

Colegio San Bernardo

Prof. Sergio Baigorria – E-mail: [actividadesBaigorria@gmail.com](mailto:actividadesBaigorria@gmail.com)

2° año bachiller adultos

Turno tarde

**Matemática**

Capacidades generales	Capacidades específicas	Contenido/s conceptual/es
<b>Aprender a aprender</b>	Reconocimiento de necesidades personales de aprendizaje. Reconocimiento de los errores como parte del proceso.	Expresión algebraica entera. Definición. Grado. Polinomio ordenado. Polinomio completo. Operaciones con monomios y polinomios: adición, sustracción y producto.
<b>Criterios de evaluación</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplica los conceptos vistos.</li> <li>• Usa una técnica coherente de trabajo.</li> <li>• Defiende los resultados producidos.</li> <li>• Desarrolla de forma prolija y ordenada los ejercicios.</li> </ul>		

Consultas: a [actividadesBaigorria@gmail.com](mailto:actividadesBaigorria@gmail.com) o vía Nodos.

	2° "A" bachiller adultos	2° "B" bachiller adultos
<b>Fecha de presentación</b>	Lunes 29 de Junio	Miércoles 01 de Julio

## Guía n° 5: Polinomios

Hola.

Espero que estén bien. En estos días, lo más importante es cuidarnos emocional y físicamente respetando todas las medidas sanitarias necesarias.

Como en las guías anteriores, **siempre haz la lectura comprensiva** de estos textos. Lo único que te va a servir aquí es comprender lo que dice la guía. Terminar de leerla y no entender, pues no sirve. Si no entiendes lo que se explica, te será difícil hacer correctamente las actividades.

No te desalientes. Lee despacio, tómate el tiempo necesario para entender, buscar palabras en el diccionario de las que no sepas el significado y **SIEMPRE pregunta a tu profesor** sobre lo que no entiendas. No esperes a la fecha de entrega del trabajo sin entender para recién hacer tu consulta. Solo lee lentamente y, para cada duda que te surja, inmediatamente haz una consulta a tu profesor.

### Algunas reglas muy importantes para comprender un texto son:

1. Deja subrayado las ideas más importantes.
2. Busca en el diccionario las palabras que no entiendas.
3. Haz notas a pie de página o cartelones.
4. El repaso y el estudio te ayudarán a afianzar los contenidos.

## Polinomios

### Expresiones algebraicas

Álgebra es la parte de la matemática en la que se trabaja con letras en las expresiones.

Trabajar en Álgebra consiste en manejar relaciones numéricas en las que una o más cantidades son desconocidas. Estas cantidades se llaman **variables**, **incógnitas** o **indeterminadas** y se representan por letras.

Una **expresión algebraica** es una combinación de letras y números unidos por los signos de las operaciones (adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación).

¿Para qué sirve el álgebra?

Las expresiones algebraicas nos permiten, por ejemplo, hallar áreas y volúmenes:

- Longitud de la circunferencia:  $L = 2r$ , donde  $r$  es el radio de la circunferencia.
- Área del cuadrado:  $S = l^2$ , donde  $l$  es el lado del cuadrado.
- Volumen del cubo:  $V = a^3$ , donde  $a$  es la arista del cubo.

### Tipos de expresiones algebraicas según su cantidad de términos

Si bien, en general, a las *expresiones algebraicas enteras* se les llama **polinomios**, según la cantidad de términos podemos tener:

#### Tipos de expresiones algebraicas

**Monomio**.- Expresión algebraica formada por **un solo término**. Ejemplo:  $2x^2$

#### Binomio

Un **binomio** es una **expresión algebraica** formada por **dos términos**. Ejemplo:  $2x^2 + y^3$

#### Trinomio

Un **trinomio** es una **expresión algebraica** formada por **tres términos**. Ejemplo:  $2x^2 + 3y^3 - 2x^2$

#### Polinomio

Un **polinomio** es una **expresión algebraica** formada por **más de un término**. Ejemplos:  $2x^2 + y^3 + 2x^2 + 5y^2 - 2x^2$

### Monomios

Lo vimos recién, pero veamos un ejemplo:  $+2x^2 y^3 z$

Un monomio tiene las siguientes partes:

#### Partes de un monomio

#### Coefficiente

El **coeficiente** del **monomio** es el número que aparece multiplicando a las variables.

