COLEGIO SAN BERNARDO

3° año Secundario Básico

MATEMÁTICA

Alumn@:
Curso: 3° año " B "
Docente: Prof. Sergio Baigorria

2026

CONTRATO PEDAGÓGICO

Espacio curricular: Matemática. **Curso:** 3° año "B".
Docente: Prof. Sergio Baigorria.

El alumno se compromete a:

1. Expresarse respetuosamente con el docente como así también con sus compañeros y con los equipos directivos y personal en general procurando un clima de aula positivo.
2. Ingresar puntualmente a clase tanto al comenzar la clase como al regreso de los recreos.
3. No consumir bebidas, mate o alimentos en horas de clase.
4. Participar activamente en clases, tener buena conducta, que implique entre otras actitudes: no interrumpir al docente o compañeros que están exponiendo, acatar las consignas de trabajo que propone el docente, responsabilizarse por el cumplimiento de las tareas solicitadas por el docente, no charlar o molestar a otros o utilizar elementos que puedan distraer la atención propia y de sus compañeros.
5. Integrarse activamente y con una participación responsable en los proyectos propuestos por el docente.
6. Trabajar en equipo (cuando esta modalidad sea requerida por el docente) de manera colaborativa y responsable, aceptar las diferencias entre los integrantes, ser tolerantes y ayudarse mutuamente para lograr buenos resultados.
7. Comprometerse a estudiar a conciencia diariamente para las clases, para las evaluaciones escritas y orales, y ser responsable con el cumplimiento de las actividades para el aprendizaje.
8. Traer todos los días de clase el cuaderno, no carpeta, y el cuadernillo de la materia, con notas individualizadas junto con el resto de las calificaciones obtenidas, como para la determinación del promedio de cada cuatrimestre, como también es obligatoria su presentación al momento de rendir en las instancias de recuperación. Es indispensable traer los elementos para el aprendizaje.
9. Aceptar, incorporar y cumplir con el material de estudio y actividades que el docente agregue durante el cursado del presente ciclo lectivo, siempre que estén contemplados en la Planificación Anual de Matemática, los cuales serán debidamente notificados con anticipación a las familias y publicados en la plataforma institucional y/o cuaderno de comunicaciones.
10. El estudiante deberá prever que el cuaderno contenga organizados en sus primeras páginas los siguientes contenidos: a- Carátula que indique nombre del estudiante, curso, materia y nombre del docente. b- Evaluaciones corregidas. c- Contenidos desarrollados.
11. En caso de ausencia, aunque sea justificada, pedir y completar la tarea, y hacer lectura del tema visto. La inasistencia a clase no justifica la falta de estudio e incumplimiento en las tareas.
12. Entregar los trabajos (guías, producciones, actividades) en tiempo y forma, colocando apellido y nombre curso, materia y tema desarrollado, en caso de tareas manuscritas, la presentación debe ser prolija, escrituras con tinta de un solo color, con letra clara, sin tachaduras ni borrones, con carátula y en un folio. También dar cumplimiento a lo indicado en este ítem, cuando las consignas de entrega sean por medio digitales. En el caso de tareas realizadas en el cuaderno, deben estar firmadas y fechadas por el docente.
13. No usar dispositivos electrónicos, celulares, auriculares, parlantes, etc., salvo que el profesor lo autorice y requiera para actividades estrictamente pedagógicas.
14. Asistencia a clase con al menos un 75% de asistencia, para los estudiantes que no alcancen este mínimo de asistencias implicará una reducción en la calificación actitudinal (excepto en los casos motivados en temas de salud o razones de fuerza mayor debidamente justificadas).
15. Mantener el aula ordenada y limpia, de no ser así los estudiantes no podrán retirarse hasta tanto dejen el curso en condiciones.
16. Mostrar buena predisposición para colaborar en la organización de los actos escolares cuando sea solicitada su cooperación para este fin.
17. Respetar los tiempos de consulta al docente y que las mismas sean apropiadamente formuladas en los horarios de clase (teniendo en cuenta que el docente no puede repetir temas completos).
18. Presentar las autorizaciones firmadas por los adultos responsables en tiempo y forma en los casos de salidas didácticas o actividades escolares extra-áulicas.

El docente se compromete a:

1. Ser puntual y procurar no faltar a clase.
2. Respetar al estudiante y a su familia.
3. Reconocer al estudiante como un sujeto de derecho que requiere atención y dedicación para alcanzar el desarrollo de sus capacidades a través del proceso de enseñanza y aprendizaje de calidad.
4. Asegurarse que al término de la clase, el aula quede ordenada y limpia.
5. Generar un ambiente propicio para el aprendizaje incentivando a la participación de cada alumno, a despertar el interés y curiosidad por el conocimiento.
6. Asegurar un trato respetuoso hacia sus estudiantes.
7. Preparar las clases con actividades que promueven el desarrollo de distintas habilidades.
8. Notificar por escrito al menos con una semana de anticipación a la fecha de la evaluación, y posteriormente las calificaciones obtenidas en las evaluaciones.
9. Responsabilizarse por las evaluaciones realizadas por los estudiantes hasta tanto sean devueltas a los interesados.
10. Elaborar consignas claras y explicitar los criterios de evaluación en las pruebas.
11. Ponderar el trabajo del alumno teniendo en cuenta su desempeño y predisposición.
12. Utilizar variedad de recursos didácticos.
13. Proponer proyectos escolares que impliquen la participación de los estudiantes e incentivarlos a intervenir en la organización de los actos escolares.
14. Formular proyectos de articulación entre años y/o niveles de manera de facilitar los aprendizajes.
15. Notificar a los padres sobre el desempeño escolar de sus hijo/a consignando la información en la plataforma en tiempo y forma.
16. Notificar con anticipación a las familias sobre el agregado de material de estudio y actividades al cuadernillo durante el cursado del presente ciclo lectivo, siempre que ya estén contemplados en la Planificación Anual de Matemática, mediante la plataforma institucional y/o cuaderno de comunicaciones.

Los adultos responsables se comprometen a:

1. Revisar con frecuencia el cuaderno de actividades de la materia.
2. Firmar las autorizaciones requeridas por el docente para la asistencia de su hijo/a en la participación de actividades extra áulicas o salidas.
3. Mantenerse atentos a los comunicados del docente y al seguimiento de desempeño académico de su hijo/a. a través de la plataforma institucional y/o cuaderno de comunicaciones.
4. Avisar a preceptores por inasistencias y justificarlas mediante certificados.
5. Asegurarse de que su hijo/a complete las actividades y se informe de lo solicitado cuando no pueda asistir a clase.
6. Dirigirse con respeto al docente, como así también al resto del personal, transmitiendo sus inquietudes por los medios y momentos apropiados.
7. Incentivar a su hijo/a para que estudie y cumpla con sus obligaciones necesarias para el aprendizaje.
8. Asegurarse de que su hijo/a vaya a clase habiendo estudiado los contenidos dados por el docente.
9. Asegurarse y facilitar a que su hijo/a cumpla con los materiales, útiles, cuaderno, uniforme, cuadernillo, fotocopias, etc. cuando sean requeridos y demás elementos de importancia para su bienestar escolar.

……………………………….	……………………………….	……………………………….
Firma alumno	Firma adulto responsable	Firma docente
……………………………….	……………………………….	Sergio Baigorria
Aclaración	Aclaración	Aclaración

PROGRAMA DE EXAMEN Y ESTUDIO 2026

TERCER AÑO "A" y "B" Educación Secundaria Básica.
ÁREA: Matemática
DOCENTE: Sergio A. Baigorria P.

UNIDAD Nº1: Números reales.
- Números racionales. Pasaje de decimal a fracción. Operaciones con números racionales.
- Notación científica. Operaciones.
- Números irracionales. Aproximaciones.

UNIDAD Nº2: Expresiones algebraicas
- Expresiones algebraicas enteras: Suma y resta. Producto y cociente de monomios. Propiedad distributiva.
- Ecuaciones e inecuaciones.

UNIDAD Nº3: Movimientos
- Simetrías. Rotación. Traslaciones. Composición con movimientos.

UNIDAD Nº4: Funciones
- Concepto de función. Función lineal. Paralelismo y perpendicularidad. Gráficas.
- Sistema de ecuaciones lineales. Método gráfico y de igualación.

UNIDAD Nº5: Razones y proporciones.
- Razones y proporciones aritméticas. Teorema de Thales. Aplicaciones del teorema de Thales.
- Trigonometría. Razones trigonométricas. Resolución de triángulos rectángulos.

UNIDAD Nº6: Estadística
- Variables, tablas y gráficos estadísticos. Parámetros centrales

BIBLIOGRAFÍA

- *Aprendamos Matemática 9*. 2° Edición. Ed. Comunicarte.
- *Matemática I. Saberes clave*. SANTILLANA. Ed Santillana.

Operaciones con números racionales: repaso

Capacidades generales	Capacidades específicas	Contenido/s conceptual/es
Aprender a aprender	Reconocimiento de necesidades personales de aprendizaje. Reconocimiento de los errores como parte del proceso.	Operaciones en el conjunto de números racionales. Operaciones combinadas.

Criterios de evaluación
• Aplica los conceptos vistos. • Usa una técnica coherente de trabajo. • Defiende los resultados producidos. • Desarrolla de forma prolija y ordenada los ejercicios.

Suma y resta con fracciones:

a. $\frac{3}{5}+\frac{3}{15}-\frac{3}{10}=$

b. $\frac{13}{2}-\frac{1}{4}-\frac{5}{6}=$

c. $\frac{4}{9}+\frac{1}{6}+\frac{5}{12}+\frac{7}{8}=$

d. $\frac{1}{3}+\frac{5}{8}-1-\frac{5}{6}=$

Multiplicación y división con fracciones:

a. $\dfrac{\frac{5}{12}}{\frac{10}{36}}=$

b. $\frac{12}{35}:\frac{30}{21}\cdot\frac{25}{18}=$

c. $\frac{17}{25}:\left(-\frac{81}{42}\right)\cdot\left(-\frac{100}{108}\right):\frac{51}{72}=$

Potenciación y radicación con fracciones:

a. $\left(\frac{7}{5}\right)^2=$

b. $\left(-\frac{5}{7}\right)^2=$

c. $\left(\frac{2}{3}\right)^3=$

d. $\left(-\frac{3}{2}\right)^3=$

e. $(-1)^{5374}=$

f. $(-1)^{8245}=$

g. $(-7)^0=$

h. $(-7)^1=$

i. $\sqrt{\frac{16}{49}}=$

j. $\sqrt[3]{-\frac{27}{8}}=$

Operaciones combinadas: repaso

Pasos para resolver operaciones combinadas:

1) **Separa en términos**. Recuerda que si falta el signo al principio del primer término entonces es + (suma), y si falta el signo dentro del término entonces es • (multiplicación). Por ejemplo:

$$2\,(-3) = +\,2 \bullet (-3)$$

2) Resuelve de forma independiente todo lo que está en *rojo*:

$$(paréntesis)^{exponente} \qquad \frac{dividendo}{divisor}$$

$$[corchetes]^{exponente}$$

$$\{llaves\}^{exponente} \qquad \sqrt[índice]{radicando}$$

Luego, reemplaza las operaciones en *rojo* solo con su resultado.

3) Resuelve **potencias y raíces**.
Regla de signos de potenciación: da negativo solamente si la base es negativa y su exponente es impar: $[negativa]^{[impar]}$, sino da positivo.
Si el exponente de una potencia es negativo, invierte la base: $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$

4) Resuelve **multiplicaciones y divisiones**.
Regla de signos: si la cantidad de negativos es impar, da negativo.
En caso de haber divisiones, tienes 2 opciones:
   - Resuelves de izquierda a derecha.
   - O conviertes la división en multiplicación: puedes hacerlo invirtiendo el divisor y resolviéndola como multiplicación. Recuerda que la línea de división también puede escribirse con los dos puntos de división y por lo tanto puedes convertirla también a multiplicación.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

La multiplicación se resuelve multiplicando “derecho”: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ y se simplifica “cualquiera de arriba con cualquiera de abajo”.

5) **Suprime paréntesis**: si adelante hay un signo menos, cambia los signos de adentro del paréntesis y suprime. Si hay un signo más adelante del paréntesis, solo suprime.

6) Resuelve **suma y resta**.
Regla de signos: si suma, “tengo”; si resta, “debo”.
Recuerda que, en la suma con fracciones, primero debes calcular el m.c.m. Luego, se divide en los denominadores (“los de abajo”) y se multiplica en los numeradores (“los de arriba”). Al terminar, intenta simplificar la fracción.

Ejercicios

Resuelve los siguientes ejercicios siguiendo los pasos explicados:

a. $\{35 - 7\,(-4) - 16 : (-8)\,(-3)\}\,[-12 : (-3)] =$

b. $\sqrt[3]{3\,(-10) + (-2)^2 - 1} - 24 : (-2)^3 =$

c. $\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{3} : \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right] : \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{7} =$

d. $\dfrac{\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{1}{6}\right):\frac{2}{3}}{-3+\frac{1}{4}} : \left(-\frac{1}{5}\right) =$

e. $\sqrt{1-\frac{8}{9}}\cdot(-3)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \frac{3}{2} =$

f. $\left(1-\frac{1}{2}\right)^2 + \sqrt[3]{\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} =$

Números racionales

Eje: CONJUNTOS NUMÉRICOS		
Capacidades generales	**Capacidades específicas**	**Contenido/s conceptual/es**
Aprender a aprender	Reconocimiento de las necesidades personales de aprendizaje y de los errores como parte del proceso. Reflexión crítica acerca del propio desempeño de aprendizaje identificando lo aprendido.	Números reales: Números racionales. Pasaje de decimal a fracción. Operaciones con números racionales

Criterios de evaluación	
• Aplica los conceptos vistos. • Usa una técnica coherente de trabajo. • Defiende los resultados producidos. • Desarrolla de forma prolija y ordenada los ejercicios.	• Comprensión Lectora • Interpretación de consignas • Vocabulario técnico y específico • Ortografía

Los racionales

Una **fracción** es un número escrito como cociente de dos números enteros.

$$\boldsymbol{p} = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}, \text{con } \boldsymbol{a} \text{ y } \boldsymbol{b} \text{ dos nùmeros enteros, y } \boldsymbol{b} \neq \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{a}\text{: numerador y } \boldsymbol{b}\text{: denominador}$$

Los **números racionales** son todos aquellos que se pueden escribir como una fracción. Al conjunto de todos los racionales se los llama **Q**.

Además, todos los naturales y todos los enteros también son racionales.

-3 es un racional, pues $\frac{15}{-5} = \frac{-3}{1} = -3$, los naturales y enteros son racionales **enteros**

2,25 también es racional, pues $\frac{9}{4} = \frac{-18}{-8} = 2{,}25$; los racionales como este tienen una expresión **decimal exacta.**

$0,\hat{3}$ es otro racional, pues $\frac{1}{3} = \frac{-3}{-9} = 0,\hat{3}$, estos racionales tienen una expresión **decimal periódica**

Por cada número racional hay infinitas fracciones equivalentes que lo representan.

Actividad

1.Escribir cada uno de estos números racionales de tres maneras distintas

a) -0,2=— = — = —   b) $4 = - = - = -$ c) $-\frac{1}{6} = - = - = -$

2.Rodear los números enteros. De los restantes, indicar cuales tienen una expresión decimal exacta y cuáles, periódica.

> **¡Atención!** Al dividir el numerador de una fracción por su denominador se obtiene su expresión decimal.

a) $-\frac{3}{8}$ b) $0,\widehat{12}$ c) 0,121212

d) $-1,\hat{2}$ e) $\frac{15}{3}$ f) $\frac{7}{3}$

Pasajes de decimal a fracción

Pasaje de una expresión decimal exacta a fracción

Un número decimal exacto se puede escribir como una fracción con una potencia de 10 en el denominador.

$2,17 = \frac{217}{100}$

el número "sin la coma"

Un 1 seguido de tantos 0 como números haya después de la coma

Para trabajar, suele ser más sencillo que las fracciones no tengan números tan grandes, por eso se simplifican dividiendo el numerador y el denominador por un mismo número.
Si la fracción obtenida **no se puede simplificar**, se dice que es **irreducible**.
Por ejemplo:

$$0,46 = \frac{46}{100} = \frac{23}{50} \longrightarrow \frac{23}{50}$$ **fracción irreducible**

$$-3,5 = -\frac{35}{10} = -\frac{7}{2} \longrightarrow -\frac{7}{2}$$ **fracción irreducible**

$$1,0012 = \frac{10012}{10000} = \frac{5006}{5000} = \frac{2503}{2500} \longrightarrow \frac{2503}{2500}$$ **fracción irreducible**

Actividad

3.Expesar como fracción y simplificar para obtener la fracción irreducible:

a)2,5= b) -2,01= c) 0,00008=

d)0,001= e) 37,4= f) -3,96=

Pasaje de expresión decimal periódica pura a fracción

En esta ocasión aprenderás a encontrar fracciones que representen lo mismo que números como $0,111111\ldots$o $4,\widehat{67}$, cuyas colas decimales no terminan pero se repiten periódicamente.
Para conseguir este objetivo te brindaremos un método sencillo que debes seguir paso a paso. Observa como ejemplo al número $12,45454545\ldots$

Paso 1: Reescribe el número
Escribe el número con la notación resumida del arco en el final de la cola decimal. En este caso en lugar de escribir $12,454545\ldots$ se escribe $12,\widehat{45}$.

Paso 2: El numerador
El numerador de la fracción será **el número decimal escrito sin coma y sin barra, menos la parte entera del mismo**, en este caso:

$$1245 - 12$$

Paso 3: El denominador

El denominador será un número con **tantos nueves como cifras decimales tenga el número original en su notación de barra**.

Como $12,\widehat{45}$ tiene dos cifras periódicas en su cola decimal, el 4 y el 5, se deben poner dos nueves como denominador. Recuerda que en este paso **siempre se usa** el número 9.

$$\frac{1245 - 12}{99}$$

Paso 4: Realizar las operaciones

Ahora se resta y simplifica: en esta ocasión se debe realizar la resta: $1245 - 12 = 1233$, obteniendo la fracción $\frac{1233}{99}$. Al simplificar esta misma da como resultado $\frac{137}{11}$.

$$\begin{aligned}\frac{1245 - 12}{99} &= \frac{1233}{99}\\ &= \frac{137}{11}\end{aligned}$$

Si realizas la división $137 \div 11$, encontrarás que su resultado es $12{,}454545\ldots$ Lo anterior quiere decir que $12{,}454545\ldots = 12,\widehat{45} = \frac{137}{11}$

Pasaje de expresión decimal periódica mixta a fracción

Tal vez el siguiente método te parezca un poco complicado, pero es muy efectivo. Con seguridad, cuando aprendas más conceptos matemáticos, comprenderás por qué este es así. Por ahora te recomendamos practicarlo.

Observa el siguiente ejemplo: el decimal periódico mixto $74{,}634444\ldots$

Paso 1:

Se escribe el número en su **notación simplificada con la barra**: $74{,}63\hat{4}$.

Paso 2:

El **numerador** será **el decimal completo: $74{,}63\hat{4}$., menos la parte entera seguida de la parte decimal que no se repite**: $\mathbf{74,63.}$ Todo escrito sin comas ni barras:

$$74634 - 7463$$

Paso 3:

El denominador será **tantos nueves como cifras tenga la parte que se repite periódicamente, seguidos de tantos ceros como tenga la parte decimal que no se repite**.

En este caso solo hay una cifra que se repite periódicamente, el 4 por lo tanto habrá solo un nueve. La parte decimal que no se repite tiene dos cifras: 6 y 3, por lo tanto el nueve va seguido de dos ceros.

$$\frac{74634 - 7463}{900}$$

Paso 4:

Ahora se debe realizar la resta $74634 - 7463 = 67171$. Al obtener la fracción se procede a simplificar. Si esta es **irreducible**, como en este caso, se deja como está:

$$\frac{67171}{900}$$

El resultado anterior quiere decir que $74{,}63\hat{4} = \frac{67171}{900}$. Si quieres comprobarlo, realiza la división $67171 \div 900$, te darás cuenta que da como resultado $74{,}63444444$ ....

Otro ejemplo:

Encontremos una fracción que represente el decimal $1{,}08976976976$ ...

Paso 1:

Se escribe el decimal en notación simplificada: $1{,}08976976976 \ldots = 1{,}08\widehat{976}$

Paso 2:

El numerador será el decimal completo: $1{,}08\widehat{976}$, menos la parte entera seguida de la parte decimal que no se repite: 1,08. Todo escrito sin comas ni barras:

$$108976 - 108$$

Paso 3:

Como la parte periódica tiene tres cifras: 9,7 y 6 , ponemos tres nueves en el denominador, seguidos de dos ceros, pues hay dos decimales que no se repiten: el 0 y el 8.

$$\frac{108976 - 108}{99900}$$

Paso 4:

Realiza la resta $108976 - 108$ así obtendrás 108868 en el numerador. Posteriormente se simplifica la fracción resultante. En esta ocasión es posible simplificar por cuatro. El resultado anterior quiere decir que $1{,}08\widehat{976} = \frac{27217}{24975}$

$$\frac{108976 - 108}{99900} = \frac{108868}{99900} = \frac{27217}{24975}$$

Si realizas la división $27217 \div 24975$, te darás cuenta de que su resultado es precisamente $1{,}08\widehat{976}$.

Actividades

4. Clasificar las siguientes expresiones decimales

¡RECORDAR! Expresión decimal exacta, expresión decimal periódica pura y expresión decimal periódica mixta

a)2,17=..

b) $4{,}5\hat{8}$=..

c) $35,\hat{6}$ =..

d) $1,\widehat{15}$=...

e) $91{,}12\hat{4}$=. ....

f) 58,2=..

