http://goo.gl/JvrP6V

Movimiento parabólico

Observa la trayectoria que describe un balón de fútbol al ser lanzado hacia la portería.

Se trata de una trayectoria parabólica. Este movimiento está compuesto por dos movimientos simples:

- Un MRU horizontal de velocidad v_x constante.
- Un MRUA vertical con velocidad inicial v_{0y} hacia arriba.

Ecuación de la velocidad

La velocidad inicial (v_0) se descompone en sus dos componentes, horizontal (v_{0x}) y vertical (v_{0y}) cuyos valores se calculan fácilmente a partir del ángulo que forma v_0 con la horizontal:

$$\cos\alpha = \frac{v_{0x}}{v_0}\ ;\ \text{sen}\ \alpha = \frac{v_{0y}}{v_0}$$

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha\ ;\ v_{0y} = v_0\ \text{sen}\ \alpha$$

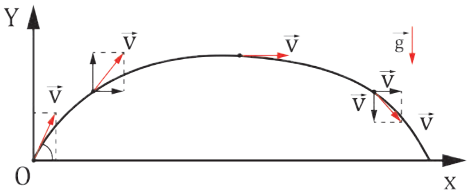


Fig. 7.

La velocidad según la dirección horizontal es siempre constante e igual a la inicial v_{0x}.

$$v_x = v_{0x} = \text{constante}$$

Y TAMBIÉN: ¿?

Lanzamiento horizontal: movimiento parabólico con $v_{0y} = 0$.

La velocidad según la dirección vertical es la correspondiente al MRUA con velocidad inicial ascendente. Hay que tener en cuenta que la componente de la aceleración es negativa en el sistema de referencia escogido, por lo que escribimos $-g$.

$$v_y = v_{0y} - g(t - t_0)$$

La velocidad resultante, $\vec{v}$, es la suma vectorial de v_x y v_y:

$v = v_x + v_y$; $v = V_x\vec{i} + V_y\vec{j}$; su módulo vale $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2}}$

Ecuación de la posición

El movimiento componente en la dirección horizontal es uniforme, por tanto, la ecuación de la coordenada x es la de un MRU.

$$x = x_0 + v_{ox}(t - t_0)$$

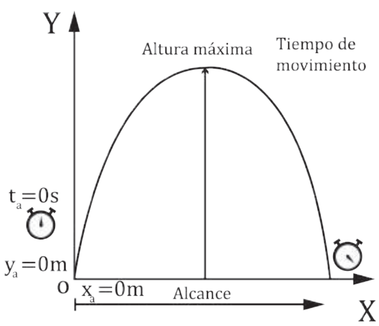


Fig. 8.

El movimiento componente en la dirección vertical es uniformemente acelerado, por tanto, la ecuación de la coordenada y es la de un MRUA.

$$y = y_0 + v_{oy}(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$$

El vector de posición ($\vec{r}$) es la suma vectorial de los vectores de posición correspondientes a cada movimiento componente:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}\text{; su módulo vale } |r| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

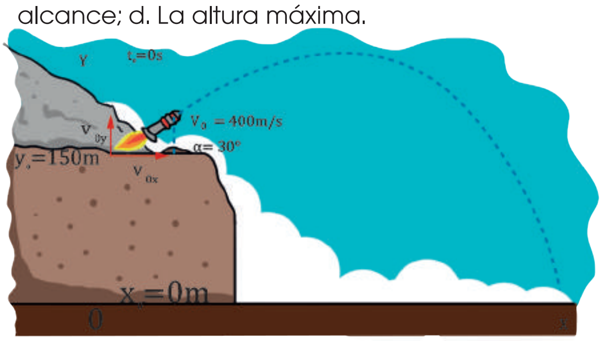
En la tabla 9, de la página siguiente, presentamos los parámetros característicos del movimiento parabólico. Estos parámetros se han calculado para un tiro parabólico desde el suelo ($x_0 = 0$; $y_0 = 0$) y $t_0 = 0$ (fig. 2).