#### Parte literal

La **parte literal** está constituida por las letras y sus exponentes.

#### Grado

El **grado** de un **monomio** es la suma de todos los exponentes de las letras o variables.

El grado de  $2x^2 y^3 z$  es:  $2 + 3 + 1 = 6$

## Monomios semejantes

Dos monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal.

$2x^2y^3z$  es semejante a  $5x^2y^3z$  porque tienen las mismas letras y con los mismos exponentes cada una.

## Polinomios

Los polinomios tienen una forma particular de expresarse en Matemática. Lo más importante aquí es que aprendas los nombres: nombre del polinomio, indeterminada o variable, coeficiente, índice, grado y término independiente pues toda la guía usa estos nombres para explicar. Tómate el tiempo para aprender esos nombres. (Al principio es algo confuso, pero mira después el ejemplo que hay después.)

Un **polinomio** es una expresión algebraica de la forma:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x^1 + a_0$$

donde:

**P** es el **nombre** del polinomio.

**x** es la **variable** o **indeterminada** y es la letra en el polinomio.

$a_n, a_{n-1}, a_{n-2} \dots a_1, a_0$  son los números (que no son exponentes) que están en cada término, se llaman **coeficientes**.

$n; n-1; n-2; \dots; 2; 1$  son los **índices** y son los exponentes de  $x$ . (El **1** no suele escribirse pues  $x^1 = x$ )

**n** es un número natural y es el mayor exponente de la variable  $x$ , se llama **grado** del polinomio (en seguida lo definimos).

$a_n$  es el **coeficiente principal**, o sea, el coeficiente que está en el término que tiene a la  $x$  con su mayor exponente.

$a_0$  es el término que no tiene  $x$  y es llamado **término independiente**.

**Por ejemplo:**

$$Q(x) = -\frac{7}{3} x^5 + 4 x^4 + \sqrt{2} x^3 + x^2 - 8 x + \frac{1}{2}$$

Observa que:

**Q** es el **nombre** del polinomio.

**x** es la **variable** o **indeterminada** y es la letra.

$-\frac{7}{3}; 4; \sqrt{2}; 1; -8; \frac{1}{2}$  son los **coeficientes** que son los números, no exponentes, que están en cada término. (Al coeficiente **1** no es necesario escribirlo pues  $1 \cdot x^2 = x^2$ .)

$5; 4; 3; 2; 1$  son los **índices** y son los exponentes de  $x$ . (El **1** no suele escribirse pues  $x^1 = x$ )

**5** es el **grado** del polinomio, es un número natural y es el mayor índice de la variable  $x$ .

$-\frac{7}{3}$  es el **coeficiente principal**, o sea, el coeficiente que está en el término que tiene a la  $x$  con mayor índice.

$\frac{1}{2}$  es el **término independiente** porque es el término que no tiene  $x$ .

## Grado de un polinomio

El **grado** de un polinomio  $P(x)$  es el mayor índice o exponente al que se encuentra elevada la variable  $x$  (en un término no nulo). (“Término no nulo” quiere decir que el término no tenga coeficiente 0.)

Veamos unos ejemplos:

Clasificación de un polinomio según su grado	}	<b>Primer grado (o grado 1)</b> $P(x) = 3x + 2$
		<b>Segundo grado (o grado 2)</b> $P(x) = 2x^2 + 3x + 2$
		<b>Tercer grado (o grado 3)</b> $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 2$

