Colegio San Bernardo
Prof. Sergio Baigorria
E-mail: actividadesBaigorria@gmail.com
3° año bachiller adultos
Turno tarde

Matemática

Capacidades generales	Capacidades específicas	Contenido/s conceptual/es
Aprender a aprender	Reconocimiento de necesidades personales de aprendizaje. Reconocimiento de los errores como parte del proceso.	Ecuación. Ecuación de primer grado. Sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. Métodos de resolución por sustitución y por igualación

Criterios de evaluación
• Aplica los conceptos vistos. • Usa una técnica coherente de trabajo. • Defiende los resultados producidos. • Desarrolla de forma prolija y ordenada los ejercicios.

Consultas: hasta 8 de abril 2020 vía mail a actividadesBaigorria@gmail.com o Nodos.
Fecha de presentación: hasta el 13 de abril 2020.
Devolución del docente: del 14 al 16 de abril 2020.

Alumno: …………………………………………………………………….

Fecha: …… /…… /……….

Actividad 3:
Sistemas de ecuaciones lineales

Introducción

Muchos problemas que aparecen en situaciones reales involucran dos o más ecuaciones en dos o más variables.
Por ejemplo, considera una panadería que vende:

- bizcocho de queso a $2
- bizcocho de chocolate a $3

Un día se vende un total de 10 bizcochos y se obtiene $24 como resultado de la venta. Queremos expresar un modelo matemático que represente este problema.

Definamos las variables x e y tales que:

- x representa la cantidad de bizcochos de queso vendidos, e
- y representa la cantidad bizcochos de chocolate vendidos

Entonces, como el total de bizcochos obtenido como resultado de la venta es $10, tenemos que $x + y = 10$.
Además, el total obtenido como resultado de la venta es $24, entonces $2x + 3y = 24$.

Así, estas dos relaciones lineales asociadas forman el siguiente **sistema de ecuaciones lineales**:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 3y = 24 \end{cases}$$

Para resolver este tipo de problema, necesitamos encontrar la solución de un **sistema de ecuaciones.**

Sistemas de ecuaciones lineales

> Una **ecuación lineal** o **ecuación de primer grado** es aquella que involucra solamente sumas y restas de incógnitas elevadas a la primera potencia (elevadas a uno, que no se escribe). Son llamadas “lineales” porque si se representa en un sistema cartesiano se ven como rectas.

> Un **sistema de ecuaciones lineales** es un conjunto de ecuaciones lineales que tienen más de una incógnita. Las incógnitas aparecen en varias de las ecuaciones, pero no necesariamente en todas. Lo que hacen estas ecuaciones es relacionar las incógnitas entre sí.

Ejemplo de un sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - 5y = 6 \end{cases}$$

Es un sistema de **dos** ecuaciones con **dos** incógnitas: x e y.

> Es importante destacar que la x de la primera ecuación y la x de la segunda ecuación valen lo mismo; lo mismo pasa entre la y de la primera ecuación y la y de la segunda ecuación, valen igual.
>
> $$x_{1°ec} = x_{2°ec}$$
>
> $$y_{1°ec} = y_{2°ec}$$

> **Resolver un sistema** de ecuaciones consiste en encontrar el valor de cada incógnita para que se cumplan todas las ecuaciones del sistema.

Más adelante aprenderemos cómo obtener la solución de un sistema, pero, para el ejemplo anterior, la solución es:

$$x = 1$$
$$y = -1$$

Es importante que sepas que no siempre existe solución, o también, pueden existir infinitas soluciones. Si hay una única solución (un valor para cada incógnita, como en el ejemplo anterior) se dice que el sistema es **compatible determinado**. No hablaremos de los otros tipos ya que estudiaremos los sistemas determinados.
Para resolver un sistema (compatible determinado) necesitamos tener **al menos** tantas ecuaciones como incógnitas.

Métodos para resolver los sistemas de ecuaciones lineales

Resolveremos sistemas de dos ecuaciones (lineales) con dos incógnitas mediante los **métodos** que describimos a continuación, que se basan en la obtención de una ecuación de primer grado.

> - **Método de sustitución:** consiste en despejar o aislar una de las incógnitas (por ejemplo, x) y sustituir su expresión en la otra ecuación. De este modo, obtendremos una ecuación de primer grado con la otra incógnita, y. Una vez resuelta, calculamos el valor de x sustituyendo el valor de y que ya conocemos.
>
> - **Método de igualación:** consiste en aislar en ambas ecuaciones la misma incógnita para poder igualar las expresiones, obteniendo así una ecuación con una sola incógnita.