5. Escribir la expresión fraccionaria de estos números

a) $2,4\hat{9} =$

b) $3,\widehat{17} =$

c) $65,214\widehat{18} =$

d) $23,5\widehat{121} =$

e) $15,\hat{2} =$

f) $4,\widehat{112} =$

Operaciones con números racionales

Recordá que:

$$\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\overbrace{\frac{6}{12}+\frac{9}{12}-\frac{8}{12}}^{\text{fracciones equivalentes a las originales}}=\frac{6+9-8}{12}=\frac{7}{12}$$

Común denominador: m.c.m. entre 2, 3 y 4.

$$\frac{\cancel{15}^{\,3}}{\cancel{14}_{\,2}}\cdot\frac{\cancel{7}^{\,1}}{\cancel{25}_{\,5}}=\frac{3}{10}$$

Se simplifica cualquier numerador con cualquier denominador; se multiplica numerador con numerador y denominador con denominador.

$$\frac{12}{5}:\frac{24}{7}=\frac{\cancel{12}^{\,1}}{5}\cdot\frac{7}{\cancel{24}_{\,2}}=\frac{7}{10}$$

Se invierte la segunda fracción y se multiplica.

El orden en que se resuelven los cálculos es el mismo que para los cálculos combinados de enteros: si no hay paréntesis, primero las potencias y raíces, después las multiplicaciones y divisiones, y por último, las sumas y restas. Los paréntesis se resuelven primero, respetando el mismo orden.

También se usa la misma regla de los signos para la multiplicación y la división: si se multiplican o dividen dos números con el mismo signo, el resultado es positivo; si no, es negativo.

$3,2-[4\cdot(-8,3)]=3,2-(-33,2)=36,4$

Cuando hay expresiones decimales periódicas, se pasa todo a fracción y se opera.

$$\frac{1}{12}+1,\hat{1}\cdot\left[\frac{7}{18}:\left(-0,\overline{56}:\frac{2}{11}\right)\right]=\frac{1}{12}+\frac{10}{9}\cdot\left[\frac{7}{18}:\left(-\frac{\cancel{56}^{\,28}}{\cancel{99}_{\,9}}\cdot\frac{\cancel{11}^{\,1}}{\cancel{2}_{\,1}}\right)\right]=$$

$$=\frac{1}{12}+\frac{10}{9}\cdot\left[\frac{7}{18}:\left(-\frac{28}{9}\right)\right]=$$

$$=\frac{1}{12}+\frac{10}{9}\cdot\left[\frac{\cancel{7}^{\,1}}{\cancel{18}_{\,2}}\cdot\left(-\frac{\cancel{9}^{\,1}}{\cancel{28}_{\,4}}\right)\right]=$$

$$=\frac{1}{12}+\frac{\cancel{10}^{\,5}}{9}\cdot\left(-\frac{1}{\cancel{8}_{\,4}}\right)=\frac{1}{12}-\frac{5}{36}=\frac{3-5}{36}=-\frac{2}{36}=-\frac{1}{18}$$

Actividad

6. Resolver teniendo en cuenta los pasos:

1) Separar en términos
2) Pasar las expresiones decimales a fracción
3) Calcular respetando los pasos que vimos en la actividad 2 del archivo anterior.

a) $\left(2-1,\hat{4}\right) \div \left(2-3,\hat{6}\right) =$

b) $\left[\left(1{,}0\hat{1}+0{,}1\right) \times \frac{2}{3}\right] - \left(-\frac{2}{27}\right) =$

c) $\left(0,\hat{7}+1-\frac{2}{9}\right) + \left(1,\hat{1}-2{,}5\right) \times \frac{18}{25} =$

d) $0{,}21 \div 0{,}2\hat{3} + \frac{5}{3} \times (0{,}4-1) =$

e) $0{,}3 + 0{,}4 \times \frac{4}{5} - 4{,}2\hat{9} =$

Repaso

Ejercicio 1: Escribir la expresión fraccionaria de estos números:

a) $1{,}8 =$

b) $2,\hat{5}=$

c) $1{,}3\hat{2}=$

d) $17{,}28 =$

e) $2,\widehat{62}=$

f) $1{,}13\widehat{72}=$

Ejercicio 2: Resolver teniendo en cuenta los pasos:

1°) Separar en términos
2°) Pasar las expresiones decimales a fracción
3°) Calcular respetando los pasos para resolver operaciones combinadas de la primera guía.

a) $(1{,}25 \div 2{,}5 \cdot 2) \cdot \frac{1}{10} - \frac{1}{4} =$

b) $0,\hat{4} : \left(1-0,\hat{5}\right) + \left(0{,}4 + \frac{2}{5} : 2\right) =$

c) $\dfrac{2}{2-\frac{2}{2-0,\hat{6}}} =$

d) $\dfrac{\frac{1}{2}-0{,}\hat{3}}{0{,}1\hat{6}} - \dfrac{7}{4} =$

Notación científica

Eje: CONJUNTOS NUMÉRICOS		
Capacidades generales	**Capacidades específicas**	**Contenido/s conceptual/es**
Aprender a aprender	Reconocimiento de las necesidades personales de aprendizaje y de los errores como parte del proceso. Reflexión crítica acerca del propio desempeño de aprendizaje identificando lo aprendido.	Notación científica. Operaciones.

Criterios de evaluación	
• Aplica los conceptos vistos. • Usa una técnica coherente de trabajo. • Defiende los resultados producidos. • Desarrolla de forma prolija y ordenada los ejercicios.	• Comprensión Lectora • Interpretación de consignas • Vocabulario técnico y específico • Ortografía

Repaso: La potenciación y sus propiedades

Elementos de la potenciación:

$$base^{exponente} = potencia$$

Por ejemplo, en esta **potenciación**, la **base** es 2, el **exponente** es 5 y la **potencia** es 32:

$$2^5 = 32$$

Propiedades de la potenciación:

Producto de potencias con igual base

Al multiplicar dos potencias de igual base, se suman los exponentes:

$$b^m \times b^p = b^{m+p}$$

Cociente de potencias con igual base

Al dividir dos potencias de igual base, se restan los exponentes:

$$\frac{b^m}{b^p} = b^m : b^p = b^{m-p}$$

Ejemplos:

Todos los ejemplos tienen potencias de 10 porque en seguida vamos a usarlas para estudiar un tema nuevo (notación científica).

$$10^4 \cdot 10^3 = 10^{4+3} = 10^7$$

$$\frac{10^3}{10^5} = 10^3 : 10^5 = 10^{3-5} = 10^{-2}$$

Cuidado con los signos. Si los números son negativos, colócalos entre paréntesis. Después, suprímelos para poder sumar o restar. Recuerda que, al suprimir paréntesis también debes suprimir el signo + o – que tenga adelante; si adelante tiene un signo – entonces debes cambiar el signo del contenido del paréntesis:

$$10^{-2} \cdot 10^{-3} = 10^{(-2)+(-3)} = 10^{-2-3} = 10^{-5}$$

$$\frac{10^4}{10^{-2}} = 10^4 : 10^{-2} = 10^{4-(-2)} = 10^{4+2} = 10^6$$

Notación científica

La notación científica sirve para trabajar cómodamente con números muy chicos o muy grandes, aprovechando las propiedades de la potenciación. Por ejemplo, 10.090.250.000.000 es muy grande; 0,00004205 es muy pequeño.

Veamos cómo podemos hacer para escribirlos en notación científica:

<table>
<tr><td>En este lado izquierdo, convertiremos un número muy grande:</td><td>En este lado derecho, convertiremos un número muy chico:</td></tr>
<tr><td>$10.090.250.000.000$</td><td>$0,00004205$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Siempre debes comenzar poniendo una coma decimal detrás de la <u>primera cifra que no sea cero</u> que encuentres <u>más a la izquierda</u>:</td></tr>
<tr><td>En este caso, colocarás la coma detrás del 1 de la izquierda:
$1,0.090.250.000.000$</td><td>En este otro caso, colocarás una coma detrás del 4. Tacha la coma que había antes:
$0\cancel{,}00004,205$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Escribe $\cdot$ 10 detrás del número:</td></tr>
<tr><td>$1,0.090.250.000.000\ \ 10$</td><td>$0\ 00004,205\ \ 10$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Cuenta cuántos lugares has movido la coma decimal desde donde estaba hasta donde quedó y escribe ese número como exponente para la base 10.</td></tr>
<tr><td></td><td>Si moviste la coma <u>hacia la derecha</u> entonces escribe el exponente pero <u>negativo</u>:</td></tr>
<tr><td>En este caso hay 13 lugares hacia la <u>izquierda</u>. Escribe ese número como exponente para la base 10.
$1,0.090.250.000.000\ \ 10^{13}$
13 lugares</td><td>En este caso hay 5 lugares hacia la <u>derecha</u>. Escribe ese número, pero <u>negativo</u>, como exponente para la base 10.
$0\ 00004,205\ \ 10^{-5}$
5 lugares</td></tr>
<tr><td colspan="2">Para terminar, <u>quítale</u> todos los ceros que sobran:</td></tr>
<tr><td>$1,0.090.25\cancel{0.000.000}\ \ 10^{13}$</td><td>$\cancel{0\ 0000}4,205\ \ 10^{-5}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">El número queda así:</td></tr>
<tr><td>$1,009025\ \ 10^{13}$</td><td>$4,205\ \ 10^{-5}$</td></tr>
</table>

Definición de notación científica

La forma general de un número en **notación científica** es

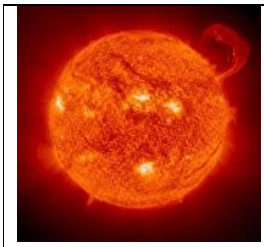
$$a \cdot 10^{n}$$

donde:

$\boldsymbol{a}$ es un número real mayor o igual que 1 y menor que 10, o sea $1 \leq a < 10$, y que recibe el nombre de ***coeficiente*** o ***mantisa***

$\boldsymbol{n}$ es un número entero, que recibe el nombre de ***exponente*** u ***orden de magnitud***.

¿Dónde podemos encontrar ejemplos de uso en la vida cotidiana?

	La masa del Sol es de $1.988.920.000.000.000.000.000.000.000.000\ kg$. En notación científica: **1,98 × 10^{30} kg**.
	La masa de la Tierra es de $5.972.000.000.000.000.000.000.000\ kg$. En notación científica: **5.972 × 10^{24} kg**.
	El tamaño de un virus es $0{,}00000002\ cm$. En notación científica: **2 × 10^{-8} cm**.

Ejercicio

1. Escribir los números en notación científica:

a. 78 000 000 000 =

b. 128 000 =

c. 0,012 3 =

d. 0,000 000 0035 =

Debemos poner mucha atención a esas convenciones para escribir correctamente en notación científica. Veamos algunos ejemplos:

Número	¿Es notación científica?	Explicación
$1,85 \times 10^{-2}$	Sí	$1 \leq 1.85 < 10$ -2 es un entero
$1.083 \times 10^{\frac{1}{2}}$	No	$\frac{1}{2}$ no es un entero
$0,82 \times 10^{14}$	No	0.82 no es ≥ 1
10×10^{3}	No	10 no es < 10

Sólo los números que siguen las convenciones apropiadas para todas las partes de la expresión se consideran **notación científica**.

Ejercicios

2. ¿Cuál de los siguientes números está escrito en notación científica? Justifica cada respuesta teniendo en cuenta el formato general.

Número	¿Es notación científica?	Explicación
a) $4,25 \times 10^{0,08}$		
b) $0,425 \times 10^{7}$		
c) $42,5 \times 10^{5}$		
d) $4,25 \times 10^{6}$		
e) $4,25 \times 10^{-3}$		
f) $4,25 \times 10^{9}$		

3. Dar 3 ejemplos de la vida cotidiana donde aparezcan números en notación científica

Ahora, observa atentamente los siguientes ejemplos:

Pasa a notación científica expresiones en base 10:

a) $347{,}8 \cdot 10^{3} = 3{,}478 \cdot 10^{3+2} = 3{,}478 \cdot 10^{5}$

Movemos la coma **dos** cifras hacia la **izquierda**, entonces **sumamos** **dos** unidades al exponente

b) $0{,}0037 \cdot 10^{6} = 3{,}7 \cdot 10^{6-3} = 3{,}7 \cdot 10^{3}$

Movemos la coma **tres** cifras hacia la **derecha**, entonces **restamos** **tres** unidades al exponente

c) $4320000 \cdot 10^{-5} = 4{,}32 \cdot 10^{-5+6} = 4{,}32 \cdot 10^{+1}$

Movemos la coma **seis** cifras hacia la **izquierda**, entonces **sumamos** **seis** unidades al exponente

d) $0{,}0022 \cdot 10^{-5} = 2{,}2 \cdot 10^{-5-3} = 2{,}2 \cdot 10^{-8}$

Movemos la coma **tres** cifras hacia la **derecha**, entonces **restamos** **tres** unidades al exponente

Ejercicio

4. Teniendo en cuenta lo anterior, pasar a notación científica:

A) $25{,}8 \times 10^{9}$= .... e) $0{,}0008 \times 10^{7}$=..................

B) $154{,}3 \times 10^{-6}$= .... f) $0{,}0025 \times 10^{1}$=...................

C) 42×10^{-1}= .... G) $0{,}03 \times 10^{-9}$=.....................

D) 68000×10^{-3}= .... H) $0{,}5 \times 10^{-1}$ = ...

Comparación de números en notación científica

Otra de las ventajas de la notación científica es que se pueden **comparar** fácilmente dos números para reconocer cual es el mayor o menor.

El mecanismo consiste en comparar los exponentes de la base 10:

El que tiene mayor exponente es el mayor.

Por ejemplo: 2×10^{5} es mayor que 4×10^{2} porque el exponente 5 es mayor que el exponente 2

3×10^{-4} es mayor que 5×10^{-7} porque el exponente -4 es mayor que el exponente -7

3×10^{2} es mayor que 9×10^{-8} porque el exponente 2 es mayor que el exponente -8

Si las potencias son del mismo orden; es decir base 10 e **igual exponente, se comparan los coeficientes o mantisa.**

Por ejemplo: 2×10^{5} es menor que 6×10^{5} porque como la base es 10 y tienen el mismo exponente, en este caso 5, debemos comparar las mantisas y 2 es menor que 6

Ejercicio

5. De cada uno de los siguientes pares, indicar cuál es el mayor:

a) 3×10^3 y 3×10^{-3}

b) 6×10^7 y 4×10^8

c) 3×10^3 y 10000

d) $9{,}6 \times 10^{-3}$ y $1{,}5 \times 10^{-2}$

e) 0,0001 y 2×10^{-4}

f) 21×10^5 y $2{,}1 \times 10^4$

Sugerencia: pasar a notación científica para luego comparar

Sumando y restando números expresados en notación científica

Para sumar y restar números en notación científica, estos **deben tener la misma potencia de base 10.**

Cuando sumamos o restamos números en notación científica, tenemos 2 casos:

- Caso 1: cuando los números a sumar o restar **tienen** la misma potencia de base 10.
- Caso 2: cuando los números a sumar o restar **NO tienen** la misma potencia de base 10.

Veamos ahora ejemplos y ejercicios de cada uno de los casos.

Caso 1: cuando los números a sumar o restar **tienen** la misma potencia de base 10: lo único que tenemos será sumar o restar las mantisas (números que van delante de las potencias de base 10). Veamos un ejemplo:

$$2x10^3 + 3x10^3 = (2+3)x10^3 = 5x10^3$$

Veamos ahora otro ejemplo, pero esta vez con restas:

$$8x10^{-12} - 5x10^{-12} = (8-5)\ x10^{-12} = 3x10^{-12}$$

Caso 2: cuando los números a sumar o restar **NO tienen** la misma potencia de base 10: vamos a realizar algunos pasos:

1. Buscamos la potencia de base 10 con mayor exponente.
2. Expresamos todos los valores en función de la potencia de base 10 con mayor exponente. Para ello, será necesario usar un artilugio, que consiste en multiplicar y dividir por potencias de base 10.
3. Ahora que ya tenemos todos los números con la misma potencia de base 10, sumamos o restamos los números que están delante de las potencias de base 10, como hacíamos en el caso 1.

Veamos ahora un ejemplo:

$$7x10^3 + 4x10^2 = 7x10^3 + 0{,}4x10^3 = (7+0{,}4)x10^3 = 7{,}4x10^3$$

Conclusión:

SUMA

Sumamos las cantidades

En notación científica solo se permite una cifra entera

$$(3{,}4\cdot 10^5)+(2{,}3\cdot 10^4)=(3{,}4\cdot 10^5)+(0{,}23\cdot 10^5)=3{,}63\cdot 10^5$$

Se pasa primero al mismo exponente de base 10

RESTA

Restamos las cantidades

En notación científica solo se permite una cifra entera

$$(4{,}7\cdot 10^3)-(6{,}2\cdot 10^2) = (4{,}7\cdot 10^3)-(0{,}62\cdot 10^3) = 4{,}08\cdot 10^3$$

Se pasa primero al mismo exponente de base 10

Ejercicio

6. Resolver las siguientes sumas y restas

a) $(2{,}5\cdot 10^6)+(1{,}4\cdot 10^6)=$

b) $(37\cdot 10^8)+(0{,}6\cdot 10^8)=$

c) $(0{,}045\cdot 10^{-3})+(5{,}3\cdot 10^{-5})=$

d) $(5{,}6\cdot 10^{-2})-(2{,}1\cdot 10^{-2})=$

e) $(0{,}91\cdot 10^6)-(23{,}8\cdot 10^4)=$

f) $0{,}00000009+1{,}5\cdot 10^{-6}=$

g) $11000000000-6{,}5\cdot 10^{15}=$

Multiplicando y dividiendo números expresados en notación científica

Números que están escritos en notación científica pueden ser multiplicados y divididos fácilmente aprovechando algunas propiedades y reglas. Para **multiplicar** números en notación científica, primero multiplicamos las mantisas (la a en $a \times 10^n$). Luego multiplicamos las potencias de 10 al sumar los exponentes.

Esto producirá un nuevo número por una potencia de 10 diferente. Todo lo que tenemos que hacer es comprobar si este nuevo valor está en notación científica. Si no, lo convertimos.

Veamos un ejemplo:

Ejemplo		
Problema	$(3 \times 10^{8})(6.8 \times 10^{-13})$	
	$(3 \bullet 6.8)(10^{8} \times 10^{-13})$	Reagrupar usando las Propiedades Conmutativas y Asociativas
	$(20.4)(10^{8} \times 10^{-13})$	Multiplicar los números
	20.4×10^{-5}	Sumar los exponentes siguiendo la regla de los exponentes
	$2.04 \times 10^{1} \times 10^{-5}$	Convertir 20.4 a notación científica
	$2.04 \times 10^{1+(-5)}$	Sumar los exponentes siguiendo la regla de los exponentes
Solución	2.04×10^{-4}	

Para **dividir** números en notación científica, también aplicamos las propiedades de los números y las reglas de los exponentes. Empezamos por dividir los números que no son potencias de 10 (la ***a*** en ***a*** x ***10^n^***). Luego dividimos las potencias de 10 al restar los exponentes.
Esto producirá un nuevo número y una potencia de 10 diferente. Si no está ya en notación científica, lo convertimos.

Veamos un ejemplo:

Ejemplo		
Problema	$\frac{2.829 \times 10^{-9}}{3.45 \times 10^{-3}}$	
	$\left(\frac{2.829}{3.45}\right)\left(\frac{10^{-9}}{10^{-3}}\right)$	Reagrupar usando la Propiedad Asociativa
	$(0.82)\left(\frac{10^{-9}}{10^{-3}}\right)$	Dividir los números
	$0.82 \times 10^{-9-(-3)}$ 0.82×10^{-6}	Restar los exponentes
	$(8.2 \times 10^{-1}) \times 10^{-6}$	Convertir 0.82 a notación científica
	$8.2 \times 10^{-1+(-6)}$	Sumar los exponentes
Solución	8.2×10^{-7}	

Recuerda que cuando dividimos los términos exponenciales, restamos el exponente del denominador del exponente del numerador ya que aplicando la propiedad del cociente de dos potencias con igual base (10):

$$\frac{10^m}{10^p} = 10^m : 10^p = 10^{m-p}$$

Es recomendable que, tanto para la multiplicación como para la división, **primero los números estén escritos en notación científica** para luego resolver.

Ejemplos:

a) $(0{,}00000005) \times (2{,}1\text{x}10^{12}) = (5\text{x}10^{-8}) \times (2{,}1\text{x}10^{12}) = (5\text{x}2{,}1) \times (10^{-8}\text{x}10^{12}) =$
$10{,}5\text{x}10^{-8+12} = 10{,}5\text{x}10^{4} = 1{,}05\text{x}10^{4+1} = 1{,}05\text{x}10^{5}$

b) $(3{,}6x10^{-1}) \div (2000000000) = (3{,}6x10^{-1}) \div 2x10^{9} = (3.6 \div 2)\ x10^{-1-9} = 1{,}8x10^{-10}$

c) $(2{,}58x10^{7}) \div (0{,}00003x10^{4}) = (2{,}58x10^{7}) \div (3x10^{4-5}) = (2{,}58x10^{7}) \div (3x10^{-1}) =$
$(2{,}58 \div 3)\ x\ 10^{7-(-1)} = 0{,}86x10^{7+1} = 8{,}6x10^{8}$

d) $(3{,}1x10^{-23})\ x\ (4000000000000) = (3{,}1x10^{-23})\ x\ (4x10^{12}) = (3{,}1x4)\ x\ 10^{-23+12} =$
$12{,}4\ x\ 10^{-11} = 1{,}24\ x10^{-11-1} = 1{,}24\ x\ 10^{-12}$

Ejercicio

7. Resolver los siguientes ejercicios, dejar el resultado en notación científica:

a) $(3{,}1 \cdot 10^{-2}) \cdot (1{,}5 \cdot 10^{-6}) \ =$

b) $(0{,}0000004) \cdot (2{,}3 \cdot 10^{9}) \ =$

b) $(39{,}9 \cdot 10^{4}) \div (0{,}75 \cdot 10^{-5}) \ =$

c) $(25.000.000.000) \ \div \ (5 \cdot 10^{16}) =$

Ejercicios de repaso

Ejercicio 1:

Expresen en notación científica las cantidades de cada item:

a) La distancia del sol a la tierra es de 150.000.000 km aproximadamente:
....

b) El planeta tierra se formó hace 4.567 millones de años.
....

c) Pablo se encuentra a 3.000.000 mm de su casa
....

