

Espacio curricular: Matemática  
Profesora: Paola Sánchez  
Curso: 5° A

### FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

Hay números que se pueden factorizar; es decir expresar como producto de números primos llamados factores, por ejemplo  $15 = 3 \cdot 5$  donde 3 y 5 son los divisores (factores) de 15, o bien se dice que 15 es divisible por 3 y por 5.

Algo análogo ocurre con los polinomios. Algunos polinomios se pueden expresar como el producto de otros polinomios primos, por cada uno de los cuales es divisible.

**Definición:** Factorizar un polinomio es transformarlo en un producto de otros polinomios primos, llamados factores. Cuando un polinomio no se puede factorizar se dice que el polinomio es irreducible o primo.

Ejemplo: Factorizar el polinomio  $x^2 - 1 \Rightarrow x^2 - 1 = (x-1) \cdot (x+1)$  Polinomios primos

### CASOS ESPECIALES DE FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

**1) Factor Común:** Un número o una expresión algebraica es factor común de todos los términos de un polinomio cuando figura en todos ellos como factor.

**Regla:** Si en todos los términos de un polinomio figura un factor común, dicho polinomio es igual al producto de ese factor común por el polinomio que resulta al dividir cada término por ese factor.

Ejemplo:  $4x^3 + 2x^2 - 6x = 2x \cdot (2x^2 + x - 3)$

Factor común  $2x$                       cociente

En el siguiente enlace encontrarás varios ejemplos explicados <https://youtu.be/VJegSwlnW2U>

**Observación:** El polinomio que resulta al sacar factor común debe tener igual número de términos que el polinomio dado.

**2) Factor Común por Grupos:**

**Regla:** Si los términos del polinomio pueden reunirse en grupos de igual número de términos, con un factor común en cada grupo, se saca en cada uno de ellos el factor común. Si queda la misma expresión en cada uno de los paréntesis, se lo saca a su vez como factor común, quedando el polinomio como un producto de factores comunes.

Ejemplo:  $P(x) = 2m \cdot x + n^3 \cdot x - 2m \cdot y - n^3 \cdot y$   
 $P(x) = (2m \cdot x - 2m \cdot y) + (n^3 \cdot x - n^3 \cdot y)$   
 $P(x) = 2m \cdot (x - y) + n^3 \cdot (x - y) \Rightarrow P(x) = (2m + n^3) \cdot (x - y)$

En el siguiente enlace encontrarás la explicación de algunos ejemplos: <https://youtu.be/-C8JK20gCmI>

## ACTIVIDADES



**1/ Escriba V(Verdadero) o F(Falso) según corresponda.**

a-  $x^3 \cdot (x - 3) = x^3 - 3x$

b-  $x^3 \cdot (x^2 - 2x + 1) = x^5 - 2x^3 + 1$

c-  $\frac{3}{2} \cdot (x^2 - \frac{2}{3} + 5x^4) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{15}{4}x^4$

d-  $\frac{3}{2} \cdot (x^2 - \frac{2}{3} + 5x^4) = \frac{3}{2}x^2 - 1 + \frac{15}{2}x^4$

**2/ Extraiga factor común.**

a-  $3x^5 - 6x^3 + 3x^2 =$

b-  $\frac{2}{15}x^4 + \frac{6}{35}x^3 + \frac{2}{5}x^2 =$

c-  $-2x^4 + 2x^2 - 4x =$

**3/ Extraiga factor común por grupos.**

a-  $2x^4 - 4x^3 + 3x - 6 =$

b-  $6x^3 + 5x^2 + 48x + 40 =$

## TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (cuadrado de un binomio)

Se llama **trinomio cuadrado perfecto** al trinomio (polinomio de tres términos) tal que, dos de sus términos son cuadrados perfectos y el otro término es el doble producto de las bases de esos cuadrados.