Tiempo de movimiento	Alcance	Altura máxima
Es el tiempo total que el móvil permanece en movimiento. Para hallarlo tenemos en cuenta que $y = 0$ cuando el cuerpo llega al suelo. $0 = v_{0y}\, t - \frac{1}{2} gt^2$; $0 \quad v_{0y} - \frac{1}{2} gt$ Despejamos t: $t = \frac{2v_{0y}}{g}$ Sustituimos el valor de v_{0y} en la expresión anterior: $t = \frac{2v_0 \text{ sen } \alpha}{g}$	Es la distancia horizontal que recorre el móvil. Lo obtendremos al sustituir en la ecuación de la coordenada x la expresión del tiempo de movimiento. $x = v_{0x}\, t = v_0 \cos \alpha \frac{2v_0 \text{ sen } \alpha}{g} =$ $= \frac{2v_0^2 \text{ sen } \alpha \cos \alpha}{g}$ Y utilizando la relación trigonométrica sen 2 α = 2 senα cosα, resulta: $x = \frac{v_0^2}{g} \text{sen}\, 2\alpha$	La altura máxima se alcanza cuando vy = 0, es decir: $v_{0y} - gt = 0$ De aquí deducimos el valor de t. $t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \text{ sen } \alpha}{g}$ Sustituimos este valor en la ecuación de la coordenada y: $y_{max} = v_{0y}\, t - \frac{1}{2} g t^2 =$ $= \frac{v_0^2 \text{ sen}^2 \alpha}{g} - \frac{v_0^2 \text{ sen}^2 \alpha}{2g}$ $y_{max} = \frac{v_0^2 \text{ sen}^2 \alpha}{2g}$

Tabla 9.

Ejemplo 11

Un proyectil es lanzado desde lo alto de un acantilado de 150 m de altura con una velocidad inicial de 400 m/s y con un ángulo de inclinación de 30°. **Determina**: a. Las componentes de la velocidad inicial; b. El tiempo que tarda en caer al suelo; c. El alcance; d. La altura máxima.



a. Las componentes der v_0 son:

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha = 400 \text{ m/s} \cdot \cos 30° = 346{,}4 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \text{ sen } \alpha = 400 \text{ m/s} \cdot \text{sen } 30° = 200 \text{ m/s}$$

b. Cuando el proyectil llega al suelo, $y = 0$.

$$y = y_0 + v_{0y}\, t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = 150 + 200t - \frac{1}{2} 9{,}8 t^2$$

$$4{,}9t^2 - 200t - 150 = 0$$

La solución positiva de la ecuación es: t = 41,5 s

c. El alcance se calcula sustituyendo el tiempo de movimiento en la ecuación de la coordenada x.

$$x = v_{0x}\, t = (v_0 \cos \alpha) t$$

$$x = 400 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 30° \cdot 41{,}5 \text{ s} = 14\,376 \text{ m}$$

d. En el punto de altura máxima se cumple que vy = 0.

$$v_y = v_{0y} - g t$$

$$t = \frac{v_{0y} - v_y}{g} = \frac{200 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{9{,}8 \text{ m/s}^2} = 20{,}4 \text{ s}$$

— Sustituimos este valor de t en la ecuación de la coordenada y para hallar la altura máxima:

$$y = y_0 + v_{0y}\, t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_{máx} = 150 \text{ m} + 200 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20{,}4 \text{ s} - \frac{1}{2} 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (20{,}4 \text{ s})^2$$

$$y_{máx} = 2\,190{,}8 \text{ m}$$

Actividades

21. Una barca pretende cruzar un río con una velocidad de 12 m/s perpendicular a la corriente. La velocidad de la corriente es de 10 m/s. **Calcula**: a. El tiempo que tarda la barca en atravesar el río si éste tiene una anchura de 150 m; b. La distancia que recorre la barca.

22. Un futbolista patea hacia el arco con una velocidad de 15 m/s. **Calcula**: a. el alcance para un ángulo de tiro de 30°, 45° y 60°; b. el tiempo que el balón permanece en el aire en cada uno de los supuestos anteriores.