Ejercicio 2:

Escriban en notación científica los siguientes números:

a) 0,006=...

b) 1.234.000.000=..

c) $34{,}57x10^{-9}$=...

d) $0{,}005x10^{7}$= ....

Ejercicio 3:

Resuelvan, escribiendo previamente en notación científica:

a) $\frac{0{,}0002\times 0{,}03}{0{,}05} =$

b) $\frac{0{,}35\times 254}{28} =$

c) $\frac{5000\times 135000}{3000\times 1200} =$

d) $\frac{3200\times 120}{500\times 0{,}04} =$

Ejercicio 4:

Escriban en notación científica los siguientes números:

a) 0,000376=

b) 45.378.000.000=

c) $245{,}2 \times 10^{-9}$=

d) $0{,}000615 \times 10^{7}$=

Ejercicio 5:

Ordena de menor a mayor:

a) $3{,}27.10^{13}$ $85{,}7.10^{12}$ 453.10^{11}

b) $4{,}23.10^{4}$ $32{,}1.10^{3}$ $11{,}34.10^{3}$ $1{,}23.10^{4}$

Ejercicio 6

Resolver las siguientes sumas y restas:

a) $(3{,}6\text{x}10^{5}) + (2{,}7\text{x}10^{5}) =$

b) $(6{,}21\text{x}10^{3}) + (12{,}2\text{x}10^{2}) =$

c) $(7{,}1\text{x}10^{6}) - (4{,}5\text{x}10^{6}) =$

d) $(56{,}4\text{x}10^{-6}) - (4{,}3\text{x}10^{-5}) =$

e) $(23.457.000.000) - (2{,}9\text{x}10^{10}) =$

f) $(3{,}216\text{x}10^{-5}) + (0{,}0000598) =$

Ejercicio 7

Resolver las siguientes multiplicaciones y divisiones:

a) $(3{,}74 \cdot 10^{-10}) \cdot (1{,}8 \cdot 10^{18}) =$

b) $(5{,}42 \cdot 10^{8}) \cdot (6{,}8 \cdot 10^{12}) =$

c) $(310.000 \cdot 10^{2}) \cdot (0{,}0000028) =$

d) $\frac{1{,}2 \cdot 10^{7}}{5 \cdot 10^{-6}} =$

e) $\frac{532.000 \cdot 10^{-5}}{237.000} =$

f) $\frac{0{,}0048 \cdot 10^{-3}}{12.000} =$

Números irracionales

Eje: CONJUNTOS NUMÉRICOS		
Capacidades generales	**Capacidades específicas**	**Contenido/s conceptual/es**
Aprender a aprender	Reconocimiento de las necesidades personales de aprendizaje y de los errores como parte del proceso. Reflexión crítica acerca del propio desempeño de aprendizaje identificando lo aprendido.	Números irracionales. Aproximaciones: Redondeo y Truncamiento. Notación científica. Operaciones.

Criterios de evaluación	
• Aplica los conceptos vistos. • Usa una técnica coherente de trabajo. • Defiende los resultados producidos. • Desarrolla de forma prolija y ordenada los ejercicios.	• Comprensión Lectora • Interpretación de consignas • Vocabulario técnico y específico • Ortografía

Aproximaciones

En la vida cotidiana resulta más sencillo trabajar, o manejarnos, con unidades completas antes que con partes o cantidades fraccionadas. Cuando vamos al mercado, no es fácil reconocer la exactitud de medio pollo pero no tenemos ningún problema en reconocer un pollo entero. Si tenemos sed y demandamos un vaso lleno de agua ésta es una petición "más simple" que si solicitamos un tercio de vaso. Naturalmente, en el mercado no cuestionaremos si nos ofrecen

medio pollo exacto o no; lo aceptaremos simplemente si "parece" que es medio pollo. Tampoco tiene sentido que dediquemos tiempo a constatar si el agua que nos ofrecen se corresponde con la tercera parte del vaso. En ninguna de estas dos situaciones tenemos interés en la exactitud, en ambas nos conformamos con una ***aproximación***.

Actividades

Ejercicio 1

Señala varias circunstancias de la vida cotidiana donde se realicen aproximaciones.

....

....

....

....

....

....

Truncamientos y redondeos

Aunque estemos en un contexto en el que no busquemos la exactitud, y nos baste con una aproximación, sí es conveniente que conozcamos la magnitud de la aproximación, cómo se ha llegado a ella.

Truncamiento

Una manera de realizar una aproximación a la baja de un número decimal es el *truncamiento*.

> El **truncamiento** consiste en decidir cuántas cifras decimales queremos considerar y, simplemente, eliminar las restantes a partir de la última cifra decimal mostrada.

Por ejemplo:
Al número decimal 12,3763
a) si lo truncamos en las centésimas, aparece la aproximación 12,37
b) si lo truncamos en las milésimas, surge 12,376

Otro ejemplo:
Si disponemos del número decimal periódico $7,\widehat{49}$
a) y lo truncamos en las décimas entonces nos encontramos con la aproximación 7,4
b) o al truncarlo en la quinta cifra decimal obtenemos 7,49494

Redondeo

Otra forma de realizar una aproximación es a través de un *redondeo*.

> Él **redondeo** consiste en decidir cuántas cifras decimales va a tener la aproximación, realizar un truncamiento y mantener o incrementar en una unidad la parte decimal del truncamiento, según cuál sea la primera cifra decimal que vamos a quitar.
> El criterio para efectuar, o no, dicho incremento es el siguiente:
> - Cuando la primera cifra decimal eliminada es 0, 1, 2, 3 o 4, el redondeo coincide con el truncamiento.
> - Si la primera cifra decimal no considerada es un 5, 6, 7, 8 o 9, el redondeo se obtiene al aumentar en una unidad la parte decimal del truncamiento.

Ejemplo:
Si redondeamos el número decimal 12,3763
a) hasta las centésimas, aparece la aproximación 12,38
b) hasta las milésimas, surge 12,376

Ejemplo:
Si disponemos del número decimal periódico $7,\widehat{49}$
a) y lo redondeamos en las décimas nos encontramos con la aproximación 7,5
b) al redondearlo en la quinta cifra decimal obtenemos 7,49495
c) resulta 7,49 si se redondea hasta las centésimas.

Conclusión

APROXIMACIÓN POR "REDONDEO"

En una aproximación por REDONDEO hay que tener en cuenta la primera cifra del números que no se va a escribir y hacer lo siguiente;

- *Si esa cifra **es menor que 5,** se escriben las cifras anteriores tal y como aparecen en el número.(es decir, se aproxima por defecto como en el truncamiento)*

  p.e. si queremos dejar solo un decimal; 3,14--→3,1
  4,84-→4,8

- *Si esa cifra es mayor o igual que 5 , a la última cifra que sí se va a escribir se le suma una unidad*

  p.e. si queremos dejar solo un decimal; 3,15--→3,2
  4,85-→4,9

p.e. Según este método por ejemplo si decidiéramos aproximar las siguientes cifras a 1 decimal;
3,10 **3,1**1 **3,1**2 **3,1**3 y **3,14** todas ellas se aproximarían como **3,1**,
3,15 3,16 3,17 3,18 y 3,19 se aproximarían como **3,2** al ser la última cifra eliminada mayor o igual que 5.
p.e. aproximar a un decimal 3,143 daría 3,1 pero hacerlo con 3,153 daría 3,2 por que al rechazar los otros dos la primera que no se cogen en el primer caso es un 4 y en el segundo un 5.

APROXIMACIÓN POR "TRUNCAMIENTO"

Una aproximación por TRUNCAMIENTO consiste en escribir únicamente las cifras que interesan del número y despreciar el resto.

p.e si el número es el 34,33196 y nos interesan 3 decimales (lo decidimos o nos lo exigen)lo aproximaríamos como 34,331, si nos interesaran 4 decimales lo aproximaríamos como 34,3319, y si nos interesara por ejemplo 1 como 34,3.

En todos estos casos la primera cifra que ya no ponemos y las siguientes tienen un valor nulo, es decir es como si escribiéramos 34,331**0** en el primer caso, o 34,3319**0** en el segundo o 34,3**0** en el último caso mencionado. De hecho ***"truncar"*** significa cortar o partir una parte de algo, por todo esto como la última cifra que ponemos se queda como está el **truncamiento** es una aproximación por defecto

Actividades

Ejercicio 2

Truncar:

Número	Truncamiento...			
	a los décimos	a los centésimos	a los milésimos	a los diez milésimos
$3,\widehat{125}$				
4,62554789....				
$\sqrt{7}$				
$\frac{1}{3}$				

Ejercicio 3

Redondear:

Número	Redondeo...			
	a los décimos	a los centésimos	a los milésimos	a los diez milésimos
$3,\widehat{125}$				
4,62554789....				
$\sqrt{7}$				
$\frac{1}{3}$				

Ejercicio 4 

Indicar Verdadero (V) o Falso (F)

a) ☐ La aproximación por truncamiento de 2,4567 a las centésimas es 2,45.

b) ☐ La aproximacion por redondeo de $1,\widehat{25}$ a las décimas es 1,2.

c) ☐ La aproximación por truncamiento de 3,215468791245631 a las diezmilésimas es 3,2154.

d) ☐ La aproximacion por redondeo de $\sqrt[2]{2}$ a las décimas es 1,415.

Glosario

• **Números Reales**: En matemáticas, los números reales incluyen tanto a los números racionales como a los números irracionales; y en otro enfoque, trascendentes y algebraicos.

• **Números Racionales**: Se llama número racional a todo número que puede representarse como una fracción común a/b con numerador a y denominador b distinto de cero. El término «racional» alude a fracción o parte de un todo.

• **Números Irracionales**: Es un número que **no** puede ser expresado como una fracción, son enteros, diferente de cero y donde esta fracción es irreducible. Es cualquier número real que no es racional.

Repaso

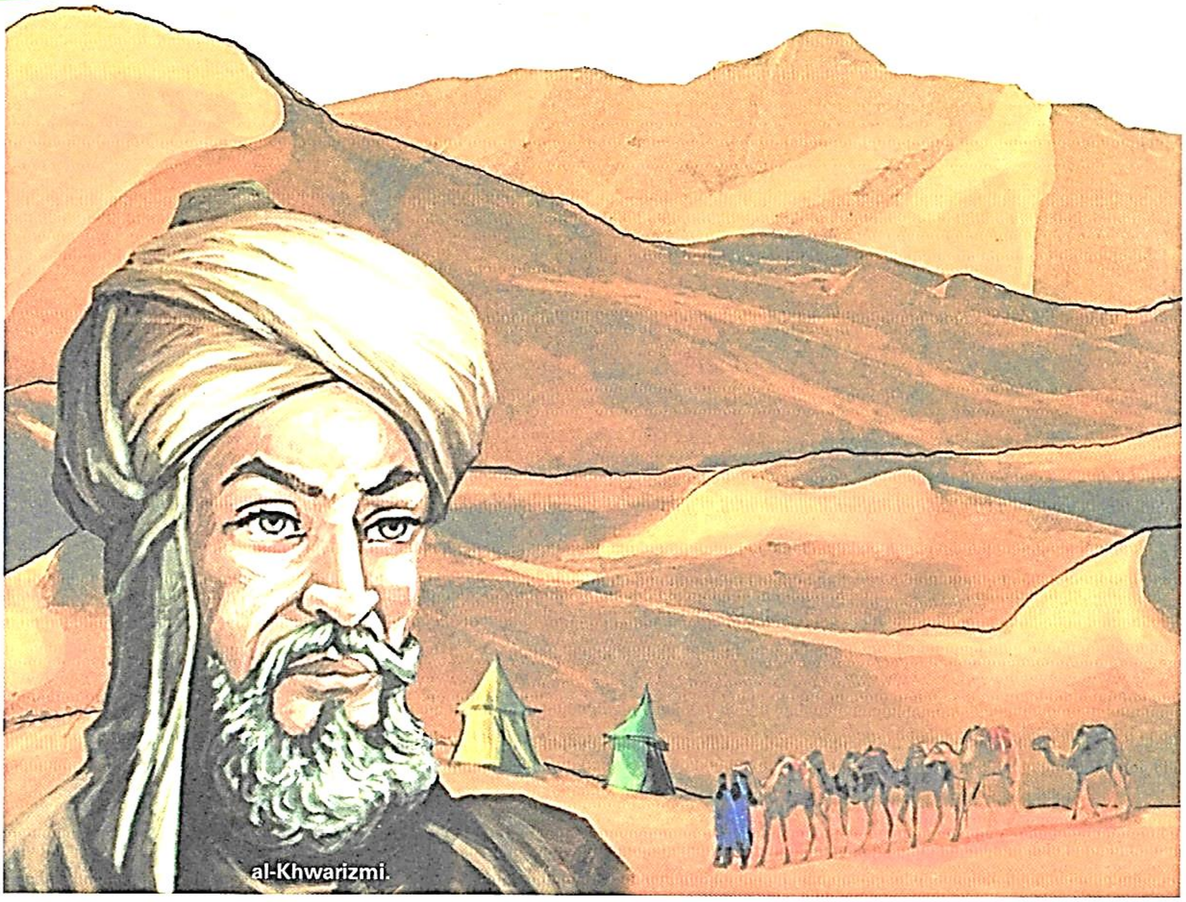
Ejercicio 1: Truncar:

Número	Truncamiento...			
	a los décimos	a los centésimos	a los milésimos	a los diez milésimos
8,254791....				
$\sqrt{3}$				
$\frac{1}{7}$				

Ejercicio 2: Redondear:

Número	Redondeo...			
	a los décimos	a los centésimos	a los milésimos	a los diez milésimos
8,254791....				
$\sqrt{3}$				
$\frac{1}{7}$				

Expresiones algebraicas enteras



Letras y números

Aunque los babilónicos y los egipcios ya usaban el álgebra y los algoritmos mucho antes de la era cristiana, el nombre "álgebra" proviene del árabe al-jabr, vocablo que formaba parte del título de un libro que escribió, alrededor del año 800 de esta era, el matemático al-Khwarizmi.

Muchos otros matemáticos también trabajaron en este campo. Uno de los más destacados es Diofanto de Alejandría, anterior a al-Khwarizmi, conocido por las ecuaciones que propuso en su libro "Aritmética", para las que buscaba soluciones racionales.

¿Pero qué es el Álgebra? Es la parte de la Matemática que permite hacer generalizaciones. Para esto, se emplean no solo números, sino también letras.

Y aunque parece muy complicado, algunas propiedades se expresan de manera sencilla usando letras y números. Por ejemplo, para indicar que la suma cumple la propiedad conmutativa, se escribe $a + b = b + a$.

Escribí en lenguaje algebraico.

a) La multiplicación de números es conmutativa. → ....

b) La resta no cumple la propiedad conmutativa. → ....

c) El producto entre un número y su inverso es 1. → ....

d) Si al triple de un número se lo aumenta en tres unidades, se obtiene el mismo número que si se calcula el triple de su consecutivo. → ....

e) Un número natural cualquiera siempre es menor que su consecutivo. → ....

Expresiones con números y letras

En las expresiones algebraicas se usan letras, llamadas **variables**, y números, conocidos como **coeficientes**.

$3x \longrightarrow$ La variable es **x** porque se puede variar su valor. Por ejemplo, si $x = 2$, el **valor numérico** de la expresión $3x$ es 6.
Por otra parte, esta expresión tiene solo un término, por eso se la llama **monomio**.

$2a^5 + 1 \longrightarrow$ La variable es **a**. Esta expresión es un **binomio** (dos términos). El **grado** de este binomio es 5 porque es el exponente "más alto", y 2 es su **coeficiente principal**, porque es el número que multiplica a la variable con ese exponente.

$-7b^2 + 3b + 1 \longrightarrow$ La variable es **b**. Es un **trinomio** (tres términos), el grado es 2 y el coeficiente principal, -7.

Todas estas expresiones algebraicas en las que las variables solo están elevadas a números naturales y multiplicadas por números reales se llaman **polinomios**. Los anteriores son algunos casos particulares de ellos.

También hay monomios formados por solo un número.

$5 \longrightarrow$ Monomio de grado 1. $0 \longrightarrow$ Polinomio nulo; no tiene grado.

1. ¿Cuáles de estas expresiones algebraicas son polinomios?

¿Polinomio?	$\frac{1}{x}$	$3p^3 - 1$	$2\sqrt{a}$	$-2 + 5y^2 + y$	$\sqrt{2} + a$	$\frac{1}{2}x - 3$
Sí						
No						

2. Indicá el grado de cada uno de los polinomios de la actividad anterior.

3. Completá la tabla con el valor numérico correspondiente.

	$3x^2 - x^3 + 6$	$x - 2x^2$	$\frac{3}{4}x - 1$	$1 - 2x^4$	$-x^5 - x$	$x^3 - x^6$
$x = 0$						
$x = 2$						
$x = -1$						

4. Escribí un polinomio que cumpla lo pedido en cada caso.

a) Es de grado 3, tiene tres términos y el coeficiente principal es negativo.

b) Es un monomio de grado 5 y su coeficiente principal es 0,2.

Operaciones con expresiones algebraicas

Términos semejantes

Antes de sumar o restar hay que prestar atención a que los términos tengan la misma variable y que, además, estén elevadas al mismo exponente, es decir, que sean **semejantes**.

$3a^2$ y $-5a^2$ ⟶ Son términos semejantes porque en ambos la variable es **a** y el exponente, 2.

$-2ab^2$ y $4a^2b$ ⟶ No son semejantes porque, aunque las variables son **a** y **b**, los exponentes no son iguales.

$(2x^4 - x^2 + 3) + (-x^3 + 5x^2 - x^4 + 1) \longrightarrow$

$$\begin{array}{rrrrr} & 2x^4 & & -x^2 & +3 \\ + & -x^4 & -x^3 & +5x^2 & +1 \\ \hline & x^4 & -x^3 & +4x^2 & +4 \end{array}$$

$(2x^4 - x^2 + 3) - (-x^3 + 5x^2 - x^4 + 1) \longrightarrow$

$$\begin{array}{rrrrr} & 2x^4 & & -x^2 & +3 \\ - & -x^4 & -x^3 & +5x^2 & +1 \\ \hline & 3x^4 & +x^3 & -6x^2 & +2 \end{array}$$

Acordate que el – cambia los signos del segundo polinomio.

Atención

No te olvides de acomodar los términos de manera que los semejantes queden uno abajo del otro.

5. Realizá las operaciones indicadas.

a) $(-x^5 + 3x^4 + 3x^3) + (-2x^3 + 4x^2 - 2x^4 + 3)$

d) $(-4x^2 + x^3 - 3x^4 + 5) - (-3x^4 + 5) - (x^3 - 4x^2)$

b) $(-x^5 + 3x^4 + 3x^3) - (-2x^3 + 4x^2 - 2x^4 + 3)$

e) $(-3x^3 - 0{,}5x^2 + 1{,}2) - (-0{,}6x^2 + 1{,}5x) + (2x^3 - 0{,}4)$

c) $(-2x^2 + x^3 - 1) + (x^3 + x^2 - 2) - (1 + x + x^2)$

f) $-\left(\frac{1}{2}x^3 + 2\right) - \left(\frac{2}{5}x - \frac{3}{4}x^3 + \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{3}{5}x + 2x^2\right)$

Producto y cociente de monomios

Para multiplicar dos monomios, se multiplican los coeficientes por un lado y las variables por el otro.

$5x^3 \cdot (-2x^2) = [5 \cdot (-2)] \cdot [x^3 \cdot x^2] = -10x^5$ $\qquad$ $-3a^2b^3 \cdot (4ab^2) = [(-3) \cdot 4] \cdot [a^2 \cdot b^3 \cdot a \cdot b^2] = -12a^3b^5$

Para dividir, se trabaja de manera parecida.

$25x^5 : (-10x^2) = [25 : (-10)] \cdot [x^5 : x^2] = -2{,}5x^3$

Otros productos y cocientes

Para multiplicar o dividir un polinomio por un monomio, por ejemplo, $(2x^3 - 3x^2 + 4x - 1)$ y $(-2x^2)$, se puede trabajar "uno a uno", así:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x - 1 \\ \times \quad -2x^2 \\ \hline -4x^5 + 6x^4 - 8x^3 + 2x^2 \end{array}$$

Se multiplica cada término por $(-2x^2)$.

$$\begin{array}{rl|l} - & 2x^3 - 3x^2 + 4x - 1 & -2x^2 \\ & 2x^3 & \underbrace{-x + 1{,}5}_{\text{Cociente}} \\ \hline & -3x^2 & \\ - & -3x^2 & \\ \hline & \underbrace{4x - 1}_{\text{Resto}} & \end{array}$$

Se divide $(2x^3)$ por $(-2x^2)$, que da $(-x)$, y luego, $(-3x^2)$ por $(-2x^2)$, que da 1,5. Además, como el exponente de $(-2x^2)$ es mayor que el de $(4x - 1)$, no se sigue dividiendo.

Atención

Para facilitar la multiplicación y la división, se pueden acomodar los polinomios, según el exponente de sus términos, de mayor a menor.

8. Operá.

a) $(4x^2 + 3x^4 + 3x^3) \cdot (-2x^3)$

b) $(-5x^2 + x - 3) \cdot (5x^3)$

c) $(-2x^2 + x^3 - 1 + 4x) \cdot (1{,}5x^2)$

d) $\left(\frac{5}{2}x - \frac{7}{6}x^3 + \frac{5}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{5}x^2\right)$

9. Indicá el cociente y el resto de estas divisiones.

a) $(6x^2 + 3x - x^3) : (-3x)$

b) $(-2x^5 + 3x^4 + 6x^3) : (4x^2)$

c) $(-0{,}5x^3 + 1{,}2x^2 - 0{,}6x^5 + 1{,}5x) : (2x^3)$

d) $\left(10x - \frac{5}{4}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - \frac{1}{2}\right) : (5x)$

Atención
Tené cuidado con el orden de las operaciones.