## Tipos de polinomios

Clasificación de polinomios	}	<b>Polinomio nulo</b> Es aquel <b>polinomio</b> que tiene todos sus coeficientes nulos.
		<b>Polinomio homogéneo</b> Es aquel <b>polinomio</b> en el todos sus términos o monomios son del mismo grado. Ejemplo: $P(x) = 2x^2 + 3xy$
		<b>Polinomio heterogéneo</b> Es aquel <b>polinomio</b> en el que sus términos no son del mismo grado. Ejemplo: $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3$
		<b>Polinomio completo</b> Es aquel <b>polinomio</b> que tiene todos los términos desde el término independiente hasta el término de mayor grado. Ejemplo: $P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5x - 3$
		<b>Polinomio ordenado</b> Un <b>polinomio</b> está <b>ordenado</b> si los <b>monomios</b> que lo forman están escritos de <b>mayor a menor grado</b> . Ejemplo: $P(x) = 2x^3 + 5x - 3$
		<b>Polinomios iguales</b> Dos <b>polinomios</b> son iguales si verifican: 1) Los dos <b>polinomios</b> tienen el <b>mismo grado</b> . 2) Los <b>coeficientes</b> de los términos del mismo grado son <b>iguales</b> . $P(x) = 2x^3 + 5x - 3$ $Q(x) = 5x - 3 + 2x^3$
	<b>Polinomios semejantes</b> Dos <b>polinomios</b> son semejantes si verifican que tienen <b>la misma parte literal</b> . $P(x) = 2x^3 + 5x - 3$ $Q(x) = 5x^3 - 2x - 7$	

## Polinomio ordenado

Ya vimos que un **polinomio ordenado** es aquel que tiene los términos escritos en orden de mayor a menor según sus índices.

### ¿Cómo ordeno un polinomio que tiene sus términos desordenados?

Solo hay que reescribir el polinomio así:

- Identifica el término con mayor índice o grado y escríbelo primero.
- Después identifica el término con el índice inmediatamente inferior y reescríbelo.
- Y así hasta terminar de reescribir todos los términos en orden de mayor a menor.
- El último siempre es el término independiente.

Por ejemplo, el siguiente polinomio tiene sus términos desordenados según sus índices: 3, 4, 2, el término independiente (el que no tiene x) y 1:

$$B(x) = -x^3 + 12x^4 - \frac{5}{2}x^2 - 9 + 3x$$

Empezamos identificando el grado del polinomio. Es 4, su mayor índice. Reescribo ese término primero:

$$B(x) = 12x^4 \dots$$

Después busco el término con índice 3 y lo reescribo:

$$B(x) = 12x^4 - x^3 \dots$$

Ahora el término con índice 2:

$$B(x) = 12x^4 - x^3 - \frac{5}{2}x^2 \dots$$

Sigue el término con índice 1, que no suele escribirse:

$$B(x) = 12x^4 - x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 3x \dots$$

Y por último, el término independiente:

$$B(x) = 12x^4 - x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 3x - 9$$

Listo. Ya quedó ordenado.

## Polinomio completo

Hemos visto que un **polinomio completo** es aquel que tiene todos los términos, desde el término de mayor índice hasta el término independiente.

### ¿Cómo completar un polinomio?

Los términos con los índices (o exponentes) que faltan, o si también si falta el término independiente, se agregan poniendo el término con coeficiente 0, (o sea, agregándolo como término nulo).

Por ejemplo, en el siguiente polinomio están los términos con los índices 5, 3 y 1, pero le faltan los términos con índices 4, 2 y falta también el término independiente (el que no tiene x):

$$A(x) = 2x^5 + \frac{1}{4}x^3 - x$$

Entonces completamos con los términos  $+0x^4$  ,  $+0x^2$  y al término independiente con  $+0$  :

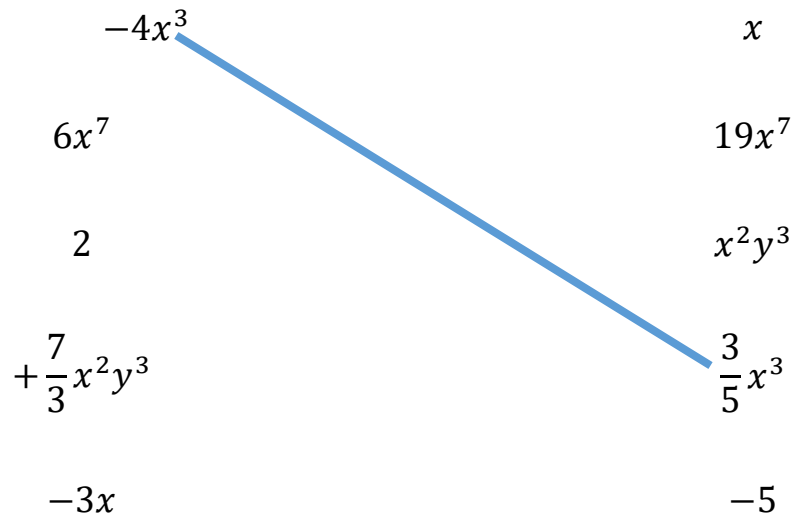
$$A(x) = 2x^5 + 0x^4 + \frac{1}{4}x^3 + 0x^2 - x + 0$$

El término independiente siempre va al último.

