. **COLEGIO SANTA ROSA DE LIMA**

Guía Teórica-Práctica

Año: 2025

Curso: 6° B

Profesora: María Lourdes Muñoz

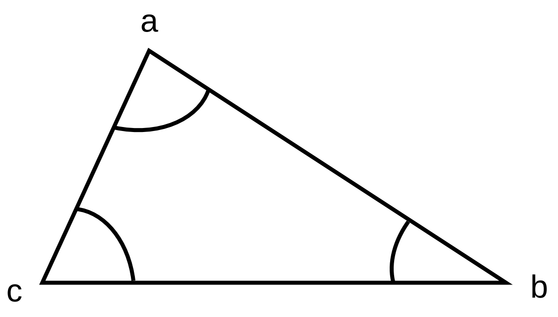
TEOREMA DE COSENO Y TEOREMA DEL SENO

No siempre se tienen triángulos rectángulos. Para todos aquellos problemas que se traducen a otros tipos de triángulos existen dos teoremas. El **Teorema de Coseno** y el **Teorema del Seno**. Cabe destacar que también se pueden aplicar a triángulos rectángulos. Es decir, estos dos teoremas sirven para todos los triángulos.

Teoremas del seno y del coseno.

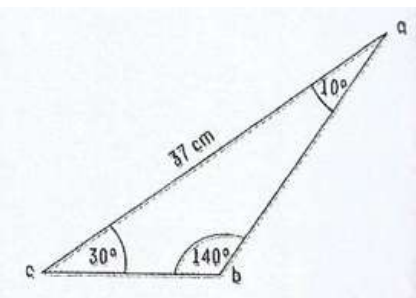
Los siguientes teoremas relacionan los lados de cualquier triángulo con sus ángulos interiores.

Teorema del seno: *En todo triángulo, sus lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.*



$$\frac{\overline{ab}}{\operatorname{sen}\hat{c}} = \frac{\overline{bc}}{\operatorname{sen}\hat{a}} = \frac{\overline{ac}}{\operatorname{sen}\hat{b}}$$

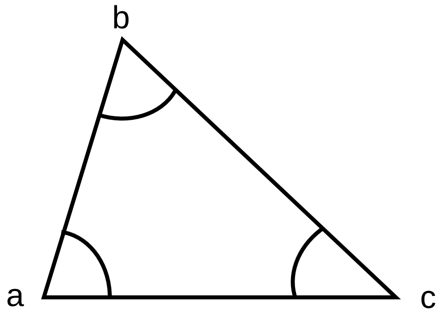
Ejemplo. Para calcular los lados $\overline{ab}$ y $\overline{cb}$, del siguiente triángulo, se aplica el teorema del seno.



$$\frac{\overline{ab}}{\operatorname{sen} 30°} = \frac{37\ cm}{\operatorname{sen} 140°} \quad \Rightarrow \quad \overline{ab} = \frac{37\ cm}{\operatorname{sen} 140°} \cdot \operatorname{sen} 30° \cong 28{,}78\ cm$$

$$\frac{\overline{cb}}{\operatorname{sen} 10°} = \frac{37\ cm}{\operatorname{sen} 140°} \quad \Rightarrow \quad \overline{cb} = \frac{37\ cm}{\operatorname{sen} 140°} \cdot \operatorname{sen} 10° \cong 10\ cm$$

Teorema del coseno: *El cuadrado de un lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble del producto de dichos lados por el coseno del ángulo que forman.*

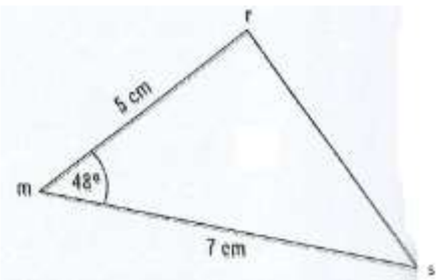


$$\overline{ab}^2 = \overline{bc}^2 + \overline{ca}^2 - 2 \cdot \overline{bc} \cdot \overline{ca} \cdot \cos \hat{c}$$

$$\overline{bc}^2 = \overline{ca}^2 + \overline{ab}^2 - 2 \cdot \overline{ca} \cdot \overline{ab} \cdot \cos \hat{a}$$

$$\overline{ca}^2 = \overline{ab}^2 + \overline{bc}^2 - 2 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{bc} \cdot \cos \hat{b}$$

Ejemplo. Para calcular el lado $\overline{rs}$, del siguiente triángulo, se aplica el teorema del coseno.