10. Resolvé y rodeá el resultado final.

a) $(3x^2 - 2x + 4x^3) + (2 - 3x + x^2) \cdot (-2x)$

b) $[(3x^2 - 2x + 4x^3) + (2 - 3x + x^2)] \cdot (-2x)$

c) $(-2x^3 + 3x + 6) \cdot (4x^2) + (7x - 4x^2)$

d) $(-2x^3 + 3x + 6) \cdot [(4x^2) + (7x - 4x^2)]$

Ecuaciones

Resolución de ecuaciones con una incógnita

Las ecuaciones con las que se trabajará son igualdades en las que figura un valor desconocido (**incógnita**) representado con una letra.

$$\underbrace{-6 \cdot x + 5}_{\text{1.er miembro}} = \underbrace{23}_{\text{2.° miembro}}$$

Resolver una ecuación es encontrar los valores de la incógnita que hacen válida la igualdad; son las **soluciones** de la ecuación. Para ello, hay que **despejar la incógnita**, deshaciendo las operaciones **en el orden contrario en el que se realizaron**. Cada operación se deshace con su inversa.

Primero se multiplicó x por (–6) y luego se sumó 5 para obtener 23. Entonces, lo primero que se deshace es la suma.

Para deshacer "+5", se resta 5. → $-6 \cdot x \cancel{+5} \cancel{-5} = 23 - 5$

Se cancela y se opera. → $-6 \cdot x = 18$

Para deshacer la multiplicación, se divide por (–6). → $\frac{\cancel{-6}^{1} \cdot x}{\cancel{-6}_{1}} = \frac{18}{-6}$

Se simplifica y se opera. → $\mathbf{x = -3}$ ← solución

Para **verificar**, en la ecuación original se reemplaza la incógnita por los valores encontrados y se opera. $-6 \cdot (-3) + 5 = 18 + 5 = 23$ ✓

17. Resolvé las ecuaciones y verificá las soluciones obtenidas.

a) $4x - 8 = 20$

d) $3 + 3x - 14 + 4x = 10$

Atención

En la práctica no se escriben los números que se cancelan ni los que se simplifican.

$-6 \cdot x + 5 = 23$

$-6 \cdot x = 23 - 5$

$x = \frac{18}{-6}$

$x = -3$

b) $-14x + 70 = 0$

e) $-6x - 12 + 3x = 27$

c) $1 = 5x - 22 : (-2)$

f) $7{,}5 - x = 9 : (-2)$

18. Resolvé las ecuaciones.

a) $7x + 1 - x = \frac{1}{2} + 2x$

c) $x + 2x - 21 - 6x = -x + 2$

b) $-2 - 5x = -12x - 9$

d) $2x - \left(-3x - \frac{3}{2}\right) = \frac{9}{2} - x$

Atención

Si la incógnita aparece en varios términos, se opera para que todos ellos queden en un mismo miembro.

$$x + \boxed{2} - 6x = 18 - \boxed{3x}$$

$$x - 6x + 3x = 18 - 2$$

$$-2x = 16$$

$$x = \frac{16}{-2}$$

$$x = -8$$

19. Usá la propiedad distributiva para resolver las ecuaciones.

a) $(6 - 2x) \cdot (-4) = 8$

d) $(12x - 8) \cdot 0{,}5 = (42 - 9x) : 3$

b) $(100 - 75x) : (-25) = 4x$

e) $(x - 1) \cdot (-5) = 3x - (15 - 2x)$

c) $2 \cdot (4x + 1) = (6 - x) \cdot (-3)$

f) $\left(-\frac{3}{2}\right) \cdot (2 - x) - \frac{1}{2}x = 8 - 2x$

20. Resolvé planteando una ecuación.

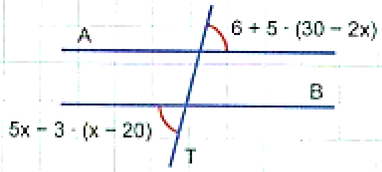
a) Si a un número se le suma su triple, se obtiene la diferencia entre el número original y 9. ¿Qué número es?

b) El triple de la suma de dos enteros consecutivos es igual al anterior del cuádruplo de 7. ¿Cuáles son los números?

c) Ana y Luli reúnen 250 figuritas. Ana tiene 50 menos que el doble de las de Luli. ¿Cuántas figuritas posee cada una?

d) El perímetro de un rectángulo es de 30 cm. Un lado es 1 cm más largo que otro. ¿Cuánto mide cada lado? Podés ayudarte con un dibujo.

e) Las amplitudes indicadas en el dibujo están en grados. ¿Cuánto mide cada uno de esos dos ángulos, si A // B?



21. Gaby dice que la ecuación $2x + 1 = x - 3 + x$ no tiene solución. ¿Es así? Mostrá tu razonamiento.

22. ¿Con cuál de los números del recuadro hay que completar para que la ecuación no tenga solución? Mostrá el absurdo al que se llega al intentar resolverla.

$5x - 2 =$ ___ $\cdot (-4 + x)$

2	4	5	−5

Atención

La ecuación $\mathbf{x = x + 1}$ no tiene solución, ya que ningún número puede ser igual a sí mismo más 1. Al intentar resolverla se llega a una expresión no válida.

$$x = x + 1$$
$$x - x = x + 1 - x$$
$$0 = 1 \leftarrow \text{absurdo}$$

Hallar el valor de la incógnita

Las ecuaciones son igualdades entre expresiones algebraicas. Si se trabaja con expresiones que involucran una sola variable, resolver o hallar la solución de la ecuación es encontrar todos los valores que puede tomar la variable para que la igualdad siga siendo válida. Como esos valores no se conocen de antemano, a la variable se la llama incógnita.

Algunas ecuaciones no tienen solución.

$5x - 1 = -x + 7$

$5x - 1 + x + 1 = -x + 7 + x + 1$

$6x = 8$

$6x : 6 = 8 : 6$

$\boxed{x = \frac{4}{3}}$

Tiene una solución.

$x \cdot (2x + 3) = 0$

$\boxed{x = 0}$ o bien $2x + 3 = 0$

$2x + 3 - 3 = 0 - 3$

$2x : 2 = -3 : 2$

$\boxed{x = -\frac{3}{2}}$

Tiene más de una solución.

$3x + 4 = -x - (1 - 4x)$

$3x + 4 = -x - 1 + 4x$

$3x + 4 = 3x - 1$

$3x + 4 - 3x = 3x - 1 - 3x$

$\boxed{4 = -1}$

No tiene solución (porque $4 = -1$ es **falso**).

Para verificar la solución, alcanza con reemplazar el o los valores hallados en la ecuación y comprobar que se cumple la igualdad.

22. Resolvé estas ecuaciones e indicá si alguna no tiene solución.

a) $2 - (3x + 5) = 3 - 2x$

e) $(3 - x) \cdot (-5) = 4 - 5x - 16$

b) $0{,}5x - 1 = x + 9$

f) $-2x^2 + 3x + 1 = x \cdot (3 - 2x) - 1$

c) $(1 - 2x) \cdot 3 = 9 + 3x$

g) $(x^2 - 3) - (2x + 3) = (x - 3)^2$

d) $(-x - 4) : (-2) = 1{,}5x - 0{,}5$

h) $-(2x + 1)^2 = (2x + 1) \cdot (-2x + 1)$

23. Mirá las soluciones que encontraron los chicos e indicá quién se equivocó y a quién le faltó alguna solución.

Corregí

Pitu	**Male**	**Facu**	**Toti**
$0,1x + 0,2 = 0,4$	$4x - 2 = 5 + 3x$	$1 - 2x = 3x - 4$	$x^2 + x = 0$
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
$x = 2$	$x = 1$	$x = 1$	$x = -1$

24. Hallá los valores de x.

Atención
Recordá que si $a \cdot b = 0$, entonces $a = 0$ o $b = 0$.

a) $2x \cdot (-3x + 5) = 0$

d) $(3 - x) \cdot (-5x) = 0$

b) $0 = (x + 9) \cdot (5x - 1)$

e) $(-x - 4) \cdot (-2x) \cdot (1,5x - 0,5) = 0$

c) $(9 + 3x) \cdot (1 - 2x) = 0$

f) $1 = x \cdot (-2x + 3x + 1) \cdot (3 - 2x) + 1$

25. Completá lo que hicieron Lucas y Raquel para resolver sus ecuaciones.

Lucas

$x^2 - 9 = 0$ $\longrightarrow$ Como $x^2 - 9$ es una diferencia de cuadrados,

(__________) · (__________) = 0 $\longleftarrow$ lo escribió como producto.

x = __________ o bien x = __________

Raquel

$x^2 - 2x + 1 = 4$ $\longrightarrow$ Como $x^2 - 2x + 1$ es ____________________, lo escribió

$(x - 1)^2 = 4$ $\longleftarrow$ como ____.

x − 1 = __________ o bien x − 1 = __________ $\longrightarrow$ Hay dos números que elevados al cuadrado dan cuatro.

x = __________ o bien x = __________

26. Resolvé estas ecuaciones como lo hicieron Lucas y Raquel en la actividad anterior.

a) $\frac{16}{9} - x^2 = 0$

d) $x^2 + 4x + 4 = 0$

b) $0 = x^2 - \frac{4}{25}$

e) $4x^2 - 4x = -1$

c) $4x^2 - 5 = 4$

f) $6x = x^2 + 9$

27. Escribí una ecuación que represente cada situación y resolvela.

a) En un rectángulo de 32 cm de perímetro, uno de sus lados es el doble del otro menos 2 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

b) A partir de un cuadrado se obtuvo un rectángulo que tiene 3 cm menos de alto y 3 cm más de largo. Si el área del rectángulo es 7 cm^2, ¿cuánto medían los lados del cuadrado?

28. Escribí una ecuación que cumpla lo pedido en cada caso.

a) Tiene solo una solución.

b) No tiene solución.

c) La única solución es –7.

d) No tiene solución entera, pero sí racional.

Ecuaciones

Resolución de ecuaciones con una incógnita

Las ecuaciones con las que se trabajará son igualdades en las que figura un valor desconocido (incógnita) representado con una letra.

$$\underbrace{-8 \cdot x + 3}_{1.^{er}\ \text{miembro}} = \underbrace{27}_{2.^{\circ}\ \text{miembro}}$$

Resolver una ecuación es encontrar los valores de la incógnita que hacen válida la igualdad; son las soluciones de la ecuación. Para ello hay que **despejar la incógnita**, "deshaciendo las operaciones **en el orden contrario en el que se realizaron**". Cada operación se deshace con su inversa.

Primero se multiplicó x por (−8) y luego se sumó 3 para obtener 27. Entonces, lo primero que se deshace es la suma.

Para deshacer "+3", se resta 3. → $-8 \cdot x + \cancel{3} - \cancel{3} = 27 - 3$

Se cancela y se opera. → $-8 \cdot x = 24$

Para deshacer la multiplicación, se divide por (−8). → $\frac{\cancel{-8}^{1} \cdot x}{\cancel{-8}_{1}} = \frac{24}{-8}$

Se simplifica y se opera. → $\mathbf{x = -3}$ ← solución

Para **verificar**, en la ecuación original se reemplaza la incógnita por los valores encontrados y se opera. $-8 \cdot (-3) + 3 = 24 + 3 = 27$ ✓

31. Resolvé cada ecuación y verificá la solución obtenida.

a. $-3x + 1 = 28$

d. $5 - x + 6x = 0$

b. $9x + 27 = 0$

e. $-4 + 4 : 2 - 6 = 3x$

c. $-47 = -8x + 1$

f. $4{,}5 + 7 : 2 - 2x + 1 = -9 - 3 \cdot 2$

Fijate bien

En la práctica no se escriben los números que se cancelan ni los que se simplifican.

$-8 \cdot x + 3 = 27$

$-8 \cdot x = 27 - 3$

$x = \frac{24}{-8}$

$x = -3$

32. Resolvé las ecuaciones.

a. $2 - x = 6x - 12$

c. $x - 3 + 5x = 7 - 9x$

b. $\frac{1}{2}x + 1 = 19 - \frac{5}{2}x$

d. $x - 2x = 4x - 6x$

Atención

Si la incógnita aparece en varios términos, se opera para que todos ellos queden en un mismo miembro.

$$4x + \boxed{5} - 3x = 15 + \boxed{6x}$$

$$4x - 3x - 6x = 15 - 5$$

$$-5x = 10$$

$$x = \frac{10}{-5}$$

$$x = -2$$

$$\frac{1}{3}x + 5 = 11 + \frac{4}{3}x$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}x = 11 - 5$$

$$-\frac{3}{3}x = 6 \quad -x = 6 \quad x = -6$$

33. Resolvé las ecuaciones. Usá la propiedad distributiva, si fuera necesario.

a. $2 \cdot (2x + 3) = -10$

d. $6 + (3 - x) + x = 2x - 3$

b. $-(1 - x) = 10 \cdot (-2 + x)$

e. $4 \cdot (3x - 2) - x = (5x + 1) \cdot 2$

c. $3 \cdot (x - 9) = (-9) \cdot (-x + 3)$

f. $-3 \cdot (2 - x) = (4x + 2) : 2$

Ecuaciones

¿Cuánto vale la incógnita?

- Una ecuación es una igualdad entre expresiones algebraicas. A la letra se la conoce como incógnita. Puede haber ecuaciones con más de una incógnita, pero por ahora se trabajará con una sola.

$$\underbrace{4x+2}_{\text{Primer miembro}} = \underbrace{3x-1}_{\text{Segundo miembro}}$$

- Resolver una ecuación significa hallar los valores de la incógnita que hacen que se cumpla la igualdad. Para eso se puede realizar la misma operación en ambos miembros, ya que la igualdad no se altera, y así se pueden "eliminar" los números y operaciones hasta "despejar" la incógnita, es decir, hallar la solución.
  Una ecuación puede tener una sola solución, más de una, o puede no tener solución.
  Para verificar que el valor obtenido es correcto, se reemplaza en la incógnita y se observa si se cumple la igualdad.

$$2a + 5 = 15$$
$$2a + 5 - 5 = 15 - 5$$
$$2a = 10$$
$$2a : 2 = 10 : 2$$
$$a = 5$$

Una solución única.

Verificación

$$2 \cdot 5 + 5 = 15$$
$$10 + 5 = 15$$
$$15 = 15 \checkmark$$

$$b^2 - 1 = 3$$
$$b^2 - 1 + 1 = 3 + 1$$
$$b^2 = 4$$
$$b = 2 \quad b = -2$$

Más de una solución.

Verificación

$$2^2 - 1 = 3 \qquad (-2)^2 - 1 = 3$$
$$4 - 1 = 3 \qquad 4 - 1 = 3$$
$$3 = 3 \checkmark \qquad 3 = 3 \checkmark$$

$$c^2 + 1 = 0$$
$$c^2 + 1 - 1 = 0 - 1$$
$$c^2 = -1$$

No tiene solución (ningún número real elevado al cuadrado es igual a un número negativo).

Dos casos muy particulares

- $2(d+1) = 2d + 2$

  $\cancel{2d} + \cancel{2} = \cancel{2d} + \cancel{2}$

  $0 = 0$

  Tiene infinitas soluciones (0 = 0 es verdadero para cualquier valor de d).

- $2e - 1 = 2e - 4$

  $2e - 2e = -4 + 1$

  $0 = -3$

  No tiene solución (para ningún valor de e se cumple la igualdad 0 = –3).

41. Resolvé estas ecuaciones y verificá las soluciones. Si tiene infinitas, elegí dos o tres valores para verificarla.

a. $3x + 2 + 2x = 12$

b. $2(3x + 2) = 5x + 4$

c. $4(2x + 1) - 2 = 3(2x + 2) - 4$

d. $4(2x + 1) = 8x + 3$

e. $\sqrt{x + 1} = 4$

f. $x^2 + 3 = 12$

42. Indicá la opción correcta en cada caso.

a. $3(2x+2)+4=-2(2x-6)-2$

La solución es $x=-5$. | La solución es $x=0$. | La solución es $x=\frac{6}{5}$.

b. $-4(2x+2)+2=2(x-4)-2$

La solución es $x=2$. | La solución es $x=-2$. | La solución es $x=\frac{2}{5}$.

c. $(x+2)^2+2=4x+10$

Las soluciones son $x=2$ y $x=-2$. | La solución es $x=2$. | No tiene solución.

d. $x^4+6-2x=5-2x$

Las soluciones son $x=1$ y $x=-1$. | La solución es $x=-1$. | No tiene solución.

e. $(x-1)^2+8=(x+1)(x-1)+10-2x$

No tiene solución. | La solución es $x=1$. | Tiene infinitas soluciones.

43. Planteá la ecuación que representa cada situación y resolvela.

a. La sexta parte de la edad que tendrá Valen dentro de un año es igual a la diferencia entre el triple de su edad y ciento veintisiete tercios. ¿Qué edad tiene Valen?

b. El cuadrado de la suma entre un número y tres es igual a la suma entre el séxtuplo de ese número y dieciocho. ¿Cuál puede ser el número? ¿Hay más de una posibilidad?

c. El cubo de la diferencia entre un número y dos es igual a la diferencia entre doce veces ese número y el séxtuplo de su cuadrado. ¿De qué número se trata?

d. La mitad de la diferencia entre un número y la raíz cúbica de veintisiete octavos es igual al producto entre el opuesto de tres cuartos y el inverso de un medio. ¿De qué número se trata?

Fijate bien

Recordá que el opuesto de 4 es –4, y el inverso de 4 es $\frac{1}{4}$.

Ecuaciones con proporciones

- Una **razón** es el cociente entre dos números; por ejemplo, $\frac{3}{4}$ es la razón entre 3 y 4.
  Cuando dos razones son iguales, forman una **proporción.** Es decir, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ es una proporción y en ella se cumple que $ad = bc$. Esta es la **propiedad fundamental de las proporciones** y, en ocasiones, resulta muy útil para resolver ecuaciones.

$$\frac{4}{5} = \frac{a}{10} \rightarrow 4 \cdot 10 = 5a$$
$$40 = 5a$$
$$8 = a$$

44. Resolvé estas ecuaciones y verificá la solución. Cuando sea necesario, usá la propiedad fundamental de las proporciones.

a. $\frac{a+1}{4} = \frac{5}{6}$

b. $\frac{b-2}{5} = \frac{b+3}{\sqrt[3]{-64}}$

c. $\frac{d^2}{-\frac{12}{5}} = \frac{-\frac{45}{4}}{d}$

d. $\sqrt{x + \frac{1}{4}} - 0{,}5 = 1$

e. $\sqrt[3]{x - \frac{8}{9}x} = \sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$

f. $(x+2)^3 - x^3 = 6x^2$

Inecuaciones

Mayor o menor

Los símbolos > (mayor) y < (menor) permiten expresar relaciones de orden, conocidas como desigualdades. Por ejemplo, puede decirse, sin duda alguna, que $1 < 2$.

También se usan los símbolos ≥ (mayor o igual) y ≤ (menor o igual).

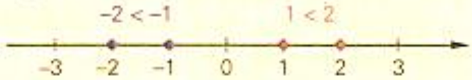
Si dos expresiones algebraicas se relacionan empleando estos símbolos, se obtiene una **inecuación**.

$2x - 1 > -x + 7$ $\qquad\qquad$ $4 \leq -x + (3 - 4x)$

Resolución

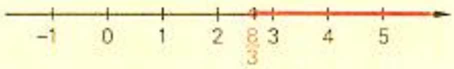
Con las inecuaciones se trabaja de forma similar a las ecuaciones. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que al multiplicar o dividir una desigualdad por un número negativo, la relación de orden se invierte.

$1 < 2 \rightarrow -1 > -2 \rightarrow$ Es fácil verlo en la recta:



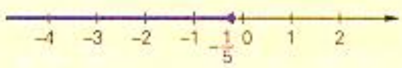
Esto debe considerarse también al resolver inecuaciones.

$$\begin{aligned} 2x - 1 &> -x + 7 \\ 2x - 1 + x + 1 &> -x + 7 + x + 1 \\ 3x &> 8 \\ 3x : 3 &> 8 : 3 \\ x &> \frac{8}{3} \end{aligned}$$



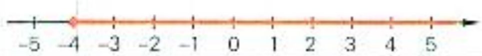
En la recta, como $\frac{8}{3}$ no forma parte de la solución, el punto que lo representa queda "vacío".

$$\begin{aligned} 4 &\leq -x + 3 - 4x \\ 4 - 3 &\leq -5x + 3 - 3 \\ 1 &\leq -5x \\ 1 : (-5) &\geq -5x : (-5) \\ -\frac{1}{5} &\geq x \end{aligned}$$



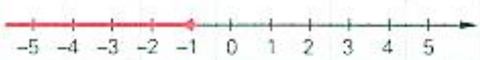
En cambio, como $-\frac{1}{5}$ sí está incluido en la solución, el punto correspondiente está "lleno".

29. Expresá mediante una inecuación la parte de la recta coloreada.

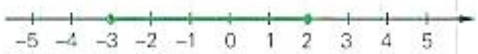
a) 

c) 

b) 

d) 

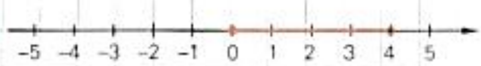
30. Solo una de las chicas dice lo correcto. ¿Quién?

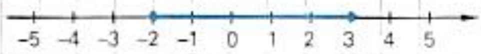


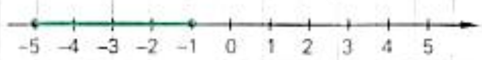
Pao: No sé bien cómo expresar lo que está pintado en la recta, pero creo que es $-3 < x \leq 2$.

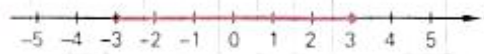
Mile: Tal vez se pueda escribir así: $-3 > x$ y además $x \leq 2$.

31. Expresá en forma algebraica.

a) 

b) 

c) 

d) 

32. Resolvé cada inecuación y representá su solución en la recta numérica. ¿Hay alguna que no tenga solución? ¿Cómo te diste cuenta?

a) $3x + 2{,}5 > 3 - 2x$

b) $2x - 1 \leq (x + 5) \cdot (-3)$

c) $3 \cdot (-2x + 5) < (3x - 3) + (-x + 8)$

d) $(2{,}5x + 5) \cdot (-2) > -5x + 5$

e) $(1 - x) \cdot (-5) \geq (4 - x) \cdot (-2)$

f) $-2x^2 + 1 < x \cdot (5 - 2x) - 6$

g) $(1 - x) \cdot (x + 1) \geq x \cdot (4 - x)$

h) $(x - 5)^2 \geq (-1) \cdot (5 - x) \cdot (5 + x)$

33. Martín escribió la inecuación $3x - 1 > 4x - (x + 3)$ y dice que la verifica cualquier número que se le ocurra. ¿Es cierto?