$$36x^2 + 12xy^2 + y^4$$

Es un trinomio cuadrado perfecto

El primer término es el cuadrado de  $6x$  pues  $(6x)^2 = 36x^2$ ,  
el último es el cuadrado de  $y^2$ , pues  $(y^2)^2 = y^4$ ,  
y el segundo término es el doble producto de las bases de esos cuadrados,  
es decir de  $6x$  y  $y^2$ ,

pues  $2 \times 6x \times y^2 = 12xy^2$

$$(6x + y^2)^2 = (6x + y^2)(6x + y^2)$$
$$= 36x^2 + 12xy^2 + y^4$$

Para convertir un binomio en un Trinomio Cuadrado Perfecto (TCP), es necesario aplicar la siguiente fórmula, la primera cantidad elevada al cuadrado más 2 veces la primera cantidad por la segunda más la segunda cantidad elevada al cuadrado.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Ejemplo:

$$(2a + 3b)^2$$

Aplicamos la **fórmula**:

$$(2a + 3b)^2 = (2a)^2 + 2(2a)(3b) + (3b)^2 =$$
$$4a^2 + 12ab + 9b^2$$

Para revertir el TCP a la suma de binomios al cuadrado original, es necesario hallar la raíz cuadrada de los dos primeros términos:

$$4a^2 + 12ab + 9b^2 = (\sqrt{4a^2} + \sqrt{9b^2})^2 = (2a + 3b)^2$$

En el siguiente enlace encontrarás la explicación del trinomio cuadrado perfecto <https://youtu.be/vZ-afrlwhAc>

## Cuatrinomio cubo perfecto (Cubo de un binomio)

Todo cuatrinomio de la forma  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$  en el que dos términos:  $a^3$  y  $b^3$ , son cubos perfectos; el tercer término  $3a^2b$ , es el triplo del cuadrado de la base del primer término por la base del segundo, y el cuarto término  $3ab^2$ , es el triplo de la base del primer cubo por el cuadrado de la base del segundo.

$$x^3 + 6x^2.y + 12x.y^2 + 8y^3$$

Es un cuatrinomio cubo perfecto, pues:

$$x^3 = (x)^3$$

$$8y^3 = (2.y)^3$$

$$6.x^2.y = 3.x^2.2y$$

$$12x.y^2 = 3.x.(2.y)^2$$

Este nombre de cuatrinomio cubo perfecto se debe a que dicho cuatrinomio proviene del cubo de un binomio:

$$(x + 2y)^3 = (x + 2y). (x + 2y). (x + 2y) = x^3 + 6x^2.y + 12x.y^2 + 8y^3$$

En el caso de una resta :

$$(x - 2y)^3 = (x - 2y). (x - 2y). (x - 2y) = x^3 - 6x^2.y + 12x.y^2 - 8y^3$$

FÓRMULAS:

$$a^3 + 3.a^2.b + 3.a.b^2 + b^3 = (a + b)^3$$

$$a^3 - 3.a^2.b + 3.a.b^2 - b^3 = (a - b)^3$$

En el siguiente enlace encontrarás la explicación del cuatrinomio cubo perfecto <https://youtu.be/OQEEBy-BTYE>



### Ejercitación:

4/ Identificar si los siguientes polinomios son trinomios cuadrados perfectos. En caso de que lo sean, exprésalos como cuadrado de un binomio.

a)  $144m^2 - 72mp + 9p^2$

b)  $125x^2 + 40xy + 16y^2$

c)  $25a^2 + 24ab + 4b^2$

d)  $121f^2 - 22fg + g^2$

5/ Resuelve los siguientes binomios al cuadrados

a-  $(4a + 3b)^2 =$

b-  $\left(\frac{1}{2}x - z\right)^2 =$

c-  $(x - 3)^2 =$

6/ Identificar si los siguientes polinomios son cuatrinomios cubos perfectos. En caso de que lo sean, exprésalos como cubo de un binomio.

$$8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$$

$$\frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - 1$$

$$8x^9 + 6x^6 + \frac{3}{2}x^3 + \frac{1}{8}$$

7/ Resuelve los siguientes binomios al cubo

d-  $(4a - 3b)^3 =$

e-  $\left(\frac{1}{2}x + z\right)^3 =$

f-  $(2x - 3)^3 =$