Veamos ejemplos de cómo resolver un sistema de ecuaciones usando esos métodos.

Empecemos con el **método de sustitución**.

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x+2y=1 \\ x-5y=6 \end{cases}$$

Vamos a usar el método de sustitución. En este método, se despeja una incógnita (x o y) de una de las ecuaciones (cualquiera de las dos) y lo que obtengamos lo pondremos en la otra ecuación sustituyendo o reemplazando a la incógnita que ya despejamos (la misma letra que elegimos en la primera ecuación)

Supongamos que elijo empezar despejando la y de la segunda ecuación. A lo que obtenga, lo pondré en lugar de la otra y, la que está en la primera ecuación, sustituyéndola. O sea que:

$$\begin{cases} 3x+2y=1 \\ x-5y=6. \end{cases}$$

... para sustituir la y de esta otra ecuación

Despejo y de acá...

Lo hagamos:

$$\begin{cases} 3x+2y=1 \\ x-5y=6. \end{cases}$$

Despejo y de la 2ª ecuación:

$$x-5y=6$$

Aquí, lo importante: que el término que tiene la incógnita no sea negativo.

Para que quede el término positivo, lo paso sumando al otro miembro:

$$x-5y=6$$
$$x=6+\mathbf{5y}$$

Ahora sí puedo despejar tranquilo:

$$x-\mathbf{6}=5y$$
$$\frac{x-6}{\mathbf{5}}=y$$

Ahora sé que la y de la segunda ecuación es $\frac{x-6}{5}$

Vamos a sustituirlo en la y de la primera ecuación (ya que, como dijimos en la teoría, ambas y son iguales o valen lo mismo).

Entonces. $y_{2^{a}ec} = \frac{x-6}{5}$

Sustituyo en:

$$3x + 2 y_{1^{a}ec} = 1$$

Queda:

$$3x + 2\left[\frac{x-6}{5}\right] = 1$$

¡Me quedó una ecuación con una sola incógnita así que puedo despejar la x!

Desde acá, se aprende con un poco de práctica.

$$3x + 2\left[\frac{x-6}{5}\right] = 1$$

Lo más incómodo para desarrollar el despeje es ese divisor.

No se puede pasar nada multiplicando ni dividiendo hasta que no quede más que un solo término. Por eso:

$$2\left[\frac{x-6}{5}\right] = 1 - 3x$$

Ahora sí puedo pasar el 5 (que divide) multiplicando al otro miembro.

$$2\,[x-6] = (1-3x)\cdot 5$$

Para quitar los paréntesis o corchetes, aplico la propiedad distributiva del producto:

$$2\cdot[x-6] = (1-3x)\cdot 5$$

$$2x - 12 = 5 - 15x$$

Juntemos los términos con x en un solo miembro. Por conveniencia, trataremos que la suma de los términos con x de positiva.

$$2x + 15x = 5 + 12$$

Sumemos los términos semejantes:

$$\underbrace{2x + 15x} = \underbrace{5 + 12}$$

$$17x = 17$$

$$x = \frac{17}{17}$$

$\boxed{x = 1}$ ¡Ya sabemos el valor de una!

Para saber cuánto vale la otra incógnita, recurrimos al primer despeje que hicimos:

$$y = \frac{x-6}{5}$$

Reemplazo la x con su valor: $x = 1$

$$y = \frac{x-6}{5} = \frac{1-6}{5} = \frac{-5}{5} = -1$$ ¡Ya está!

$$\boxed{y = -1}$$

Conclusiones:

El **método de sustitución** se trata de:

- Primero, despejar una incógnita de una ecuación y lo que da lo **sustituyo** en la misma incógnita de la otra ecuación. Así obtenemos una ecuación con una sola incógnita.
- Luego, despejo y obtengo el valor de esta incógnita.
- Para terminar, reemplazo el valor obtenido en la expresión que despejé al principio.

No importa qué incógnita elijas ni de qué ecuación la despejes, al terminar todo el desarrollo vas a obtener los mismos resultados para x y para y.

Ejercicio:

Para el mismo sistema anterior, intenta calcular los valores de las incógnitas empezando con la x de la segunda ecuación. Los resultados que vas a obtener deben ser, otra vez, $x = 1$ e $y = -1$.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - 5y = 6 \end{cases}$$

Ahora, resolveremos el mismo sistema con el **método de igualación**.