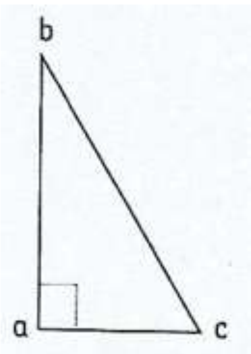


$$\overline{rs}^2 = \overline{sm}^2 + \overline{mr}^2 - 2 \cdot \overline{sm} \cdot \overline{mr} \cdot \cos \hat{m}$$

$$\overline{rs}^2 = (7\ cm)^2 + (5\ cm)^2 - 2 \cdot 7cm \cdot 5cm \cdot \cos 48°$$

$$\overline{rs}^2 \cong 27{,}16\ cm^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{rs} = \sqrt{27{,}16cm^2} \cong 5{,}21\ cm$$

El **Teorema de Pitágoras** es un caso particular del teorema del coseno.

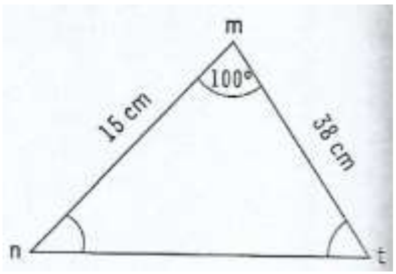


$$\overline{bc}^2 = \overline{ca}^2 + \overline{ab}^2 - 2 \cdot \overline{ca} \cdot \overline{ab} \cdot \cos \hat{a}$$

$$\overline{bc}^2 = \overline{ca}^2 + \overline{ab}^2 - \underbrace{2 \cdot \overline{ca} \cdot \overline{ab} \cdot \cos 90°}_{0}$$

$$\overline{bc}^2 = \overline{ca}^2 + \overline{ab}^2$$

Ejemplo. Resolver el siguiente triángulo oblicuángulo dados **dos lados** y el **ángulo comprendido** entre ellos.



- ✓ Se aplica el teorema del coseno para calcular el lado $\overline{nt}$.

$$\overline{nt}^2 = (38\ cm)^2 + (15\ cm)^2 - 2 \cdot 38cm \cdot 15cm \cdot \cos 100°$$

$$\overline{nt}^2 \cong 1866{,}96\ cm^2$$

$$\overline{nt} = \sqrt{1866{,}96cm^2} \cong 43{,}2\ cm$$

- ✓ Se aplica el teorema del seno para determinar el ángulo $\hat{n}$.

$$\frac{38\ cm}{\operatorname{sen}\hat{n}} = \frac{43{,}2\ cm}{\operatorname{sen} 100°} \quad \Rightarrow \quad \frac{\operatorname{sen}\hat{n}}{38\ cm} = \frac{\operatorname{sen} 100°}{43{,}2\ cm} \quad \Rightarrow \quad \operatorname{sen}\hat{n}$$

$$= \frac{\operatorname{sen} 100°}{43{,}2\ cm} \cdot 38\ cm \cong 0{,}866$$

$$\Rightarrow \quad \hat{n} = \operatorname{arcsen} 0{,}866 \cong 60° \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\hat{n} = 60°}$$

- ✓ Se aplica la propiedad de la suma de los ángulos interiores, que es 180°, para averiguar $\hat{t}$.

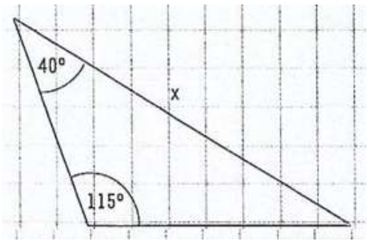
$$\hat{t} + \hat{m} + \hat{n} = 180° \quad \Rightarrow \quad \hat{t} = 180° - \hat{m} - \hat{n} = 180° - 100° - 60° = 20°$$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{\hat{t} = 20°}$$

GUÍA DE ACTIVIDADES

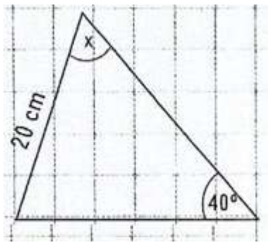
1. Calcule el valor de x en cada una de las siguientes figuras.

a.



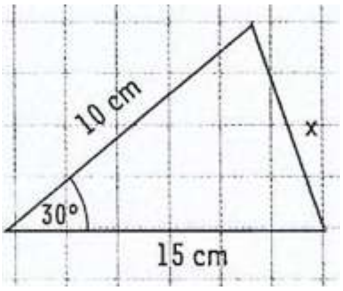
45 cm

b.