Resolviendo inecuaciones

- Una **inecuación** es una desigualdad en la que figura, por lo menos, una incógnita representada por una letra.
  O sea, es como una ecuación en la que hay, en vez de un signo igual, uno de estos símbolos: < (menor), > (mayor), ≤ (menor o igual), ≥ (mayor o igual).
  Resolver una inecuación significa hallar el o los valores de la incógnita que la verifican.
  Para resolver una inecuación, se debe tener en cuenta lo siguiente:
  a) Si se suma o resta el mismo número en ambos miembros, la desigualdad se mantiene. Lo mismo ocurre si se multiplica o se divide, en ambos miembros, por un mismo número **positivo**.
  b) Si se multiplica o se divide en ambos miembros por un mismo número **negativo**, se invierte el sentido de la desigualdad.

$$2a + 1 \leq 7$$
$$2a + 1 - 1 \leq 7 - 1$$
$$2a \leq 6$$
$$2a : 2 \leq 6 : 2$$
$$a \leq 3$$

En la recta, el punto "lleno" en 3 indica que está incluido en la solución.

$$-2b + 3 < 5$$
$$-2b + 3 - 3 < 5 - 3$$
$$-2b < 2$$
$$-2b : (-2) > 2 : (-2)$$
$$b > -1$$

El punto en –1 está "vacío" porque no está en la solución.

45. Completá el cuadro.

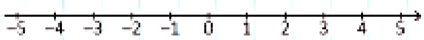
Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
Todos los números mayores que –4.	
	$x \leq 5$
Todos los números mayores que –2 y menores o iguales que 3.	
	$5 \leq x < 7$
	$x > -3$

46. Representá en la recta numérica.

a. $a \geq 2$

b. $x > 0$

c. $-1 < c \leq 2$



d. $-4 \leq m < -1$

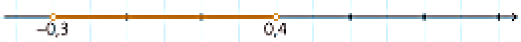
Fijate bien

$-1 < x < 2$ representa todos los números mayores que – 1 y menores que 2.

47. Indicá las desigualdades representadas en cada recta.

a. 

b. 

c. 

d. 

48. Resolvé las siguientes inecuaciones y representá cada solución en la recta numérica.

a. $4x+1\leq 2$

d. $5x-\frac{1}{2}\geq 3x+\frac{3}{2}$

b. $-3y-4>1$

e. $-2x\leq \sqrt[5]{\left(\frac{1}{32}\right)^{-1}}$

c. $3(x-2)<x+1$

f. $-3(x+1)\geq -x-6$

49. Escribí una inecuación cuya solución sea $x\geq -\frac{1}{2}$.

56. Resolvé las ecuaciones y verificá las soluciones.

a. $3x+8+2x=-6+x+1$

b. $5(4x-2)+15=3(6x-5)+5$

c. $\sqrt[3]{2x-1}+2=\dfrac{1}{3}$

d. $\dfrac{\frac{1}{2}}{4x+1}=\dfrac{0,\hat{3}}{2x-3}$

e. $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{2}-x$

57. Planteá la ecuación que representa cada situación y resolvela. Después verificá la o las soluciones obtenidas.

a. La diferencia entre la tercera parte del siguiente de un número y el propio número da como resultado la raíz cúbica de un octavo.

b. La diferencia entre el cuadrado de un número y el cuadrado de tres coincide con la diferencia entre la quinta potencia de dos y cinco.

c. El cuadrado del anterior de un número es igual a la diferencia entre treinta y siete y el doble de dicho número.

d. La razón entre el siguiente y el anterior de un número es igual a dos quintos.

58. ¿Quién tiene razón?

La ecuación $x^2-1=-5$ tiene una solución.
Mae

No, tiene dos.
Lauti

Nada que ver. Esa ecuación no tiene solución.
Carla

59. Resolvé las inecuaciones y representá la solución en la recta numérica.

a. $3x+\dfrac{1}{2}\le x-\dfrac{3}{4}$

b. $-4x+\dfrac{1}{3}>1,\hat{2}$

c. $\dfrac{-2x-3}{3}\le\dfrac{-0,\hat{7}}{\frac{5}{3}}$

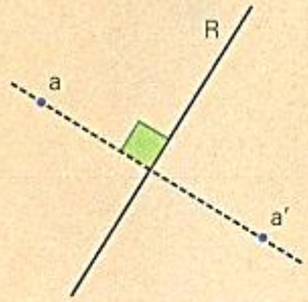
Movimientos

Simetrías

Simetría axial

Para hallar la distancia entre un punto **a** y una recta R, se mide el segmento más corto entre la recta y el punto; ese segmento es perpendicular a R.

Si se traza la recta que contiene a ese segmento y se marca otro punto **a'** que está a la misma distancia de R, pero "del otro lado", entonces **a** y **a'** son simétricos respecto del eje R.

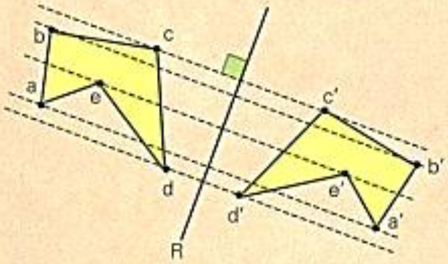


Esta **simetría axial** o **simetría de eje R** se anota como $\mathbf{S_R}$.

Hallando el simétrico de todos los vértices de un polígono, se puede encontrar su "reflejo" respecto de R, o sea, su simétrico. Hay que tener cuidado de unir los vértices reflejados en el mismo orden que en el polígono original.

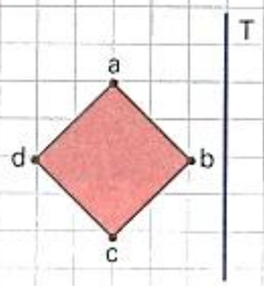
En las simetrías de eje se conservan las medidas de los ángulos y de los segmentos, pero cambia la orientación de la figura.

La original y su imagen son congruentes.

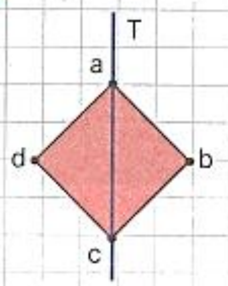


1. a) Buscá la figura resultante o imagen de cada figura a través de la simetría de eje T.

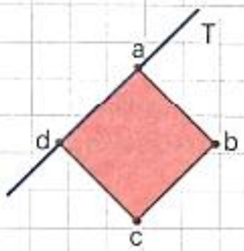
I)



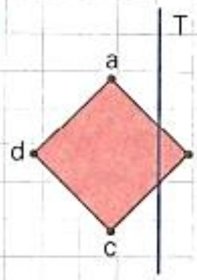
III)



II)



IV)



b) De los casos anteriores, ¿en cuál la recta T es eje de simetría de la figura?

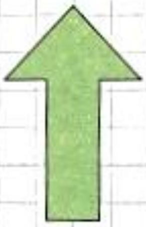
Atención

Una figura tiene un eje de simetría R si al aplicarle S_R su imagen queda superpuesta a la original.

2. ¿Existe algún punto de una figura que luego de aplicarle una simetría axial quede en el mismo lugar donde estaba? ¿Qué condición tiene que cumplir para que suceda esto?

3. Ubicá en cada caso un eje de simetría para que la flecha que resulta mire hacia...

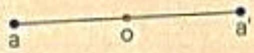
a) ...abajo.



b) ...la derecha.

Simetría central

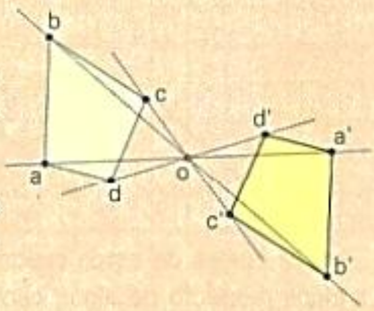
Dos puntos **a** y **a'** son simétricos respecto de un punto **o** (llamado centro), si **o** es el **punto medio** del segmento con extremos **a** y **a'**.
Así, **a** y **a'** están a la misma distancia de **o**.



Para encontrar el simétrico de **a** respecto de **o**, se traza la recta **ao** y se marca **a'** a la misma distancia de **o**, pero "del otro lado".

Haciendo lo mismo con todos los puntos de un polígono, se encuentra su simétrico respecto del centro **o** (S_o), o sea, su imagen.

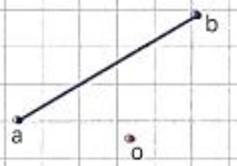
Las simetrías de centro también conservan las medidas de los segmentos y de los ángulos, pero no la orientación de la figura. En este caso, también las figuras son congruentes.



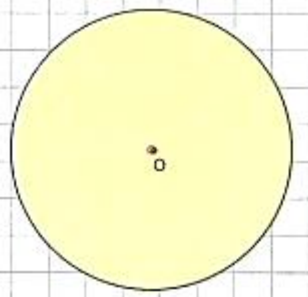
4. Puede ocurrir que al hacer una simetría central, el simétrico de un punto sea el mismo punto. ¿En qué caso se observa esto?

5. Hallá la imagen de cada figura a través de una simetría de centro o (S_o).

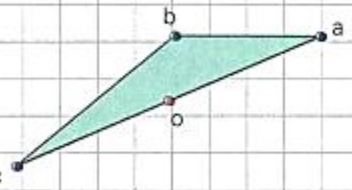
a)



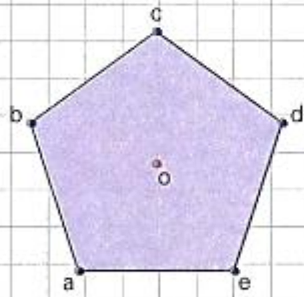
c)



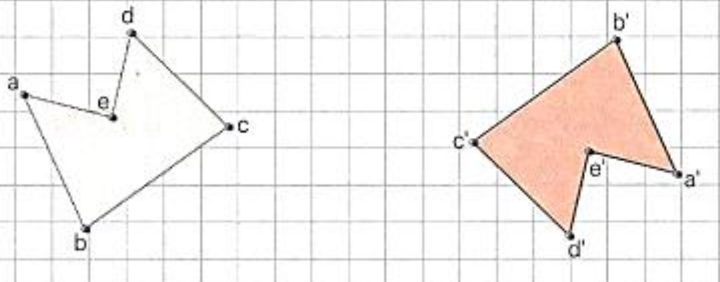
b)



d)



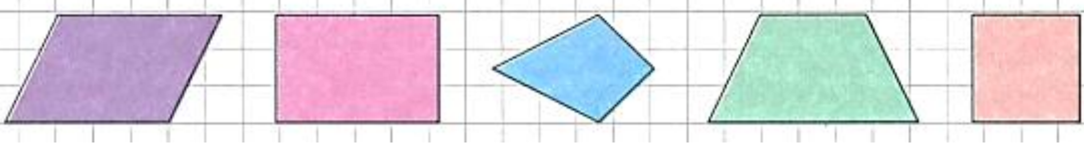
6. Encontrá el centro de simetría **o** que transforma el pentágono abcde en a'b'c'd'e'. Explicá lo que hiciste para hallarlo.



7. Indicá cuáles de estos cuadriláteros son simétricos respecto de algún centro. Si es posible, identificá el centro de simetría.

Atención

Una figura tiene un centro de simetría **o** si al aplicarle S_o, su imagen queda superpuesta a la figura original.



Rotación

Sentido del giro

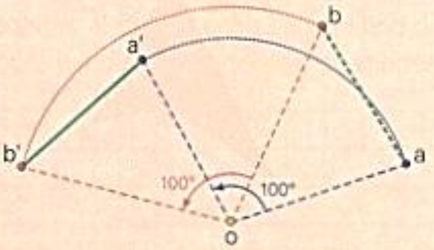
Al rotar se consideran **positivos** los giros que se hacen en el sentido antihorario (contrario a las agujas del reloj), y **negativos** los que se realizan en sentido horario.

Para indicar un giro de 40° en el sentido de las agujas del reloj, se escribe –40°.

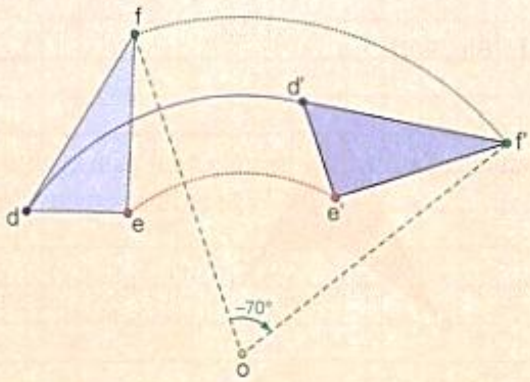
Rotaciones

Para realizar una rotación, es necesario indicar un punto alrededor del que se hará el giro (un centro) y un ángulo orientado (cuánto y en qué sentido se realizará la rotación).

A una rotación de centro **o** y ángulo de 60° en sentido horario se la indica R(o, –60°).



R(o, 100°)



R(o, –70°)

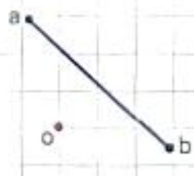
Las rotaciones, como el resto de los movimientos estudiados, conservan las medidas de los ángulos y el tamaño de las figuras. Las imágenes son idénticas a las figuras originales, es decir, ambas son congruentes.

8. En cada caso rotá el segmento ab según se indica.

a) R(o, 40°)

b) R(o, –90°)

c) R(o, –120°)



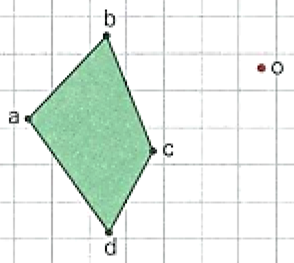
9. Juli dice que la rotación **c)** de la actividad anterior equivale a rotar el segmento 240° con el mismo centro. Fijate si es cierto y tratá de explicar por qué.

Atención

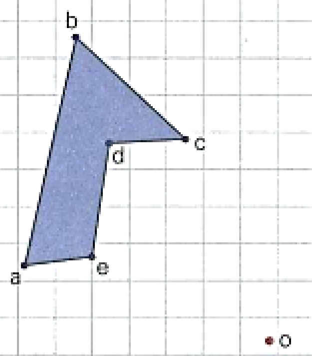
Recordá que los vértices obtenidos al rotar se unen en el mismo orden que en la figura original.

10. Realizá las rotaciones indicadas.

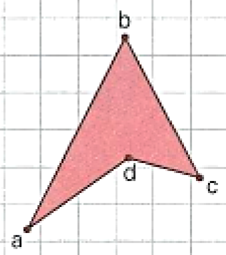
a) R(o, 110°)



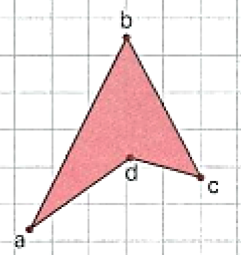
c) R(o, –70°)



b) R(c, 90°)

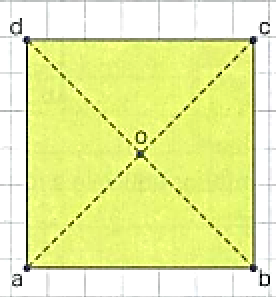


d) R(c, 180°)



11. Fede se dio cuenta que en la rotación **d)** de la actividad anterior podría haber realizado una simetría y obtener la misma figura resultante (la misma imagen). ¿A qué simetría se refiere?

12. ¿Para qué rotaciones de centro **o** las imágenes del cuadrado abcd quedan superpuestas con él?

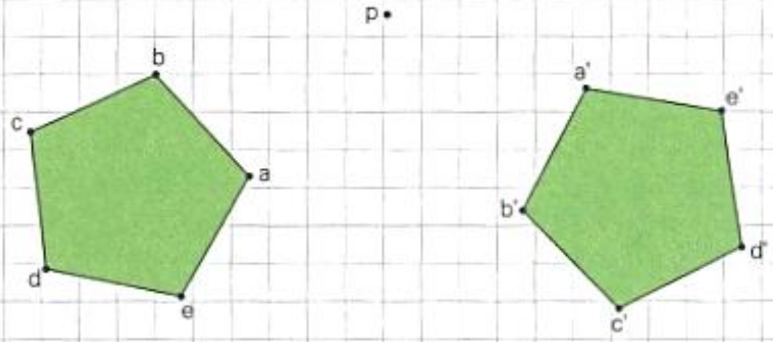


13. Marina rotó el pentágono abcde, con centro en el punto **p**, pero no se acuerda con qué ángulo lo hizo.

a) Mirá la figura original y su imagen, y hallá un ángulo de rotación.

Atención

Podés trabajar primero con un vértice y su imagen, por ejemplo, con **a** y **a'**.



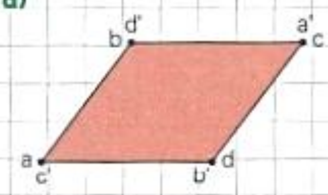
b) Matías dice que él también obtuvo la misma imagen, pero que usó otro ángulo. ¿Cuál puede ser?

14. Puede pasar que al rotar una figura solo uno de sus vértices quede en el mismo lugar. ¿En qué caso ocurre? Podés ayudarte mirando las rotaciones que hiciste en la actividad **10**.

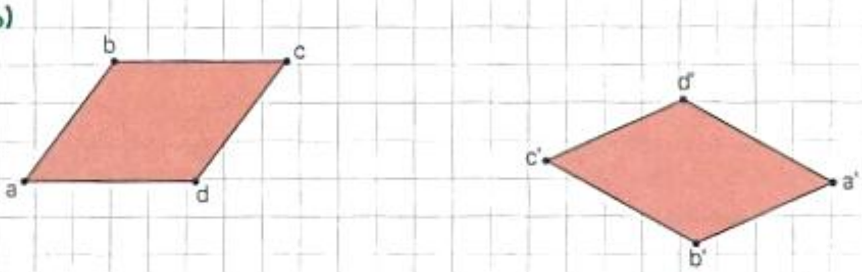
15. También puede pasar que al rotar una figura respecto de cualquier punto **o** todos sus vértices queden en el mismo lugar. ¿Cuánto tendría que medir el ángulo de giro?

16. Encontrá el centro de rotación que transforma al paralelogramo abcd en el a´b´c´d´.

a)



b)



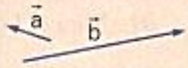
Atención

Tené en cuenta que **a** y **a'** están a la misma distancia del centro de rotación, y que lo mismo pasa con los otros vértices, por lo que vas a tener que trabajar con mediatrices.

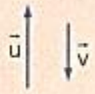
Traslaciones

Vectores

Los **vectores** representados en el dibujo tienen **dirección**, **sentido** y **módulo** (medida). Se nombran con una letra minúscula y una flecha en la parte superior ($\vec{v}$).



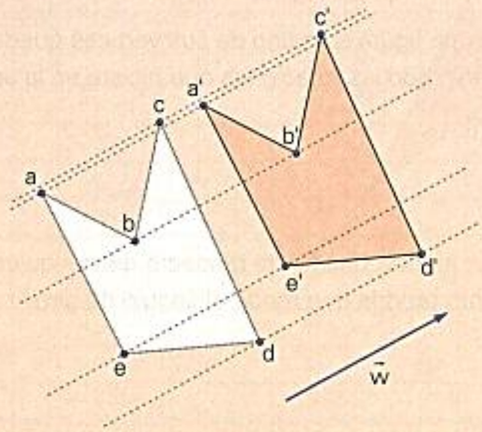
Dos vectores **paralelos** siempre tienen la misma dirección, aunque pueden tener distinto sentido.



Traslación

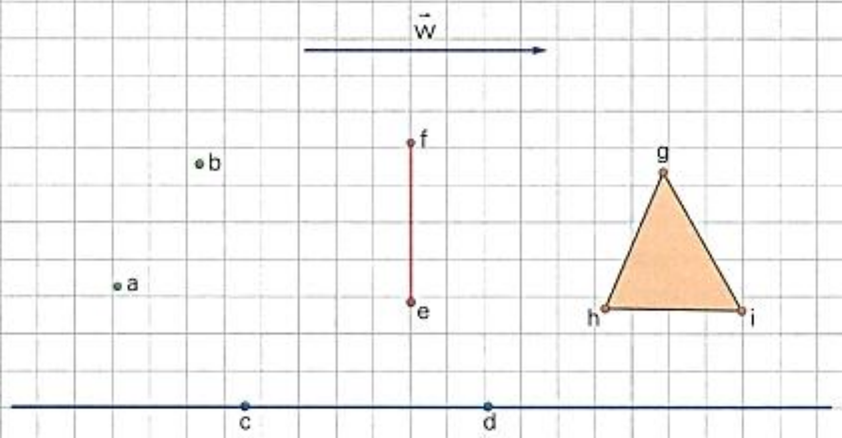
Trasladar un punto **a** según un vector $\vec{v}$ es desplazarlo en la misma dirección y sentido que el vector, y a una distancia igual a su módulo. Se escribe $T(\vec{v})$.

Igual que en los otros movimientos, para trasladar un polígono alcanza con hacerlo con cada uno de sus vértices y luego unir los puntos en el mismo orden que en el polígono original.

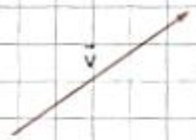


Nuevamente, la figura que se obtiene es congruente con la original.

17. Trasladá los puntos, la recta, el segmento y el triángulo, según el vector $\vec{w}$.



18. **a)** Dibujá una recta de manera que cuando le apliques una traslación de vector v, su imagen sea la misma recta.



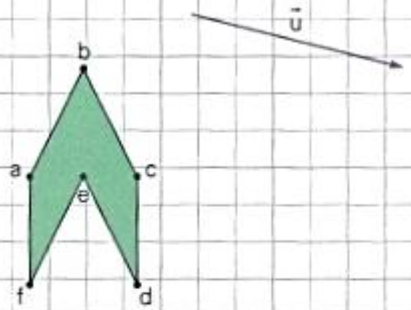
b) ¿Es la única recta que cumple esta condición? Si pensás que sí, explicá por qué, y si no, indicá cómo son todas las rectas que cumplen esto.