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x+2y=1 \\ x-5y=6 \end{cases}$$

Esta vez, vamos a usar el método de igualación. En este otro método, se despejamos la misma incógnita de ambas ecuaciones y luego igualamos lo que obtuvimos de cada una.

Supongamos que elijo la x (podría haber elegido la y, pero caprichosamente quiero la x). La despejo de ambas ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x+2y=1 \\ x-5y=6 \end{cases}$$

No olvides que si el término de tu incógnita está negativo, empieza pásalo al otro miembro, sumando.

De la 2ª ecuación:

$$x-5y=6$$
$$x = 6+5y$$

Ya tengo $x_{2^a ec}$.

De la 1ª ecuación:

$$3x+2y=1$$
$$3x = 1-2y$$
$$x = \frac{1-2y}{3}$$

También tengo $x_{1^a ec}$.

Como las x de ambas ecuaciones son iguales:

$$x_{1^a ec} = x_{2^a ec}$$

¡Igualamos!

$$\frac{1-2y}{3} = 6+5y$$

¡Tengo ahora una ecuación con una sola incógnita! Vamos a despejarla:

$$\frac{1-2y}{3} = 6+5y$$

Como en el método anterior, lo más incómodo para desarrollar el despeje es ese divisor.

(Recuerda que no se puede pasar nada multiplicando ni dividiendo hasta que no quede más que un solo término). Afortunadamente, tengo un solo término, así que paso el 3 (que divide) multiplicando al otro miembro:

$$1-2y = (6+5y)\cdot 3$$

Para quitar el paréntesis, aplico la propiedad distributiva del producto:

$$1-2y=(6+5y)\cdot 3$$
$$1-2y=18+15y$$

Junto los términos con y en un solo miembro. Recuerda que conviene juntarlos en el miembro donde su suma de positivo.

$$1-18=15y+2y$$

Sumo los términos semejantes:

$$\underbrace{1-18}_{-17}=\underbrace{15y+2y}_{17y}$$

$$\frac{-17}{17}=y$$

$$\boxed{-1=y}$$

¡Ya sé el valor de una! (Observa que da lo mismo que con el otro método, o con el método que quieras.)

Si hubiera juntado los términos con y en el otro miembro:

$$\underbrace{-2y-15y}=\underbrace{18-1}$$
$$-17y=17$$

Y es incómodo trabajar con un término negativo!

Igual que con el otro método, para saber cuánto vale x, reemplazamos en cualquiera de las dos expresiones que obtuvimos al principio.
Supongamos que elijo la x de la primera ecuación:

$$x=6+5y.$$

Reemplazo la y con su valor, $y=-1$:

$$x=6+5y=6+5(-1)=6-5=1.$$ ¡Terminamos!

$\boxed{x=1}$ Da lo mismo que con el otro método.

Incluso si hubiera elegido la x de la segunda ecuación:

$$x=\frac{1-2y}{3}=\frac{1-2(-1)}{3}=\frac{1+2}{3}=\frac{3}{3}=1$$

$\boxed{x=1}$ Obviamente, da lo mismo de nuevo.

Conclusiones:

El **método de igualación** se trata de:

- Primero, despejar la misma incógnita de ambas ecuaciones e **igualo** las expresiones que obtuve. Así me quedará una ecuación con una sola incógnita.
- Luego, despejo y obtengo el valor de esta incógnita.
- Para terminar, reemplazo el valor obtenido en la expresión que despejé al principio.

No importa qué incógnita elijas despejar de ambas ecuaciones, al terminar todo el desarrollo vas a obtener los mismos resultados para x y para y.

Observa que, si comparamos el método de sustitución que vimos antes y este método de igualación, solo es diferente el primer paso de ambos métodos.
Además, no importa qué método uses, siempre vas a obtener los mismos resultados para x y para y, (incluso en los métodos que veremos más adelante, obviamente).

Ejercicios:

Usando ahora el método de igualación, intenta calcular los valores de las incógnitas despejando ahora la y de ambas ecuaciones. Los resultados que vas a obtener deben ser, otra vez, $x = 1$ e $y = -1$, claro.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - 5y = 6 \end{cases}$$

Ahora resuelve este otro sistema usando los dos métodos vistos:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Te deben dar $x = 3$ e $y = 2$.

Cualquier pregunta, no dudes en consultar a actividadesBaigorria@gmail.com

¡Mucha suerte!