**Actividades**

**Ejercicio 1**

Une con una línea a los términos semejantes. (Hay una línea como ejemplo.)



**Ejercicio 2**

¿De qué grado es cada polinomio?

$-7x^3 + 2x - 6$  Grado .....

$6x^7$  Grado .....

$2 - \frac{1}{3}x^5$  Grado .....

$-3x$  Grado .....

**Ejercicio 3**

Completa y ordena los siguientes polinomios

$A(x) = 3x^4 + 2x - 6$

$B(x) = 5x^3 - x^4 + 4$

$C(x) = 3x^4 + \frac{1}{2}x^5 - 6$

$D(x) = -4x^3$

## Operaciones con polinomios

### Suma

La **suma** o adición es una operación que tiene por objeto reunir dos o más expresiones algebraicas (sumandos) en una sola expresión algebraica (suma).

Así, la suma de  $a$  y  $b$  es  $a + b$ , porque esta última expresión es la reunión de las dos expresiones algebraicas dadas:  $a$  y  $b$ .

La suma de  $a$  y  $-b$  es  $a - b$ , porque esta última expresión es la reunión de las dos expresiones algebraicas dadas:  $a$  y  $-b$ . Observa:

$$\begin{aligned} a + (-b) &= \\ \text{suprimo paréntesis:} & \\ &= a - b \end{aligned}$$

### Suma de monomios

Sólo podemos sumar términos semejantes (o sea, con misma letra con mismo exponente).

La suma de los monomios es otro monomio con la misma letra con mismo índice, pero cuyo coeficiente es la suma de los otros coeficientes:

$$\mathbf{a x^n + b x^n = (a + b) x^n}$$

(O sea que **se suman solo los coeficientes**.)

La forma más práctica de sumar es colocando en columnas a los términos semejantes:

$$\begin{array}{r} 2 x^2 y^3 z \\ + 3 x^2 y^3 z \\ \hline 5 x^2 y^3 z \end{array}$$

Solo sumo los coeficientes, letras e índices se dejan como están.

Si los términos no son semejantes entonces no se pueden sumar los términos entre sí y queda un polinomio:

$$2 x^2 y^3 + 3 x^2 y^3 z$$

### Suma de polinomios

Para sumar dos polinomios se suman los coeficientes de los términos semejantes (misma letra con mismo índice o exponente).

Aquí veremos una forma práctica de resolver la **suma de polinomios**:

- Lo primero es completar y ordenar los polinomios que vamos a sumar.
- Luego, se escriben los polinomios uno debajo del otro, ordenando en columnas a sus términos semejantes.
- Después se suman solo los coeficientes encolumnados, o sea, entre términos semejantes; obtendremos términos también semejantes.

Veamos un ejemplo:

Dados los polinomios:

$$A(x) = -5x^2 + 3x^4 + 7x$$

$$B(x) = 3 - 11x + x^3 + 2x^2$$

Calcular  $A(x) + B(x)$ .

► Primero, ordenar y completar los polinomios:

$A(x) = +3x^4 + 0x^3 - 5x^2 + 7x + 0$

Escribo primero el término con mayor índice.

Completo los términos que faltan.

El término independiente va último.

$B(x) = x^3 + 2x^2 - 11x + 3$

► Escribo los polinomios uno debajo del otro encolumnando a los términos semejantes:

$$\begin{array}{r} A(x) \longrightarrow + 3x^4 + 0x^3 - 5x^2 + 7x + 0 \\ B(x) \longrightarrow + \phantom{3x^4} + x^3 + 2x^2 - 11x + 3 \\ \hline \end{array}$$

► Después se suman los coeficientes encolumnados:

$$\begin{array}{r} A(x) \longrightarrow + 3x^4 + 0x^3 - 5x^2 + 7x + 0 \\ B(x) \longrightarrow + \phantom{3x^4} + x^3 + 2x^2 - 11x + 3 \\ \hline A(x) + B(x) \longrightarrow 3x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x + 3 \end{array}$$

Cuando el coeficiente no está escrito, vale 1.