Atención

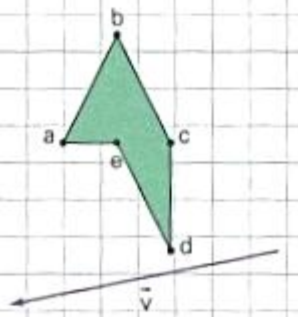
Recordá que los vértices de la imagen se unen en el mismo orden que en la figura original.

19. Trasladá las figuras.

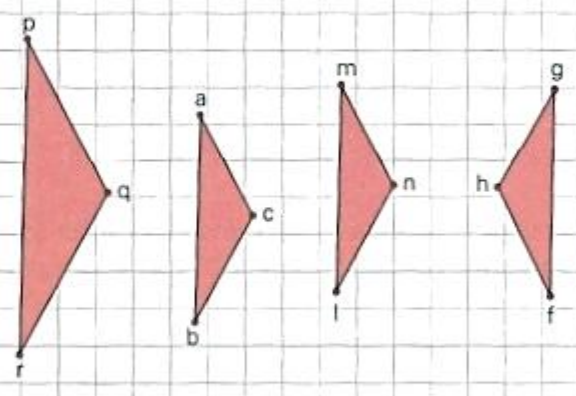
a) $T(\vec{u})$



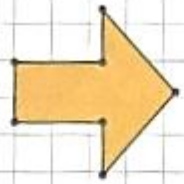
b) $T(\vec{v})$



20. ¿Cuál de estas figuras puede ser la imagen del triángulo abc a través de una traslación? Explicá cómo te diste cuenta.

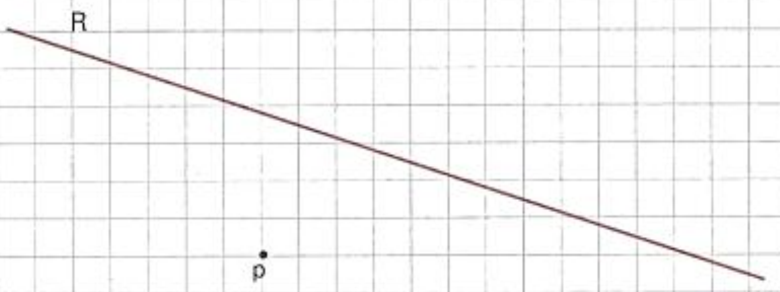


21. Hallá, si es posible, una traslación que transforme la figura en una flecha que apunte a la izquierda. Si no es posible, explicá cómo te diste cuenta.



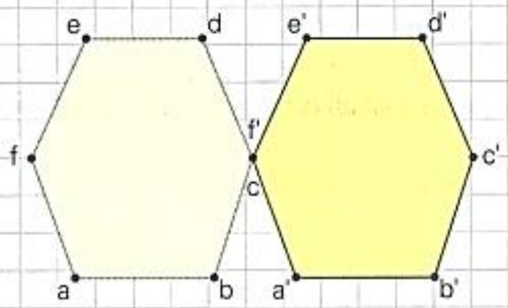
22. En cada caso representá las distintas imágenes que podría tener un punto **p** si se supiera que se le aplicó una traslación en la que…

a) …la dirección del vector es la de la recta R y su módulo es 3 cm, pero no se conoce su sentido.



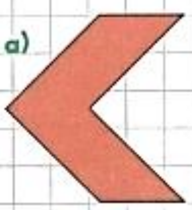
b) …el módulo del vector es 2 cm, pero no se conocen su dirección ni su sentido.

23. Representá un vector que transforme, a través de una traslación, el hexágono abcdef en el otro.

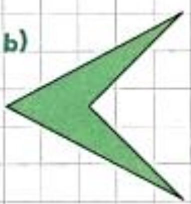


24. ¿Con cuál de estas figuras podría armarse una guarda repitiéndola periódicamente a través de una traslación, sin que queden espacios en blanco? Cuando se pueda armar la guarda, dibujá un vector de traslación que corresponda.

a)



b)

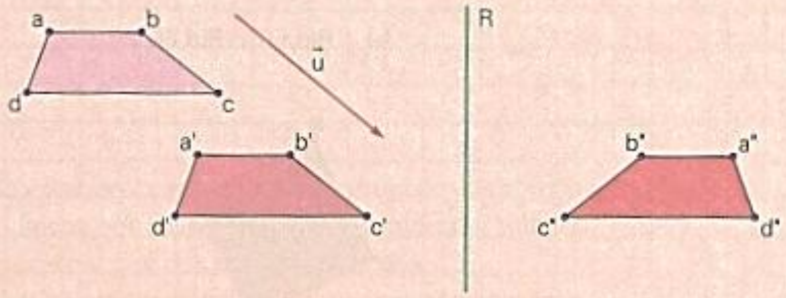


Composición de movimientos

Movimientos sucesivos

En la figura, el trapecio abcd se trasladó según $\vec{u}$ y su imagen, a´b´c´d´, se reflejó a partir de una simetría axial de eje R, para obtener a"b"c"d".

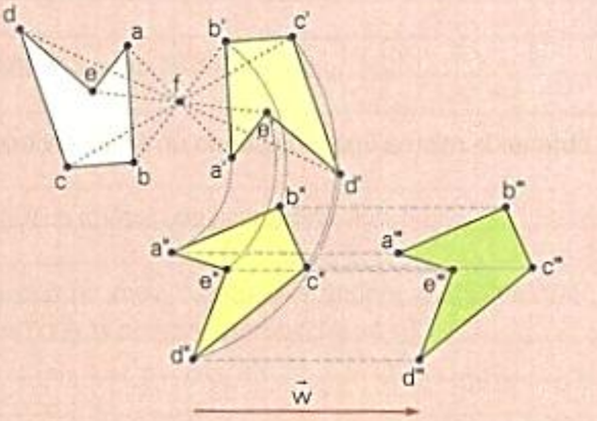
Para transformar el trapecio abcd en a"b"c"d" se realizó una **composición** de movimientos, en este caso, de una traslación y una simetría.



Los movimientos se anotan en el orden inverso en el que se efectúan, unidos por el símbolo $\circ$:

$$S_R \circ T(\vec{u})$$

Una composición puede involucrar más de dos movimientos (cualquiera de los estudiados: rotación, traslación, simetría central o simetría axial).

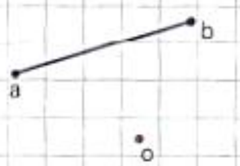


Esta composición transforma el polígono abcde en el polígono a'"b'"c'"d'"e'".

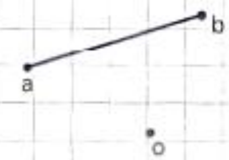
$$T(\vec{w}) \circ R(b, -70°) \circ S_f$$

25. Encontrá la imagen del segmento ab a través de estas composiciones.

a) $S_o \circ T(\overrightarrow{ab})$



b) $T(\overrightarrow{ab}) \circ S_o$



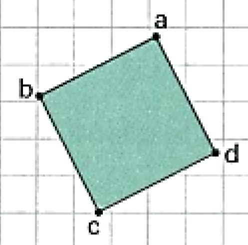
Atención

$\overrightarrow{ab}$ indica el vector de origen a y extremo b.

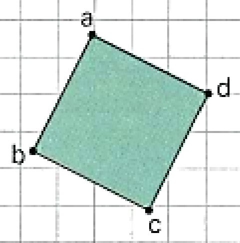
26. Analizá la actividad anterior. Si se cambia el orden de los movimientos, ¿se obtiene la misma imagen?

27. Realizá estas composiciones.

a) $T\left(\overline{cd}\right) \circ T\left(\overline{cd}\right)$



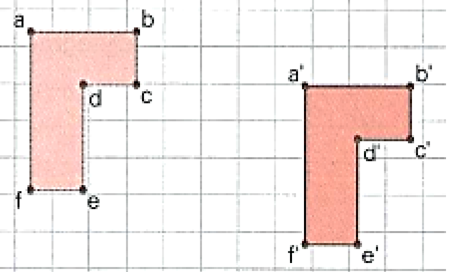
b) $R(d, 50°) \circ R(d, 50°)$



28. Analizá la actividad anterior. ¿Cómo podrías obtener la misma imagen usando un solo movimiento en cada caso?

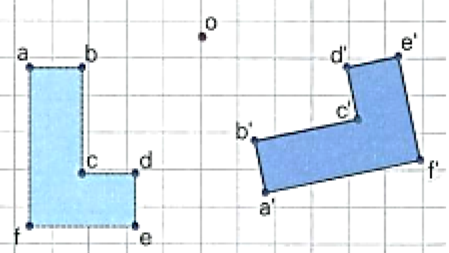
29. a) Mirá la traslación realizada y dibujá el vector que permitió hallar a'b'c'd'e'f' a partir de abcdef.

b) ¿Con qué traslación se podría componer para "volver" a la imagen original? ¿Cómo tienen que ser los vectores de las dos traslaciones? Verificalo en el ejemplo.



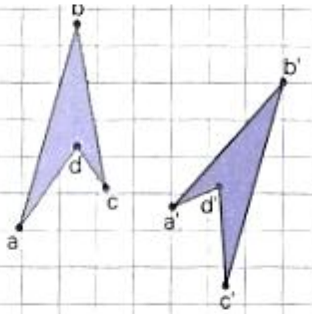
30. a) Mirá la rotación realizada con centro en el punto **o** y hallá el ángulo de giro.

b) ¿Con qué rotación se podría componer para "volver" a la imagen original? ¿Cómo tienen que ser los ángulos de las dos rotaciones? Verificalo en el ejemplo.

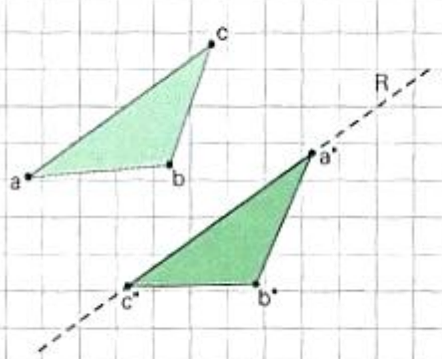


31. **a)** Analizá la simetría axial que transformó la figura abcd en la a'b'c'd' y dibujá el eje.

b) ¿Con qué simetría se podría componer para volver a la imagen original?



32. Mateo y Benjamín encontraron el dibujo de una composición hecha por Felipe, su hermano mayor, y trataron de reconstruir qué dos movimientos usó.
Indicá si las propuestas de los hermanos son correctas. Comprobalo en el dibujo.



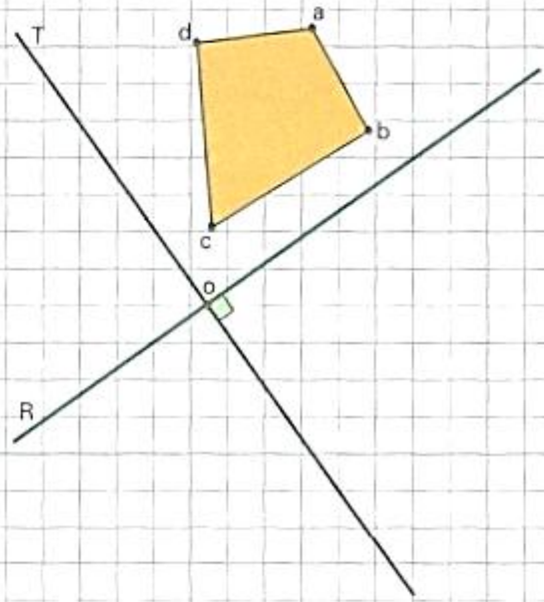
Mateo: $S_R \circ S_b$.

Benjamín: $S_R \circ R(b, 180°)$.

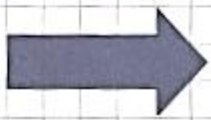
33. **a)** Hallá la imagen de la composición $S_T \circ S_R$.

b) Buscá un movimiento que genere la misma imagen que la composición hecha en **a)**.

c) Compará el movimiento que escribiste con el que encontraron tus compañeros. Si es el mismo, pensá si puede haber otros, y si no, analizá si todos son correctos.



34. Andrés desafió a Juana: "Con tres rotaciones iguales puedo hacer que la flecha quede mirando para la izquierda. ¡A ver si podés hacerlo!" Ayudala.



Función lineal.

Eje: CONJUNTOS NUMÉRICOS		
Capacidades generales	**Capacidades específicas**	**Contenido/s conceptual/es**
Aprender a aprender	Reconocimiento de las necesidades personales de aprendizaje y de los errores como parte del proceso. Reflexión crítica acerca del propio desempeño de aprendizaje identificando lo aprendido.	Concepto de función. Función lineal.e Paralelismo y perpendicularidad. Gráficas.

Criterios de evaluación	
• Aplica los conceptos vistos. • Usa una técnica coherente de trabajo. • Defiende los resultados producidos. • Desarrolla de forma prolija y ordenada los ejercicios.	• Comprensión Lectora • Interpretación de consignas • Vocabulario técnico y específico • Ortografía

Funciones. Análisis de gráficos.

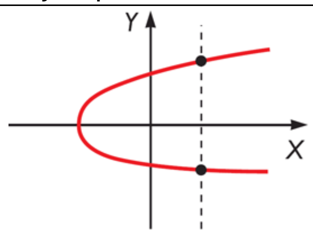
Una **función** es una relación entre dos variables, de manera que cada una depende de la otra.
Ejemplo: Si el monto a pagar de celular depende de la cantidad de mensajes de textos enviados, entonces:

- Cantidad de mensajes → variable independiente: se representa en el eje x o eje de abscisas
- Precio a pagar → variable dependiente: se representa en el eje y o eje de ordenadas.

El conjunto de valores que puede tomar la variable independiente es el **dominio** de la función.
El conjunto de valores que puede tomar la variable dependiente es la **imagen** de la función.

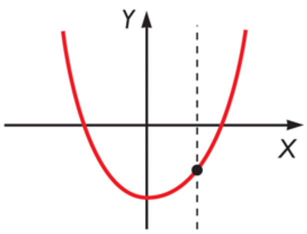
Hay formas de ver si una relación es función o no, con sólo mirar su gráfico:
Si se dibujan rectas verticales y cortan el gráfico una sóla vez, ese gráfico representa una **función**.

Veamos unos ejemplos:

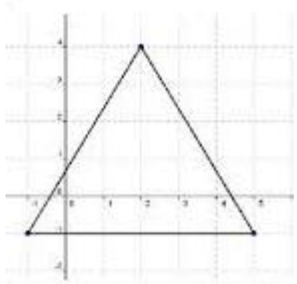


a) No es una función.


b) es función



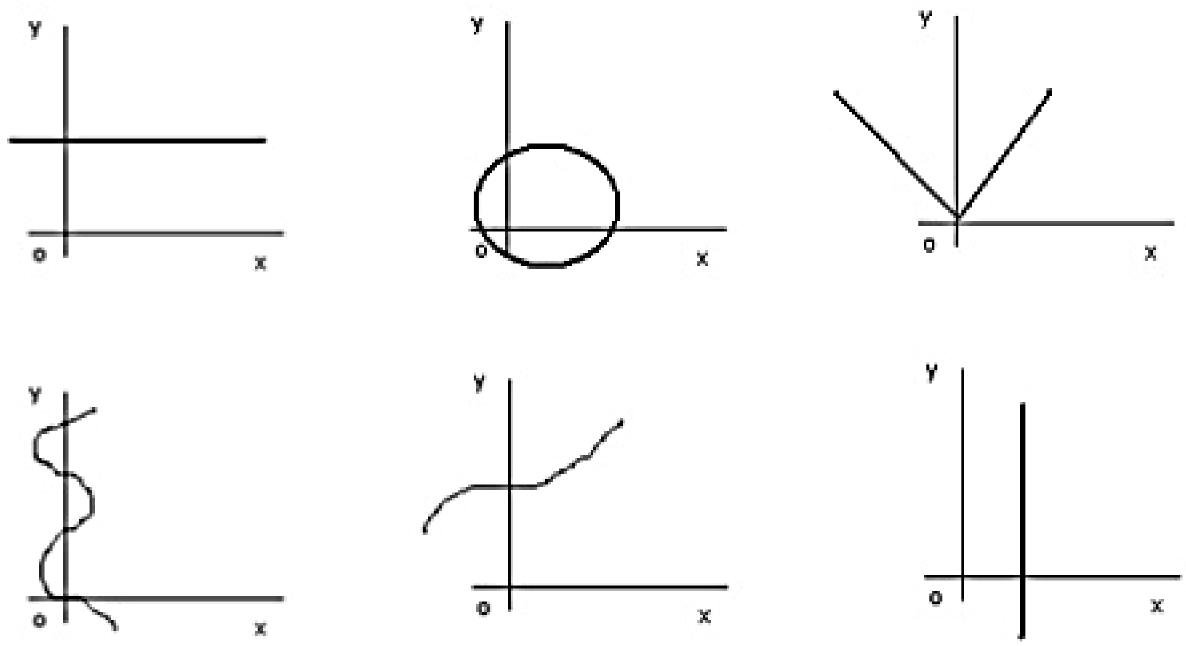
c) Es una función.


d) No es función

a) No es función porque a cada valor de x le corresponden dos valores de y.
b) Es función porque a cada valor de x le corresnponde un único valor de y.
c) Es función porque a cada valor de x le corresnponde un único valor de y.
d) No es función porque a cada valor de x le corresponden dos valores de y.

Ejercicio 1

Indicar cuál o cuáles de estos gráficos representan funciones y cuáles no. Justifica tu respuesta.



Función lineal

Una **función lineal** es una función polinómica de primer grado. La gráfica de una función lineal es siempre una **recta**. Tiene la siguiente forma:

$$f(x) = m \cdot x + n$$

o sino

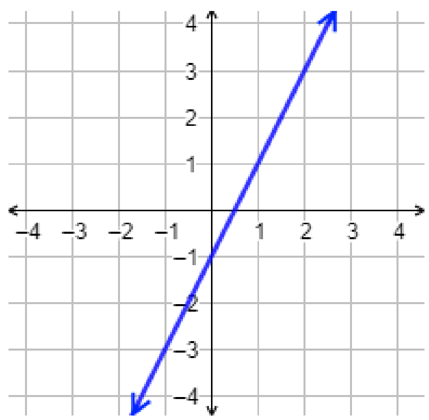
$$y = m \,.\, x + n$$

siendo:

- m la **pendiente** de la función con $m \neq 0$, expresa la inclinación de la recta.
- n la **ordenada al origen** de la función, es el punto donde corta la recta al eje y (vertical).

Ejemplo:

$$f(x) = 2x - 1$$

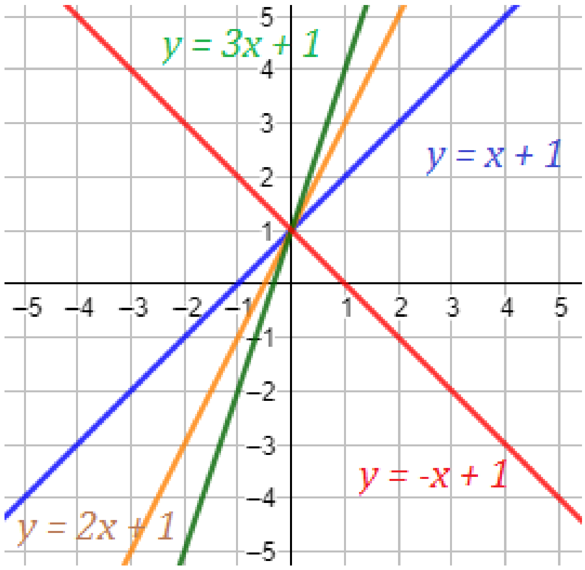


La **pendiente** de la función es m=2 y la **ordenada al origen** es n=−1

Geométricamente, cuanto mayor es la pendiente, más inclinada es la recta. Es decir, más rápido crece la función.

- Si la pendiente es **positiva**, la función es **creciente** (de izquierda a derecha va subiendo).
- Si la pendiente es **negativa,** la función es **decreciente.**

Ejemplos:
Rectas con pendientes 1, 2, 3 y -1:
Observa que la recta con pendiente negativa -1 es decreciente color rojo. Las otras tres rectas son crecientes. De las rectas crecientes, la que crece más rápidamente es la verde con pendiente 3, la mayor de las cuatro.
También observa que todas las rectas tienen ordenada al origen 1, o sea que todas cortan al eje $\boldsymbol{y}$ en $\mathbf{1}$.



Ejercicio 2

Indicar **pendiente** y **ordenada al origen** de cada función. ¿Cuáles son crecientes y cuáles decrecientes?

a) $y=3.x+4$

b) $f(x)=\frac{1}{2}x-5$

c) $f(x)=-x+\frac{2}{3}$

d) $y=4-2x$

e) $f(x)=-\frac{1}{5}x$

Ejercicio 3

Observa estos dos ejemplos:

- Si la pendiente es $-\frac{2}{5}$ y la ordenada al origen es 7 la fórmula es $y=-\frac{2}{5}\cdot x+7$.
- Si la pendiente es 1 y la ordenada al origen es 0 la fórmula es $y=1\cdot x+0$; es decir $y=x$.

Ahora escribe la fórmula de la función que cumpla lo pedido en cada caso:

a) Su pendiente es 2 y su ordenada al origen es -1

b) Su ordenada al origen es 3 y su pendiente es $\frac{1}{4}$

Gráfica de una función lineal en ejes cartesianos

Método tabular para graficar la función lineal en ejes cartesianos

Como una función lineal es una **recta**, para representar su gráfica sólo tenemos que trazar la recta que une dos de sus puntos. Para ello, calculamos la imagen de dos puntos cualesquiera.

