



# Sistema de Ecuaciones

## Situación problemática inicial

Un equipo de básquet anoto un total de 55 canastas obteniendo 125 puntos. ¿Cuántos tipos de campo (2puntos) y triples (3 puntos) realizaron?

$$\begin{cases} x: \text{es el número de tiros de campo} \\ y: \text{es el número de tiros triples} \end{cases}$$

Sabiendo esto sabemos que el total de tiros entre los dos es igual a 55, y que la cantidad total de puntos obtenidos es de 125. Por lo tanto, podemos deducir las siguientes ecuaciones:

$$x + y = 55 \quad ; \quad 2x + 3y = 125$$

Como podemos observar, el valor de **x** e **y** en las dos ecuaciones tendrán el mismo valor, entonces podemos agruparlas de la siguiente forma:

$$\begin{cases} x + y = 55 \\ 2x + 3y = 125 \end{cases}$$

Esto se llama **sistema de ecuaciones**.

Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas puede expresarse de la forma:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Donde:

**$a_1, b_1, a_2$  y  $b_2$**  son los coeficientes de las ecuaciones.

**$x$  e  $y$**  son las incógnitas.

**$c_1$  y  $c_2$**  son los términos independientes.

El conjunto solución (S) del sistema es el par de valores (x,y) que satisface simultáneamente las dos ecuaciones.

Para encontrar el conjunto solución existen diversos métodos. En esta clase desarrollaremos el Método de sustitución, Método de igualación, y el Método gráfico.



## Metodo de Sustitucion

Consiste en despejar una incógnita en una de las ecuaciones y sustituir esta expresión en la otra ecuación.

Dada el sistema de ecuaciones planteado anteriormente:

$$\begin{cases} x + y = 55 & (1) \\ 2x + 3y = 125 & (2) \end{cases}$$

De la Ecuación (1) despejamos una de las incógnitas:

$$\begin{aligned} x + y &= 55 \\ x &= 55 - y & (3) \end{aligned}$$

Luego sustituimos en la ecuación (2)

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 125 \\ 2 \cdot (55 - y) + 3y &= 125 \end{aligned}$$

*Aplicamos distributiva*

$$110 - 2y + 3y = 125$$

*Despejamos y*

$$-2y + 3y = 125 - 110$$

$$y = 15$$

Obteniendo el valor de **y**, reemplazamos en la ecuación (3)

$$x = 55 - 15$$

$$x = 40$$

Por lo tanto el conjunto solución es  $S = \{40, 15\}$

Hubo 40 tiros de campo y 15 tiros triples.



<https://www.youtube.com/watch?v=L0QuX9RpEoM>



## Método de Igualación

Consiste en despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones e igualar las expresiones obtenidas.

Dada el sistema de ecuaciones planteado anteriormente:

$$\begin{cases} x + y = 55 & (1) \\ 2x + 3y = 125 & (2) \end{cases}$$

De las ecuaciones (1) y (2) despejaremos la misma incógnita. En este caso despejamos  $y$ .

De (1):  $y = 55 - x$

De (2):  $y = \frac{(125-2x)}{3}$

Ya despejada  $y$ , igualamos las dos ecuaciones encontradas y encontramos el valor de  $x$ .

$$55 - x = \frac{(125 - 2x)}{3}$$

*El 3 que está dividiendo pasa multiplicando.*

$$(55 - x) \cdot 3 = 125 - 2x$$

*Aplicamos distributiva*

$$165 - 3x = 125 - 2x$$

*Despejamos  $x$*

$$165 - 125 = -2x + 3x$$

$$40 = x$$

Obteniendo el valor de  $x$ , reemplazamos en cualquiera de las ecuaciones (1) o (2). En este caso reemplazamos  $x=40$  en (1):

$$y = 55 - 40$$

Por lo tanto el conjunto solución es  $S = \{40, 15\}$

Hubo 40 tiros de campo y 15 tiros triples.



<https://www.youtube.com/watch?v=0rfGZsRVTz4>

## Método Gráfico

Consiste en hallar el punto de intersección de las dos rectas que representan a ambas ecuaciones. Según la posición de las rectas en el plano podremos ver si el sistema tiene una solución, infinitas soluciones o ninguna solución.

Dada el sistema de ecuaciones planteado anteriormente:

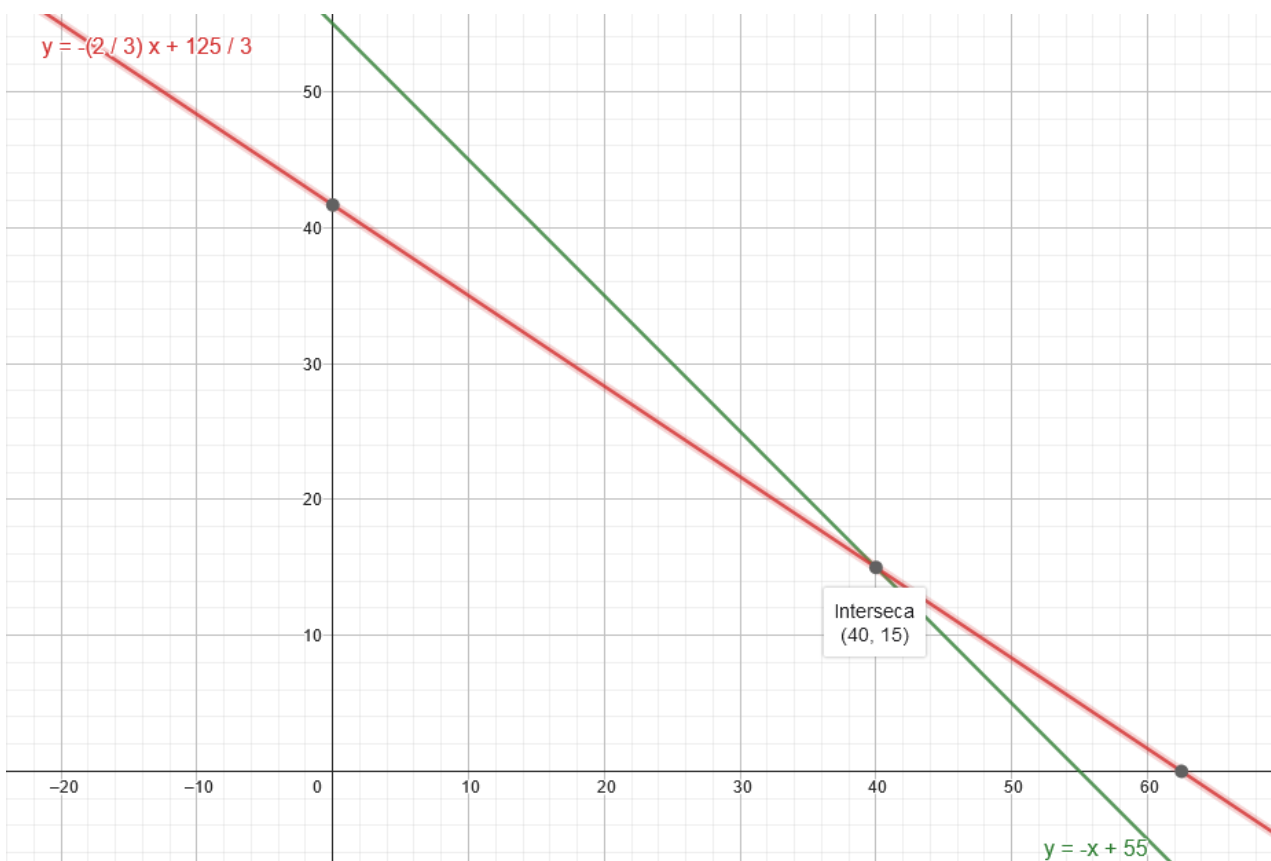
$$\begin{cases} x + y = 55 & (1) \\ 2x + 3y = 125 & (2) \end{cases}$$

Despejamos  $y$  de las dos ecuaciones para encontrar la ecuación de la recta.

De (1)  $y = 55 - x = -x + 55$

De (2)  $y = \frac{(125-2x)}{3} = -\frac{2}{3}x + \frac{125}{3}$

Realizamos la representación gráfica de cada una de las ecuaciones y en el punto de intersección es el conjunto solución del sistema  $S = (40, 15)$

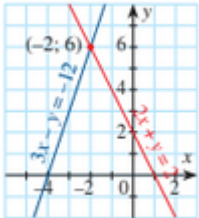
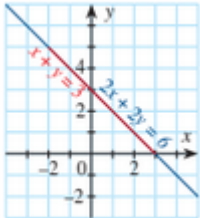
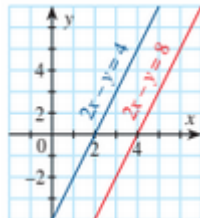


## Clasificación

Dado el sistema de ecuaciones lineales de 2 incógnitas:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Se puede clasificar en:

Sistema compatible determinado	Sistema compatible indeterminado	Sistema incompatible
<p>Si:</p> $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ <p>Entonces tiene <b>una única solución</b>. Gráficamente son dos <b>rectas secantes</b> que se cortan en un único punto (x,y)</p> 	<p>Si:</p> $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ <p>Entonces tiene <b>infinitas soluciones</b>. Gráficamente son dos <b>rectas coincidentes</b>.</p> 	<p>Si:</p> $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ <p>Entonces <b>no hay solución</b>. Gráficamente son dos <b>rectas paralelas</b>.</p> 

## SISTEMA DE ECUACIONES

- 1) Resolver los problemas analíticamente y gráficamente en los que se pueda.
  - a) El perímetro de un rectángulo es de 24cm. La diferencia entre la base y la altura es de 2cm. ¿cuánto mide la base y la altura?
  - b) En dos salas de espectáculo la suma de entradas vendidas es 75000 y la diferencia es 29000. ¿cuántas entradas se vendieron en cada sala?
  - c) El precio de dos sándwiches y dos jugos es \$8000; en cambio un sándwich y tres jugos cuestan \$7000. Calcular el precio de cada cosa.
  - d) En una granja se crían gallinas y conejos. En total hay 50 cabezas y 134 patas. ¿Cuántos animales hay de cada clase?
  - e) En una tienda he comprado 12 artículos entre CDs y DVDs. Los primeros valen \$1100 y los segundos el doble de estos. En total me he gastado \$19800. ¿Cuánto he compra de cada tipo?



2) Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones con el método que corresponda:

Sustitución	Igualación	Grafico
$\begin{cases} 2x + 3y = 20 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$ $S:(7,2)$	$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x + y = 6 \end{cases}$ $S:(1,2)$	$\begin{cases} -x + y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$ $S:(-1,2)$
$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + y = 15 \end{cases}$ $S:(5,5)$	$\begin{cases} x + y = 45 \\ x - y = 21 \end{cases}$ $S:(33,12)$	$\begin{cases} 6x + 3y = 12 \\ -x + y = 1 \end{cases}$ $S:(1,2)$