### ¡Cuidado con la regla de signos!

(NO ES "más por más, más; más por menos, menos...", NO. Esto es suma y resta, no multiplicación.)

Una **regla mnemotécnica para la suma y la resta** es pensar en dinero:

+ "tengo dinero"

- "debo dinero"

Y razona el signo del resultado primero y el valor absoluto (número) después pensando cómo quedarás de dinero, si "debiendo dinero" (-) o "teniendo dinero" (+).

### Resta de polinomios

Los elementos o partes de la resta son: el **minuendo**, el **sustraendo** y la **diferencia** (resultado).

$$\begin{array}{r} 9 \leftarrow \text{Minuendo} \\ - 2 \leftarrow \text{Sustraendo} \\ \hline 7 \leftarrow \text{Diferencia} \end{array}$$

La **resta de polinomios** consiste en sumar el opuesto del sustraendo.

Dicho de otra forma, para hacer la **resta de polinomios**:

- Primero, completo y ordeno los polinomios minuendo y sustraendo.
- Luego, escribo los polinomios uno debajo del otro, ordenando en columnas a sus términos semejantes.
- **Invierto todos los signos** de suma y resta de todos los términos **en el polinomio sustraendo** (el que va abajo). **¡No te olvides del primer término! A veces tiene signo positivo y no está escrito**, pero de todas formas hay que invertirlo y quedaría negativo.
- **Cambio la resta por una suma.**
- Después se suman solo los coeficientes encolumnados, o sea, entre términos semejantes; obtendremos términos también semejantes.

Veamos un ejemplo:

Dados los polinomios:

$$P(x) = 5x - 3 + 2x^3$$

$$Q(x) = 4x + 2x^3 - 3x^2$$

Calcular  $P(x) - Q(x)$ .

▶ Primero, completo y ordeno polinomios:

$$P(x) = 2x^3 + 0x^2 + 5x - 3$$

$$Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x + 0$$

▶ Escribo los polinomios encolumnando sus términos semejantes:

$P(x) \rightarrow$	$+$	$2x^3 + 0x^2 + 5x - 3$
$Q(x) \rightarrow$	$-$	$2x^3 - 3x^2 + 4x + 0$

▶ Cambio la resta con una suma

▶ ¡Cuidado que el signo era positivo y no estaba escrito! También cambia.

▶ Invierto los signos del sustraendo.

▶ Resuelvo (como suma):

$P(x) \rightarrow$	$+$	$2x^3 + 0x^2 + 5x - 3$
$Q(x) \rightarrow$	$-$	$2x^3 - 3x^2 + 4x + 0$
$P(x) - Q(x) \rightarrow$		$0x^3 + 3x^2 + x - 3$

De manera formal, se llama **diferencia de dos polinomios**,  $P(x) - Q(x)$ , al resultado de sumarle a  $P(x)$  el **opuesto** (o sea, con los signos invertidos de los términos) de  $Q(x)$ .

## Actividades

---

### Ejercicio 4

Dados los siguientes polinomios:

$$A(x) = 6x^4 + 3x - 8$$

$$B(x) = 5x^3 - x^4 + 4 - 2x^2$$

$$C(x) = 3x^4 - x^3 - 6 + 9x^2$$

$$D(x) = -4x^3 - 1$$

Calcula:

a)  $A(x) + B(x) =$

b)  $B(x) + C(x) =$

c)  $A(x) + B(x) + C(x) + D(x) =$

d)  $A(x) - B(x) =$

e)  $B(x) - A(x) =$

f)  $C(x) - B(x) =$

## Multiplicación

---

### Multiplicación de monomios

La multiplicación de monomios da otro monomio en el que:

- El coeficiente el producto de los coeficientes
- La parte literal se obtiene multiplicando las potencias que tenga la misma base.

Recuerda que

$$x^m \cdot x^p = x^{m+p}$$

Por ejemplo:

$$5x^2 \cdot 2x^4 = 10x^6$$

Se multiplican los coeficientes 5 y 2, da 10, y se multiplican las potencias  $x^2$  y  $x^4$ , da  $x^6$  porque se suman sus exponentes.