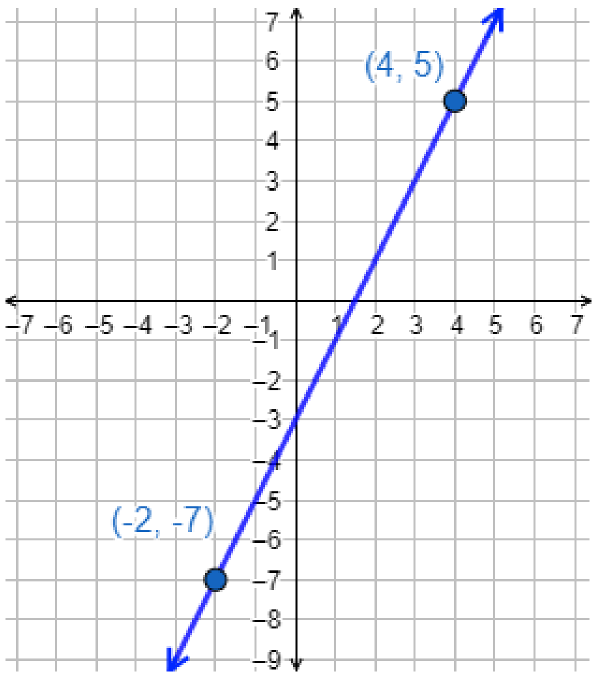
Ejemplo:
Vamos a representar la gráfica de la función

$$f(x) = 2x - 3$$

Hacemos una tabla para calcular dos puntos de la gráfica. Podemos probar con $x=4$ y $x=-2$, (aunque se puede probar con otros valores).

x	$y = 2x - 3$
4	5
-2	-7

Representamos la recta a partir de los puntos $(4; 5)$ y $(-2; -7)$:



Observa que la recta corta al eje y por debajo del eje x, esto se debe a que la ordenada es negativa ($\boldsymbol{n} = -3$).

Una de las maneras más comunes de escribir una función lineal es la siguiente:

variable independiente

variable dependiente

$$y = m\,x + h$$

Pendiente

Ordenada al origen

Por ejemplo:

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

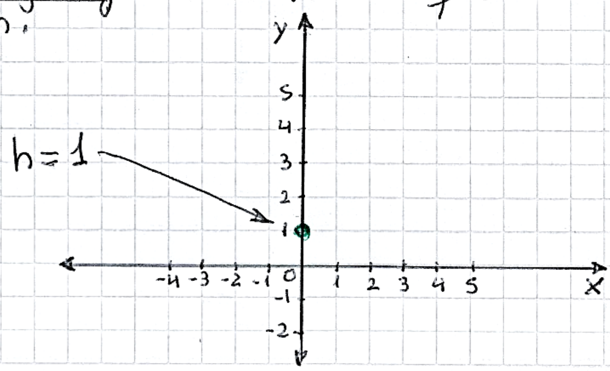
pendiente: $m = \frac{1}{2}$

ordenada al origen: $h = 1$

Para graficarla en un sistema de ejes cartesianos, hay dos métodos: el método analítico (donde se analizan la pendiente y la ordenada al origen para graficarla) y el método tabular (donde hago una tabla con algunos valores para x, calculo los valores para y, y luego grafico en los ejes cartesianos).

Veremos aquí el método más ágil para graficar la función lineal en un par de ejes cartesianos: el método analítico. Lo apliquemos al ejemplo anterior.

- Separo en términos:
  La pendiente es el coeficiente que está en el término con x (término lineal). En el ejemplo, $m = 1/2$.
  La ordenada al origen es el coeficiente (o número) que está en el término sin x (término independiente). En el ejemplo, $h = 1$.
- Grafico el primer punto de la gráfica:
  Siempre empiezo con la ordenada al origen (significa "cuánto vale y para $x = 0$"). Dibujo mi primer punto sobre el eje y en el valor que indica la ordenada al origen:



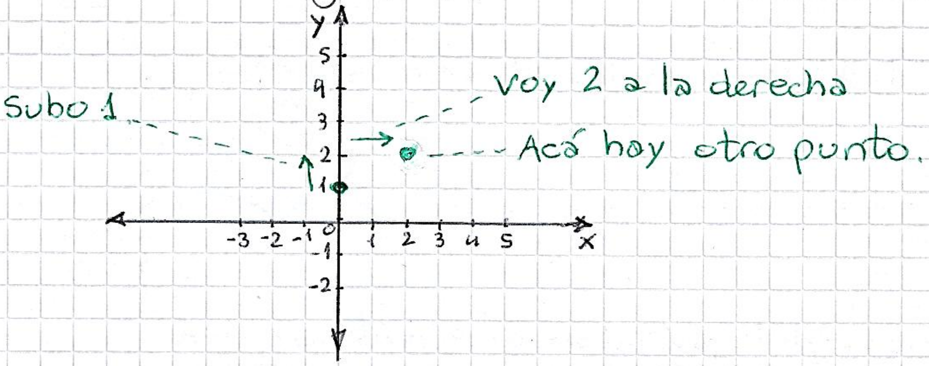
- Grafico otros puntos:
Para esto, uso la pendiente. Siempre debo analizar la pendiente como una fracción, con numerador y denominador. En el ejemplo, $m = \frac{1}{2}$. Se analiza así:

$m = \frac{1}{2}$

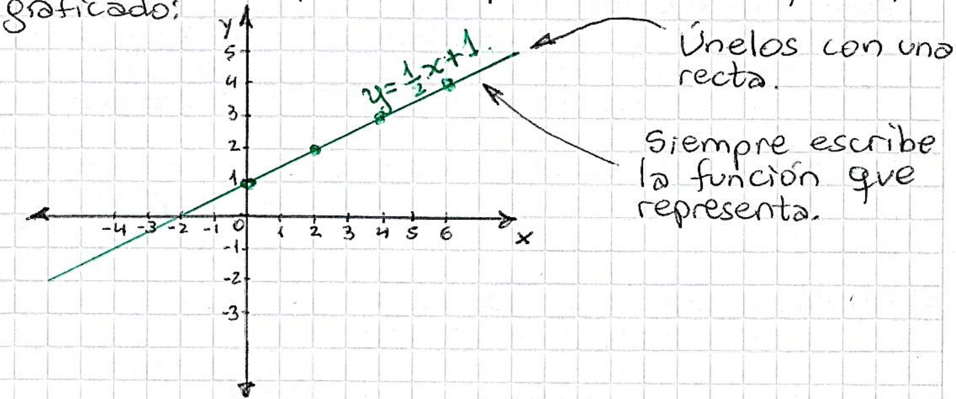
$1 \rightarrow$ Para encontrar y graficar otro punto, voy a subir, a partir de cualquier punto ya graficado, tantas unidades como diga el numerador...

$2 \rightarrow$ ...y voy a ir hacia la derecha tantas unidades como diga el denominador.

En este lugar, hay otro punto: lo grafico.



Puedes encontrar más puntos a partir de cualquier punto ya graficado:



¡Listo! Recuerda que las rectas son infinitas, pero las dibujamos cortas para que entren en el espacio de trabajo. Así que hazlas tan largas como puedas siempre dentro de un espacio razonable, como mostró el dibujo de arriba.

Es <u>MUY IMPORTANTE</u> que hagas bien las escalas en los ejes cartesianos, **dejando la misma distancia entre las unidades**, o sea, dejar la misma distancia entre el 0 y el 1, y entre el 1 y el 2, y así sucesivamente. Usa una regla o el cuadriculado del cuaderno para marcar las unidades en los ejes. <u>Si te quedan las unidades de la escala de los ejes a distintas distancias entonces la recta que dibujes no te quedará derecha</u>.

¿Qué hago si faltan coeficientes (números) para el análisis? Veamos ejemplos:

$y = 2x + 3$

Si no tiene denominador, es 1. $m = 2 = \frac{2}{1}$

$y = x - 4$

Si no está escrita la pendiente, vale 1.
$m = 1 = \frac{1}{1}$ ← Necesitas al denominador.

$y = 2$

Si falta todo el término lineal (el de la x) entonces vale 0.
$m = 0 = \frac{0}{1}$

$y = -\frac{3}{2}x + 1$

Si la pendiente es negativa, dale el signo negativo solo al numerador. En vez de subir para encontrar otro punto, por ser negativo, deberás bajar. Con el denominador sigue como antes, yendo a la derecha.

$m = -\frac{3}{2}$ ← Negativo: baja. (numerador) ← Sigue yendo a la derecha. (denominador)

$y = \frac{2}{3}x$

Si falta el término independiente (el que no tiene x), vale 0.

$h = 0$ ← La recta pasa por el origen del sistema de ejes cartesianos.

Si la pendiente es	Positiva $0 < m$	Nula $m = 0$	Negativa $m < 0$
La recta va (mirándola de izquierda a derecha)	Hacia arriba	Horizontal	Hacia abajo

Ejercicio 4

Graficar las siguientes funciones:

a) $y = 3.x + 4$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x - 5$

c) $y = 4 - 2x$

d) $f(x) = -\frac{1}{5}x$

Ejercicio 5

Escribir las fórmulas y graficar dos funciones que tengan pendiente 3 y distinta ordenada al origen.

Recta que pasa por un punto

Ejemplo:

Determinar la fórmula de la recta que tiene ***pendiente*** -2 y pasa por el punto $(1; 4)$.

¡ATENCIÓN!
Recuerda que el punto $(\mathbf{1}; \mathbf{4})$ es $\boldsymbol{x} = \mathbf{1}$ e $\boldsymbol{y} = \mathbf{4}$

En una primera instancia la fórmula sería:

$$y = -2.x + n$$

Luego, como el punto tiene coordenadas $\boldsymbol{x} = \mathbf{1}$ e $\boldsymbol{y} = \mathbf{4}$, debemos reemplazar dichos valores en la ecuación y resolverla para encontrar el valor de la ***ordenada al origen*** (o sea, dónde corta la recta al eje y):

$$4 = -2\,.\,1 + n$$
$$4 = -2 + n$$
$$4 + 2 = n$$
$$6 = n$$

Una vez que encontramos el valor de la ordenada al origen reemplazamos en la fórmula:

$\boxed{y = -2.x + 6}$ → es la fórmula de la recta buscada.

Ejercicio 6

Determinar la fórmula de la recta que tiene pendiente $\mathbf{1}$ y pasa por el punto $(\mathbf{2}\ ;\ \mathbf{3})$.

Rectas paralelas, rectas perpendiculares y rectas secante

Dos rectas son **paralelas** si no se cortan en ningún punto (o si son iguales). Esto ocurre cuando tienen la misma pendiente $\boldsymbol{m}$.

Dos rectas son **perpendiculares** si se cortan formando un ángulo recto (ángulo de 90°). Las rectas perpendiculares a una recta con pendiente $\boldsymbol{m}$ son las que tienen pendiente $-\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{m}}$.

Si dos rectas se cortan en un punto, son **secantes**. Entonces, las rectas que no son paralelas son secantes, y sólo algunas de ellas son perpendiculares.

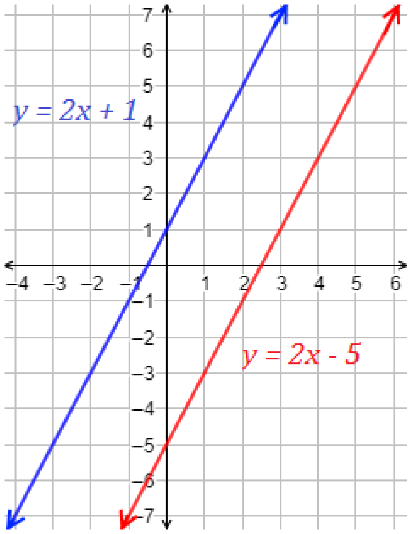
Ejemplo:

Las siguientes rectas son paralelas porque tienen la misma pendiente ($\boldsymbol{m}$=2 y $\boldsymbol{m}$=2):

$$\boldsymbol{y = 2x + 1}$$

$$\boldsymbol{y = 2x - 5}$$

Pendiente: 2
Pendiente: 2



En símbolos, **paralelo** se escribe: **//** .
Es decir que

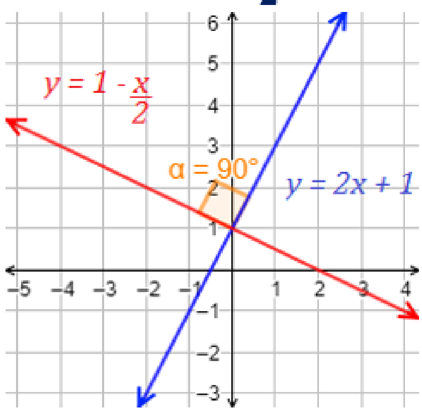
$$y = 2x + 1 \ \ // \ \ y = 2x - 5$$

Las siguientes rectas son perpendiculares porque la pendiente de la una es el **opuesto del inverso** de la pendiente de la otra:

$$\boldsymbol{y = 2x + 1}$$

$$\boldsymbol{y = 1 - \frac{x}{2}}$$

Pendiente: 2
Pendiente: $-\frac{1}{2}$



En símbolos, **perpendicular** se escribe ⊥.
Es decir que:

$$y = 2x + 1 \perp y = -1/2\, x + 1$$

¡ATENCIÓN!
Para que dos rectas sean **perpendiculares**, las pendientes deben ser opuestas e inversas; no importa si la ordenada al origen es igual o distinta

Ejemplos:
a) $y = -\frac{1}{5}x + 2$ con $y = 5\,x+2$ son perpendiculares pues $m = -\frac{1}{5}$ y $m = 5$

b) $y = 4x - 3$ con $y = -\frac{1}{4}x - 3$ son perpendiculares pues m= 4 y m= $-\frac{1}{4}$

c) $y = \frac{2}{7}x + 1$ con $y = -\frac{7}{2}x + 6$ son perpendiculares pues m= $\frac{2}{7}$ y m=$-\frac{7}{2}$

Recta *paralela* o *perpendicular* a otra y que pase por un punto

Veamos el siguiente ejemplo:
Considerar la recta $y = 2x + 1$

1) Determinar la ecuación de la recta **paralela** a esa, que pase por el punto $(-1; -4)$,
2) Determinar la ecuación de la recta **perpendicular** a esa, que pase por el punto $(2; 3)$.
3) Respresentar las tres en un mismo sistema cartesiano

Resolución:
1.a) Para determinar la ecuación de la recta paralalela a $y = 2x + 1$, primero sabemos que debe tener pendiente $m = 2$ para que sea paralela a la anterior; es decir $y = 2.x + n$
1.b) Luego, conocido el punto por el cual debe pasar, $(-1; -4)$, o sea $x = -1$ e $y = -4$, reemplazar con los valores en $y = 2.x + n$:

$$y = 2.x + n$$
$$-4 = 2.(-1) + n$$
$$-4 = -2 + n$$
$$-4 + 2 = n$$
$$-2 = n$$

1.c) Una vez encontrado el valor de la ordenada, se reemplaza en la función y quedará:

$$y = 2.x - 2$$

1.d) Solución:

$$y = 2x + 1 \quad // \quad y = 2x - 2$$

2.a) Para determinar la ecuación de la recta perpendicular a $y = 2x + 1$, primero sabemos que debe tener pendiente $m = -\frac{1}{2}$ para que sea perpendicular a la anterior; es decir:

$$y = -\frac{1}{2}x + n$$

2.b) Luego, conocido el punto por el cual debe pasar, $(2; 3)$, es decir $x = 2$ e $y = 3$, reemplazar con los valores en $y = -\frac{1}{2}.x + n$:

$$y = -\frac{1}{2}.x + n$$
$$3 = -\frac{1}{2}.2 + n$$
$$3 = -1 + n$$
$$3 + 1 = n$$
$$4 = n$$

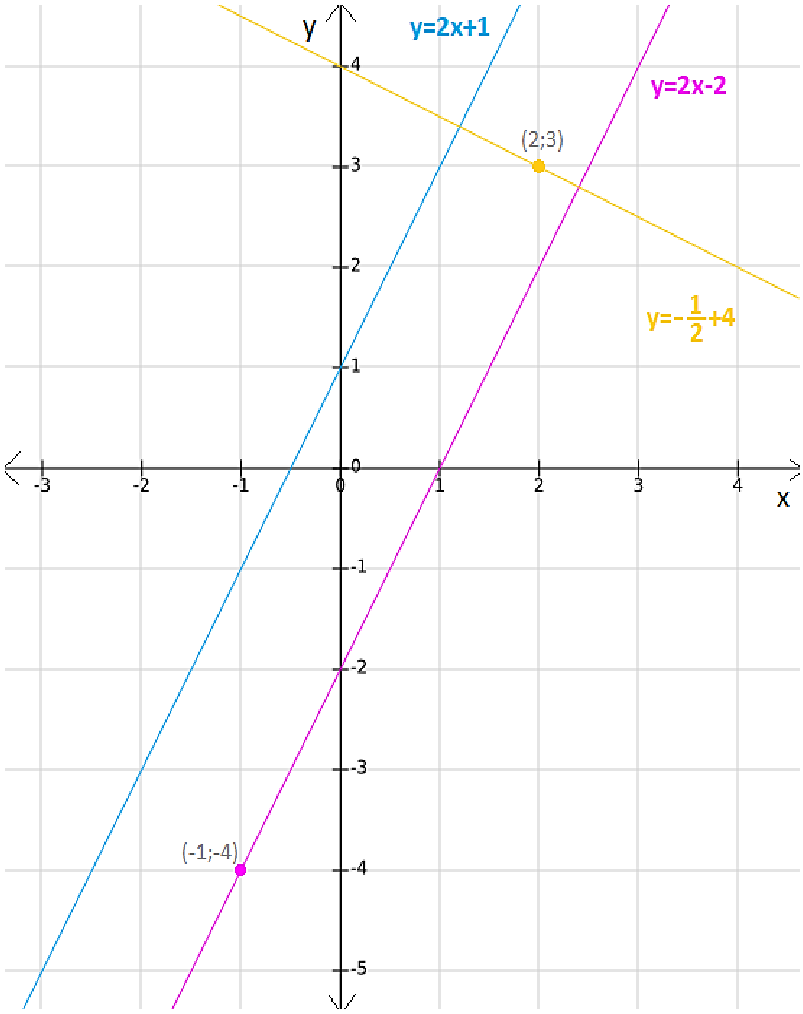
2.c) Una vez encontrado el valor de la ordena se reemplaza en la función y quedará:

$$y = -\frac{1}{2}x + 4$$

2.d) Solución:

$$y = 2x + 1 \perp y = -\frac{1}{2}x + 4$$

3) Graficas:



Ejercicio 7

Indicar si las siguientes rectas son paralelas o perpendiculares o ninguna de las dos.

a) $y = 2x + 4$ con $y = 2x + 5$

b) $y = 3x - 2$ con $y = -3x + \frac{1}{2}$

c) $y = -\frac{2}{3}x + 3$ con $y = \frac{3}{2}x + 7$

d) $y = \frac{2}{5}x + 4$ con $y = \frac{5}{2}x + 5$

e) $y = -7x + 2$ con $y = \frac{1}{7}x + 2$

f) $y = \frac{1}{3}x + 4$ con $y = \frac{1}{3}x - 5$

Ejercicio 8

Dada la recta $y = -5\,x + 4$

1) Determinar la ecuación de la recta paralela a esa, que pase por el punto $(2; -3)$
2) Determinar la ecuación de la recta perpendicular a esa, que pase por el punto $(10;\ 5)$
3) Respresentar las tres en un mismo sistema cartesiano

Sistemas de ecuaciones lineales

Capacidades generales	**Capacidades específicas**	**Contenido/s conceptual/es**
Aprender a aprender	Reconocimiento de necesidades personales de aprendizaje. Reconocimiento de los errores como parte del proceso.	Ecuación. Ecuación de primer grado. Sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. Métodos de resolución por sustitución y por igualación
Criterios de evaluación		
● Aplica los conceptos vistos. ● Usa una técnica coherente de trabajo. ● Defiende los resultados producidos. ● Desarrolla de forma prolija y ordenada los ejercicios.		

Introducción

Muchos problemas que aparecen en situaciones reales involucran dos o más ecuaciones en dos o más variables.
Por ejemplo, considera una panadería que vende:

1 bizcocho de queso a $\$2$

1 bizcocho de chocolate a $\$3$

Un día se vende un total de $\mathbf{10}$ bizcochos y se obtiene $\$24$ como resultado de la venta. Queremos expresar un modelo matemático que represente este problema.

Definamos las variables x e y tales que:

- x representa la *"**cantidad** de bizcochos de queso vendidos"*, e
- y representa la *"**cantidad** de bizcochos de chocolate vendidos"*

Entonces, como el total de bizcochos obtenido como resultado de la venta es $\mathbf{10}$, tenemos que:

$$x + y = 10$$

*"La cantidad de bizcochos de queso **más** la cantidad de bizcochos de chocolate **es** 10."*

Además, el total obtenido como resultado de la venta es $\$24$, entonces:

$$\$2 \cdot x + \$3 \cdot y = \$24$$

*"La cantidad de bizcochos de queso a \$2 **más** la cantidad de bizcochos de chocolate a \$3 **son** \$24."*

O sea:

$$2x + 3y = 24$$

Así, estas dos relaciones lineales asociadas forman el siguiente **sistema de ecuaciones lineales**:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 3y = 24 \end{cases}$$

Para resolver este tipo de problema, necesitamos encontrar la solución de un **sistema de ecuaciones.**

Una **ecuación lineal** o **ecuación de primer grado** es aquella que involucra solamente sumas y restas de incógnitas elevadas a la primera potencia (elevadas a uno, que no se escribe). Son llamadas "lineales" porque si se representa en un sistema cartesiano se ven como rectas.

Un **sistema de ecuaciones lineales** es un conjunto de ecuaciones lineales que tienen más de una incógnita. Las incógnitas aparecen en varias de las ecuaciones, pero no necesariamente en todas. Lo que hacen estas ecuaciones es relacionar las incógnitas entre sí.

Como ejemplo, podemos poner al sistema de ecuaciones del ejemplo de la panadería:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 3y = 24 \end{cases}$$

Otro ejemplo de sistemas de ecuaciones puede ser:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - 5y = 6 \end{cases}$$

Ambos son sistemas de **dos** ecuaciones lineales con **dos** incógnitas: $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$.