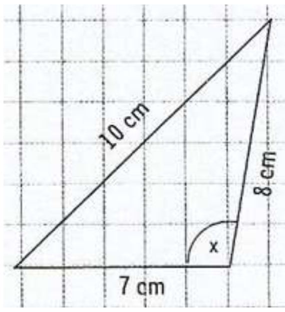


30 cm

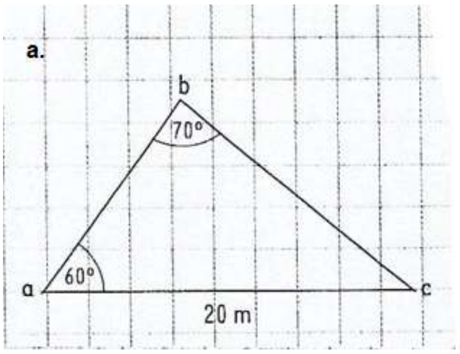
c.

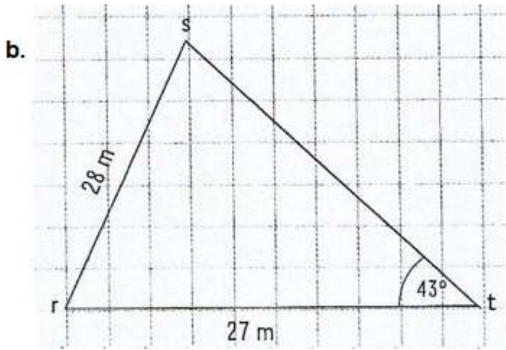


d.

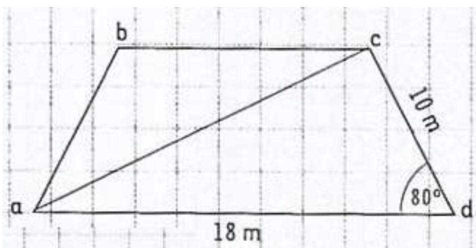


2. Resuelva los siguientes triángulos oblicuángulos.

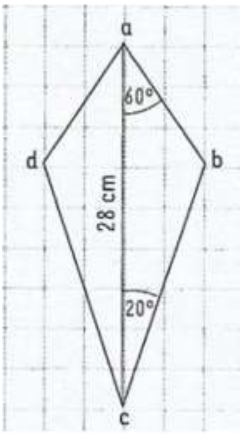




3. Calcule el valor de la diagonal $\overline{ac}$, del trapecio isósceles $abcd$.

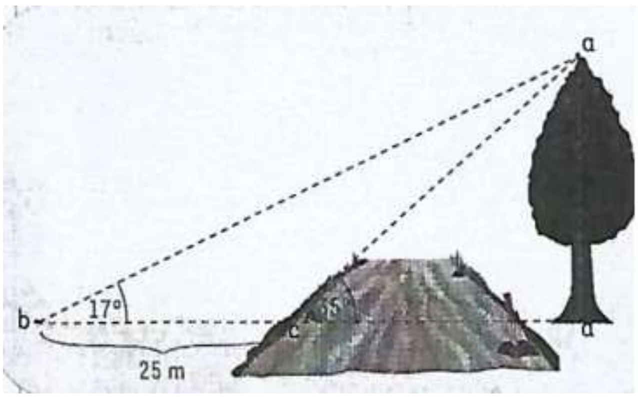


4. Calcule el perímetro del romboide $abcd$.



5. Plantee y resuelva cada uno de los siguientes problemas.

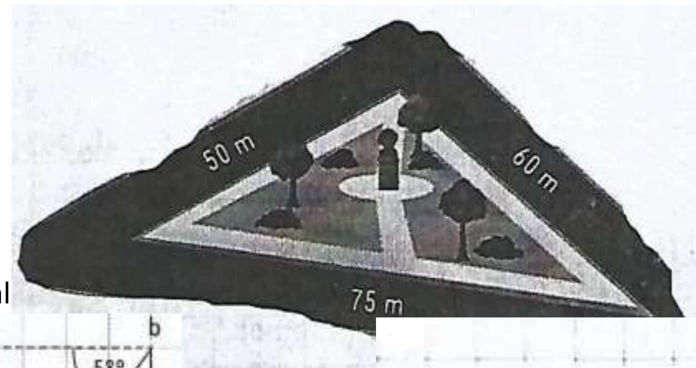
a. Un árbol está situado en la orilla de un río. El extremo superior del árbol, desde un cierto punto, ubicado en la otra margen del río, determina un ángulo de elevación de 17°. Si a 25 m de dicho punto y en dirección al árbol, el ángulo es de 35°, ¿cuál es la altura del mismo?



b. Tres pueblos X, W y Z, están unidos por carreteras rectas. La distancia entre X y W es de 6 km; a los pueblos W y Z los separan 9 km. El ángulo que forman

las carreteras que unen X con W y W con Z es de 120°. ¿Qué distancia hay entre X y Z?

c. En una plazoleta de forma triangular, los lados miden 60 m, 75 m y 50 m. ¿Qué ángulos se forman en las esquinas de la misma?



6. Calcule el val