### Multiplicación de polinomios

Veamos un ejemplo simple:

Dados los polinomios:

$$P(x) = 2x^2 - 5x + 3$$

$$Q(x) = 2x^3$$

$$\text{Calcular } P(x) \cdot Q(x) =$$

Para resolverlo, se usa una forma práctica muy parecida a la que se usa para multiplicar números enteros. **Resuelve término por término atendiendo, en orden, primero al signo, luego al valor absoluto y al final la potencia de x.**

$P(x) \rightarrow 2x^2 - 5x + 3$   
 $Q(x) \rightarrow \underline{\quad \bullet 2x^3 \quad}$   
 $\quad \quad \quad + 6x^3$

1) Multiplico el SIGNO:  
 $+ \bullet + = +$   
 2) Multiplico los "NÚMEROS"  
 (valor absoluto):  
 $2 \bullet 3 = 6$   
 3) Multiplico las  $x$ :  
 En este caso, solo tengo  $x^3$ .

Continúo con los otros términos:

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 5x + 3 \\ \bullet 2x^3 \\ \hline +4x^5 - 10x^4 + 6x^3 \end{array}$$

Recuerda que  $x^m \cdot x^p = x^{m+p}$  por lo que los exponentes se suman en la multiplicación.

Este otro ejemplo es más complejo, pero sigue la misma mecánica que se usa para multiplicar números enteros. No te olvides de resolver término por término atendiendo, en orden, primero al signo, luego al valor absoluto y al final la potencia de x.

$2x^2 - 3x + 4$   
 $\bullet 2x - 8$   
 $\hline + \quad -16x^2 + 24x - 32$   
 $+4x^3 - 6x^2 + 8x$   
 $\hline +4x^3 - 22x^2 + 32x - 32$

Empiezo multiplicando este término por todos los de arriba.

Después sigo multiplicando con este.

Dejo un espacio.

Al final sumo los polinomios que obtuve.

**Actividades**

**Ejercicio 5**

Resuelve los siguientes productos de polinomios:

(a)  $\underline{-3x^2 + 2x - 4}$   
 $\bullet 3x + 5$

(b)  $\underline{6x^2 - 2x + 3}$   
 $\bullet -2x^2 + 3x + 4$

(c)  $\underline{-5x^3 + 2x^2 + 3x - 5}$   
 $\bullet -x + 2$

(d)  $\underline{x^2 - 5x - 6}$   
 $\bullet 4x^2 - x + 1$

*No dudes en consultar a tu profesor.*



*¡Mucha suerte!*

### INSTRUCCIONES PARA: ENVIAR LAS FOTOS DE TAREAS

- ① Si vas a enviar varios archivos, hazlo en **ORDEN!**

1 → 2 → 3

tarea 1.jpg    tarea 2.jpg    tarea 3.jpg

Ponle nombres EN ORDEN a los archivos de las fotos.
- ② Asegúrate de **GIRARLO**, para que se lea con la cabeza derecha, ¡que empiezo a tener torticólis!

**¡Auch!**
- ③ Asegúrate de **NO** dar **SOMBRA** sobre tu tarea

**¡CUIDADO!**
- ④ Asegúrate de **ENFOCAR** CORRECTAMENTE QUE ESTÉ BIEN MARCADO CON LÁPIZ!

**NO** → **SI** **¡ojo!**
- ⑤ No **INCLINES** el teléfono

**ASÍ NO**    **ASÍ SI**
- ⑥ Si Puedes, usa los conocimientos de **EDICIÓN** para retocar la **IMAGEN**
- ⑦ **SITUACIÓN IDEAL**

**VENTANA**    **LUZ NATURAL**    **MOBIL**    **SOMBRA**    **ASÍ!**    **suelo**    **TAREA**
- ⑧ Al enviar tu trabajo, escribe, en el "asunto" del correo o en el mensaje de WhatsApp, tu **apellido, nombre, año y división**, y el **espacio curricular** (materia).

**Referencia:**

“Operaciones con monomios y polinomios”

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo – Sistema de Universidad Virtual  
I.S.C. Alejandro de Fuentes Martínez