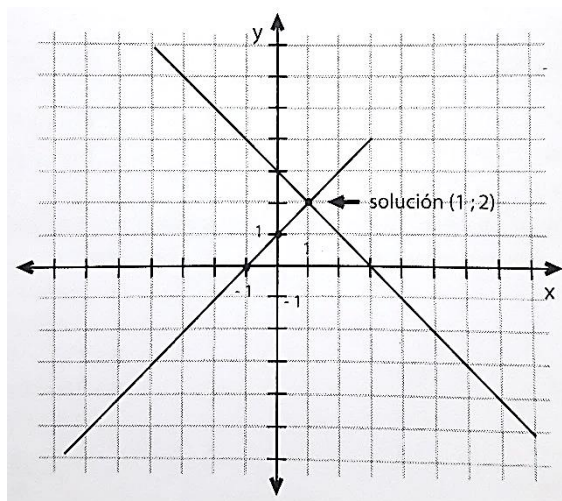
- 1) Graficar ambas ecuaciones en el mismo sistema de ejes cartesianos.
- 2) Observar y determinar los puntos $(x ; y)$ que son solución común de las ecuaciones dadas.
- 3) Estos puntos $(x ; y)$ serán la solución del sistema.

Ejemplo:

Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 3 - x \end{cases}$$

Representando ambas funciones en un mismo sistema de ejes cartesianos tenemos:



Solución: punto $(1 ; 2)$

1 en “x”

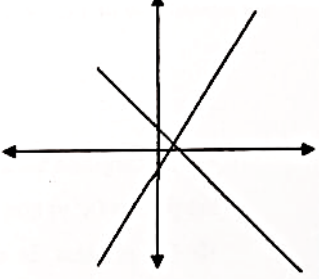
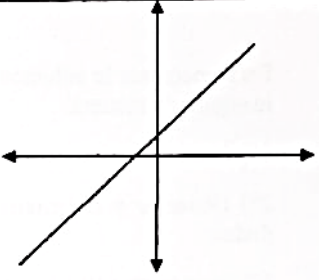
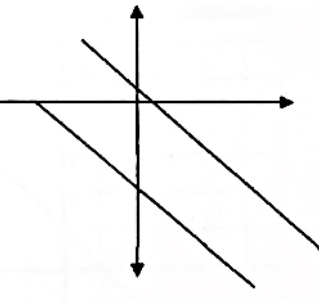
2 en “y”

Como vemos el punto de intersección entre ambas rectas es el punto (1 ; 2) y decimos que es la solución de nuestro sistema.

En este caso hemos obtenido una única solución (es un solo punto donde se cortan ambas rectas) pero puede suceder que las rectas dadas sean paralelas, es decir, que no tengan puntos en común y por lo tanto nuestro sistema no tendrá solución, o que ambas rectas sean coincidentes, donde los puntos en común serán infinitos y por lo tanto nuestro sistema tendrá infinitas soluciones.

A continuación, te mostramos el siguiente ejemplo que te ayudará a comprender mejor lo explicado.

TIPOS DE SISTEMAS LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

NOMBRE DEL SISTEMA	SOLUCIÓN	GRÁFICA DEL SISTEMA
DETERMINADO	<p style="text-align: center;">Una única solución</p> <p style="text-align: center;">$S = \{ (x, y) \}$</p>	 <p style="text-align: center;">Las rectas se cortan en el punto que es solución</p>
INDETERMINADO	<p style="text-align: center;">Infinitas soluciones (todos los puntos de las rectas)</p> <p style="text-align: center;">$S = \{ (x_1, y_1); (x_2, y_2); (x_3, y_3); \dots \}$</p>	 <p style="text-align: center;">Las rectas son coincidentes</p>
INCOMPATIBLE	<p style="text-align: center;">No hay solución.</p> <p style="text-align: center;">$S = \emptyset$ (conjunto vacío)</p>	 <p style="text-align: center;">Las rectas son paralelas No se cortan</p>

Actividad

Encontrar la solución de cada uno de los siguientes sistemas en forma gráfica. Luego coloca la solución y clasifica el sistema.

¡Importante!

Debes trabajar prolijo en hoja cuadriculada, respetando la unidad de medida en cada eje. Tienes que tener un lápiz con punta fina para poder encontrar correctamente el punto de intersección, si es que existe, entre ambas rectas.

Recuerda que para poder graficarlas debes tener despejada la variable “y” de ambas ecuaciones. En caso de no estar despejada en el sistema deberás hacerlo como lo trabajaste en las guías anteriores. Si no lo recuerdas revisa el material ya trabajado.

a) $\begin{cases} y = 3x \\ y = -1x + 4 \end{cases}$ Solución: Clasificación:

b) $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ 3 + 3y = 6x \end{cases}$ Solución: Clasificación:

c) $\begin{cases} 3y - x = 6 \\ -\frac{1}{3}x + y = 5 \end{cases}$ Solución: Clasificación:

Como vimos anteriormente un “**sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas**” lo podemos resolver gráfica y analíticamente, ahora comenzaremos estudiando uno de los métodos analíticos, el “**método de igualación**”.

Veamos el siguiente ejemplo:

MÉTODO DE IGUALACIÓN

Resolvamos:

$$\begin{cases} 2x - y - 4 = 1 \\ -5x + y = 2 \end{cases}$$

1°) DESPEJAMOS la variable “y” de las dos ecuaciones.

$$2x - y = 1 + 4$$

$$-y = 5 - 2x$$

$$y = -5 + 2x$$

$$-5x + y = 2$$

$$y = 2 + 5x$$

**“En una igualdad, si los primeros miembros son iguales
Los segundos también son iguales”, por esta razón:**

2°) IGUALAMOS los segundos miembros de ambas ecuaciones:

$$\begin{aligned} -5 + 2x &= 2 + 5x && \text{hacemos pasaje de términos para agrupar los términos semejantes} \\ 2x - 5x &= 2 + 5 && \text{resolvemos la suma o resta de términos semejantes} \\ -3x &= 7 && \text{despejamos } x \\ x &= -\frac{7}{3} \end{aligned}$$

3°) Volvemos a una de las expresiones del primer paso y reemplazamos el valor de la variable encontrada en el segundo paso:

$$y = 2 + 5x$$

$$y = 2 + 5 \cdot \left(-\frac{7}{3}\right)$$

$$y = 2 - \frac{35}{3}$$

$$y = -\frac{29}{3}$$

4°) RESPONDEMOS: la solución de la ecuación es $x = -\frac{7}{3}$; $y = -\frac{29}{3}$



¡Atención!!! En caso de que tengas muchas dudas.

El siguiente enlace te permitirá comprender mejor el método.

<https://youtu.be/ITRANviJWEY>

Actividades:

Resuelve por el método de igualación los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} y - 3x = 0 \\ y + x = 4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} y - 1x = 1 \\ 2y - 2 = -1x \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2 \cdot (x + y) = 10 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$$

Proceso de Metacognición.

Para finalizar te propongo que te tomes un tiempo para reflexionar y poder así contestar las siguientes preguntas.

- ¿Qué aprendiste en esta guía?
- ¿Qué dificultades tuviste para comprender el tema?
- ¿Te interesaría encontrar una aplicación para este saber? ¿Te imaginas alguna situación de la vida cotidiana que pueda ser resuelta por sistemas de ecuaciones lineales?