Es importante destacar que la $\boldsymbol{x}$ de la primera ecuación y la $\boldsymbol{x}$ de la segunda ecuación valen lo mismo; lo mismo pasa entre la $\boldsymbol{y}$ de la primera ecuación y la $\boldsymbol{y}$ de la segunda ecuación, valen igual.

$$x_{1°ec} = x_{2°ec}$$

$$y_{1°ec} = y_{2°ec}$$

Métodos para resolver los sistemas de ecuaciones lineales

Resolver un sistema de ecuaciones consiste en encontrar el valor de cada incógnita para que se cumplan todas las ecuaciones del sistema.

Es importante que sepas que no siempre existe solución, o también, pueden existir infinitas soluciones. Si hay una única solución (un valor para $\boldsymbol{x}$ y un valor para $\boldsymbol{y}$) se dice que el sistema es **compatible determinado**. No hablaremos de los otros tipos ya que estudiaremos los sistemas determinados.

Para resolver un sistema (compatible determinado) necesitamos tener **al menos** tantas ecuaciones como incógnitas queramos averiguar.

Resolveremos sistemas de dos ecuaciones (lineales) con dos incógnitas mediante los **métodos** que describimos a continuación, que se basan en la obtención de una ecuación de primer grado.

- **Método gráfico:** consiste en despejar siempre las incógnitas $\boldsymbol{y}$ de ambas ecuaciones. Una vez despejadas, realizamos las gráficas de las dos rectas en un solo sistema de ejes cartesianos. El punto donde se intersectan o cruzan esas rectas tiene en sus coordenadas $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$ a la solución del sistema de ecuaciones.
- **Método de igualación:** consiste en despejar en ambas ecuaciones la misma incógnita para poder igualar las expresiones, obteniendo así una ecuación con una sola incógnita.

Veamos ejemplos de cómo resolver un sistema de ecuaciones usando esos métodos.

Método gráfico

Resolveremos un ejemplo usando el **método gráfico**:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Resuelve el sistema usando el método gráfico:

En este método, siempre despejamos y de las ecuaciones y las graficamos en un solo sistema de ejes cartesianos.

De la 1ra ecuación:

$$2x + 3y = 12$$

$$3y = 12 - 2x$$

$$y = \frac{12 - 2x}{3}$$

Distribuyo el divisor:

$$y = \frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} - \frac{2}{3}x$$

Simplifico:

$$y = 4 - \frac{2}{3}x$$

Solo por claridad, lo ordeno:

$$y = -\frac{2}{3}x + 4$$

$$m = -\frac{2}{3} \qquad h = 4.$$

De la 2da ecuación:

No puede quedar negativa.

$$x - y = 1$$

$$x = 1 + y$$

Listo

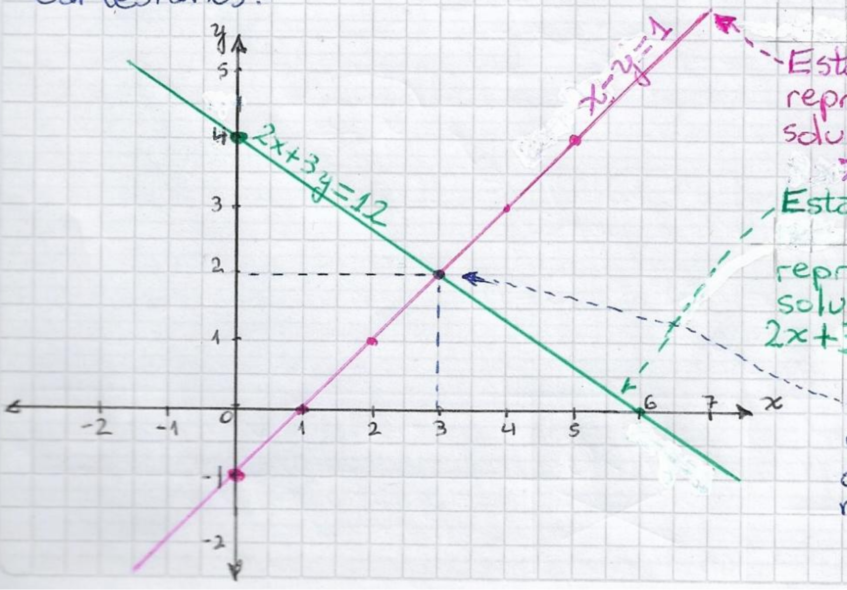
$$x - 1 = y$$

Solo por claridad, la ordeno:

$$y = x - 1$$

$$m = \frac{1}{1} \qquad h = -1.$$

Ahora, las grafico a ambas en el mismo sistema de ejes cartesianos.



Esta recta, $y = x - 1$ representa las infinitas soluciones de la ecuación $x - y = 1$

Esta otra recta, $y = -\frac{2}{3}x + 4$ representa las infinitas soluciones de la ecuación $2x + 3y = 12$

El punto donde se cruzan es la solución del sistema de ecuaciones: $x = 3$; $y = 2$.

Ejercicio 1

Para el siguiente sistema de ecuaciones, resuelve usando el **método gráfico**.

$$\begin{cases} -2x + y = 2 \\ x + y = -4 \end{cases}$$

Método por igualación

Veamos un ejemplo:

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - 5y = 6 \end{cases}$$

Esta vez, vamos a usar el método de igualación. En este otro método, se despejamos la misma incógnita de ambas ecuaciones y luego igualamos lo que obtuvimos de cada una.

Supongamos que elijo la x (podría haber elegido la y, pero caprichosamente quiero la x). La despejo de ambas ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - 5y = 6 \end{cases}$$

No olvides que si el término de tu incógnita está negativo, empieza pasdolo al otro miembro, sumando.

De la 2da ecuación:

$$x - 5y = 6$$
$$x = 6 + 5y$$

Ya tengo $x_{2ºec}$.

De la 1ra ecuación:

$$3x + 2y = 1$$
$$3x = 1 - 2y$$
$$x = \frac{1-2y}{3}$$

También tengo $x_{1ºec}$.

Como las x de ambas ecuaciones son iguales:

$$x_{1ºec} = x_{2ºec}$$

¡Igualamos!

$$\frac{1-2y}{3} = 6 + 5y$$

¡Tengo ahora una ecuación con una sola incógnita! Vamos a despejarla:

$$\frac{1-2y}{3} = 6 + 5y$$

Como en el método anterior, lo más incómodo para desarrollar el despeje es ese divisor.

(Recuerda que no se puede pasar nada multiplicando ni dividiendo hasta que no quede más que un solo término). Afortunadamente, tengo un solo término, así que paso el 3 (que divide) multiplicando al otro miembro:

$$1 - 2y = (6 + 5y) \cdot 3$$

Para quitar el paréntesis, aplico la propiedad distributiva del producto:

$$1-2y=(6+5y)\cdot 3$$
$$1-2y=18+15y$$

Junto los términos con y en un solo miembro. Recuerda que conviene juntarlos en el miembro donde su suma de positivo.

$$1-18=15y+2y$$

Sumo los términos semejantes:

$$\underbrace{1-18}=\underbrace{15y+2y}$$
$$-17=17y$$

$$\frac{-17}{17}=y$$

$$\boxed{-1=y}$$

¡Ya sé el valor de una!

Si hubiera juntado los términos con y en el otro miembro:

$$\underbrace{-2y-15y}=\underbrace{18-1}$$
$$-17y=17$$

Y es incómodo trabajar con un término negativo.

Igual que con el otro método, para saber cuánto vale x, reemplazamos en cualquiera de las dos expresiones que obtuvimos al principio.

Supongamos que elijo la x de la primera ecuación:

$$x=6+5y.$$

Reemplazo la y con su valor, $y=-1$:

$$x=6+5y=6+5(-1)=6-5=1$$ ¡Terminamos!

$\boxed{x=1}$ Da lo mismo que con el otro método.

Incluso si hubiera elegido la x de la segunda ecuación:

$$x=\frac{1-2y}{3}=\frac{1-2(-1)}{3}=\frac{1+2}{3}=\frac{3}{3}=1$$

$$\boxed{x=1}$$

Conclusiones:

El **método de igualación** se trata de:

- Primero, despejar la misma incógnita de ambas ecuaciones e **igualo** las expresiones que obtuve. Así me quedará una ecuación con una sola incógnita.
- Luego, despejo y obtengo el valor de esta incógnita.
- Para terminar, reemplazo el valor obtenido en la expresión que despejé al principio.

No importa qué incógnita elijas despejar de ambas ecuaciones, al terminar todo el desarrollo vas a obtener los mismos resultados para x y para y.

Además, sin importar qué método uses, siempre vas a obtener los mismos resultados para las incógnitas $\boldsymbol{x}$ y para $\boldsymbol{y}$.

Ejercicio 2

Usando ahora el método de igualación, intenta calcular los valores de las incógnitas despejando ahora la $\boldsymbol{y}$ de ambas ecuaciones. Los resultados que vas a obtener deben ser, otra vez, $x = 1$ e $y = -1$, claro.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - 5y = 6 \end{cases}$$

Ejercicio 3

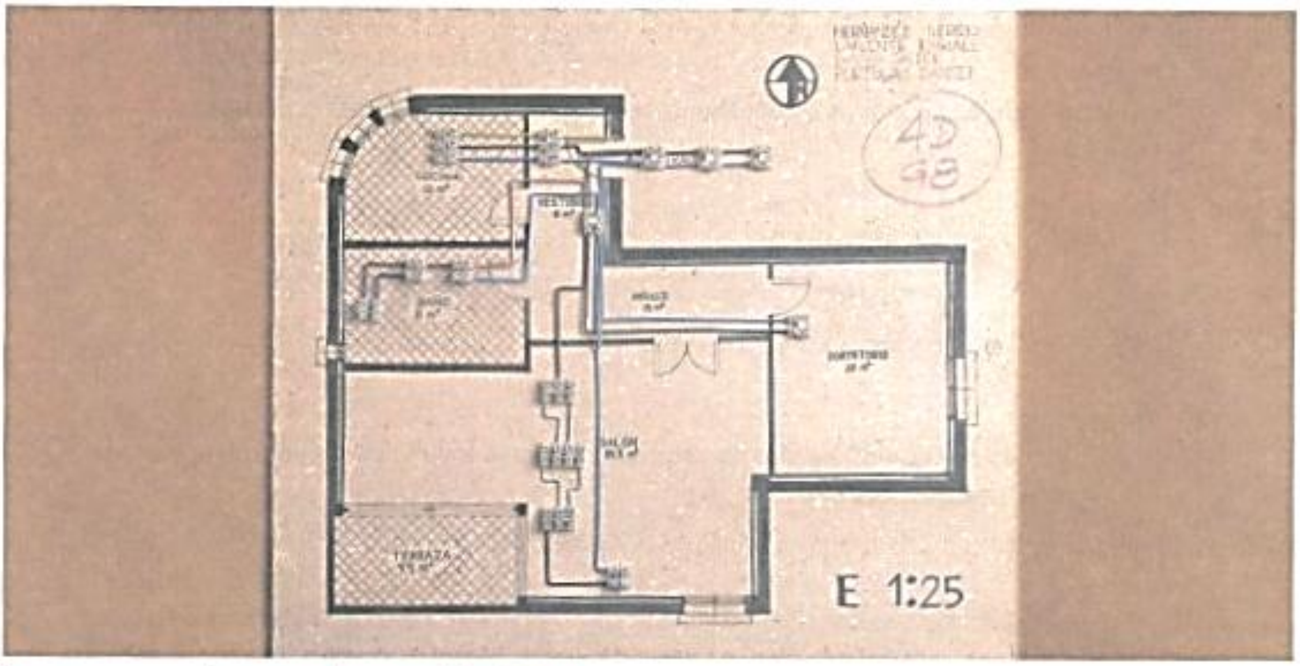
Ahora resuelve este otro sistema usando los dos métodos vistos:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Te deben dar $x = 3$ e $y = 2$.

Razones y proporciones aritméticas

Introducción



Las proporciones y la arquitectura

Las maquetas se suelen armar "a escala". Salvo que se trate del decorado para una película o una serie, son más chicas que los objetos a los que representan.

La escala relaciona el tamaño del modelo con el del objeto real. Así, si la escala es 1:100 (esto se lee "uno en cien"), nos informa que 1 cm del modelo representa 100 cm en la realidad (o 1 m del modelo equivale a 100 m de la realidad, etcétera).

Es muy utilizada por los arquitectos y constructores, quienes la emplean tanto en sus maquetas de presentación como en sus planos.

Con la escala anterior, un terreno de 8,66 m × 40,00 m en el plano, queda representado por un rectángulo de 8,66 cm × 40,00 cm. Así, las medidas del plano son proporcionales a las del terreno. ¿Te imaginás qué inútil resultaría dibujar el plano de una casa en tamaño real?

Marcelo y Darío discuten acerca de qué escala usar para hacer el plano de una casa en una hoja de formato A3 (42,0 cm × 29,7 cm), de modo que el plano tenga el mayor tamaño posible. El terreno mide 8,66 m × 14,00 m. Marcelo dice que tienen que usar una escala de 1:35 y Darío piensa que tiene que ser 1:50.

a) ¿Con cuál de las dos escalas el plano queda más grande? Pensá que si una habitación mide 10 m de largo y la escala es 1:50, para saber cuánto medirá en el plano se hace 10 : 50 y se obtiene 0,2 m, o sea, 20 cm.

____

____

b) Completá la tabla según los datos y la escala de cada uno, y fijate si ambos entran en la hoja A3.

	Terreno	Medidas del plano		Hoja A3
		Marcelo → 1:35	Darío → 1:50	
Largo	14,00 m			42,0 cm
Ancho	8,66 m			29,7 cm

Razones y proporciones

Razón

La **razón** entre dos números es el cociente entre ellos. ¡Pero cuidado! En el cociente $\frac{a}{b}$ debe ser $b \neq 0$.

Razón: $\frac{a}{b}$ → a: antecedente; b: consecuente

$\frac{1,2}{2,4} = 0,5$ ⟶ la razón entre 1,2 y 2,4 es igual a 0,5.

Proporción

Si dos razones son iguales, se dice que sus componentes forman una **proporción**. Es decir, a, b, c y d forman una proporción si:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (\text{con } b \neq 0 \text{ y } d \neq 0)$$

1,2; 2,4; 1 y 2 forman una proporción, porque $\frac{1,2}{2,4} = \frac{1}{2}$ (se lee: 1,2 es a 2,4 como 1 es a 2).

Propiedad: en toda proporción se cumple que los productos cruzados son iguales. Es decir:

$$a \cdot d = c \cdot b$$

En la proporción del ejemplo es $1,2 \cdot 2 = 2,4 \cdot 1$.

1. Uní con flechas las expresiones que resulten iguales. Algunas pueden quedar sin unir.

La razón entre 1,5 y 3.	$\frac{21}{27}$
La razón entre 9 y 7.	$\frac{1}{2}$
La razón entre 125 y 25.	5
La razón entre 1,25 y 0,25.	$\frac{4}{3}$
La razón entre 8,75 y 11,25.	$\frac{1}{5}$
La razón entre 54 y 27.	0

2. Para cada una de las expresiones que quedaron sin unir en la actividad anterior, escribí una razón equivalente.

3. Escribí dos números cuya razón sea igual al valor indicado en cada caso.

a) —— $= 3{,}2$

d) —— $= 0{,}125$

g) —— $= 1{,}35$

b) —— $= 4{,}5$

e) —— $= 1{,}5$

h) —— $= 5{,}125$

c) —— $= 8$

f) —— $= 9{,}1$

i) —— $= 0{,}\hat{6}$

4. Hallá los valores de **a**, **b**, **c** o **d** que falten para que se forme una proporción. En algunos casos hay más de una solución.

a) $\frac{4}{5} = \frac{c}{d}$

c) $\frac{a}{3} = \frac{c}{12}$

b) $\frac{8}{b} = \frac{3}{d}$

d) $\frac{3}{b} = \frac{c}{9}$

5. Matías dice que si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ y $\frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, entonces puede asegurar que $f \cdot b = a \cdot e$. ¿Será cierto? Explicá cómo lo pensaste.

6. Hallá en valor de **x** usando la propiedad de las proporciones. ¡Cuidado! Antes de empezar fijate cuáles son los valores que no puede tomar **x**.

Atención

En la expresión $\frac{3x}{x-4}$, como el denominador no puede ser 0, x no puede valer 4.

a) $\left(\frac{5}{x}\right)^2 = \frac{1-x}{x^2}$

c) $\frac{x-2}{7} = \frac{2}{x+2}$

b) $\frac{4-x}{x} = \frac{1}{2}$

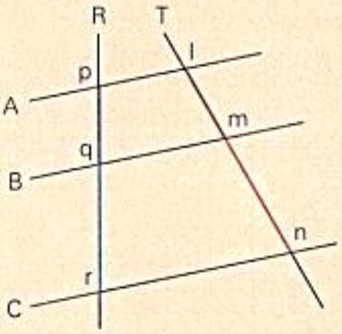
d) $\frac{x+5}{x} = \frac{x}{3+x}$

Teorema de Thales

Segmentos proporcionales y teorema de Thales

La proporcionalidad numérica puede establecerse entre medidas de segmentos. En ese caso se habla de segmentos proporcionales.

El teorema de Thales de Mileto establece que si tres o más rectas paralelas son cortadas por dos transversales R y T, la razón entre las medidas de dos segmentos sobre R es igual a la razón entre las medidas de los segmentos correspondientes sobre T.

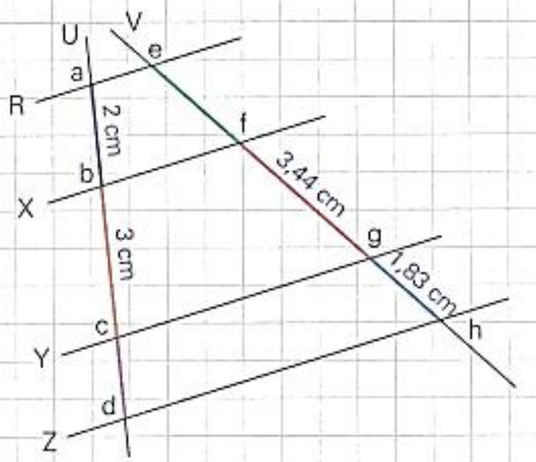


A // B // C → A, B y C son paralelas.

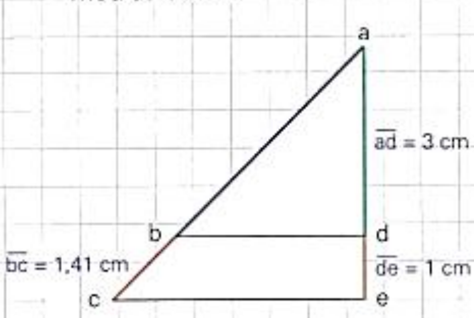
$$\frac{\overline{pq}}{\overline{qr}} = \frac{\overline{lm}}{\overline{mn}}$$

Además, pueden establecerse otras proporciones, por ejemplo, $\frac{\overline{pr}}{\overline{pq}} = \frac{\overline{ln}}{\overline{lm}}$, etcétera.

11. Considerando que R // X // Y // Z y con los datos que se muestran en la figura, hallá la longitud de los segmentos $\overline{cd}$ y $\overline{ef}$.

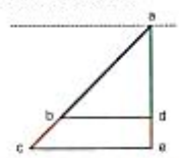


12. Determiná la longitud del lado ac del triángulo ace si $\overline{bd} // \overline{ce}$. Pensá que para calcular $\overline{ac}$ solo falta la medida de $\overline{ab}$.

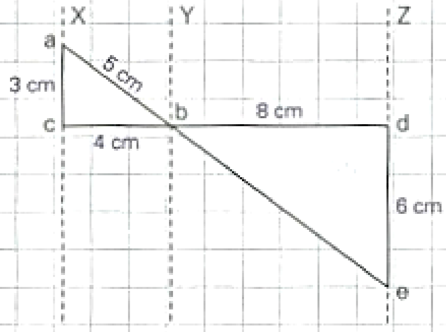


Atención

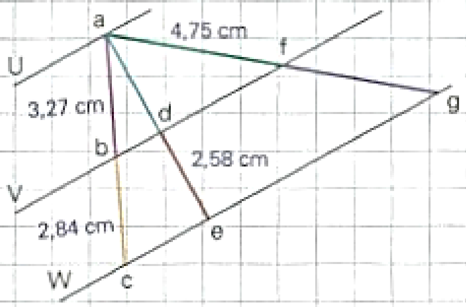
Acá también se puede usar el teorema de Thales, aunque la tercera recta paralela no está trazada.



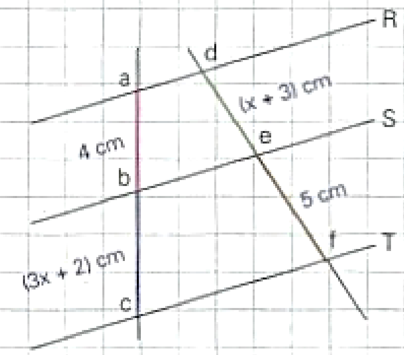
13. Calculá el perímetro del triángulo dbe. Tené en cuenta que X // Y // Z.



14. Si U // V // W, determiná la medida de los segmentos $\overline{ad}$ y $\overline{fg}$.

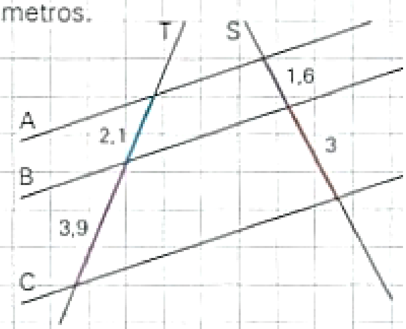


15. Hallá el valor de **x** y luego la medida de $\overline{de}$ y la de $\overline{bc}$, siendo R // S // T.



Atención
Al armar la proporción te queda una ecuación y así podés hallar x (revisá la página 65). No te olvides de calcular la medida de los segmentos.

16. Meli dice que las rectas A, B y C son paralelas, pero Mile cree que no. ¿Quién tiene razón? ¿Cómo te diste cuenta? Considerá que en el gráfico todas las medidas están en metros.



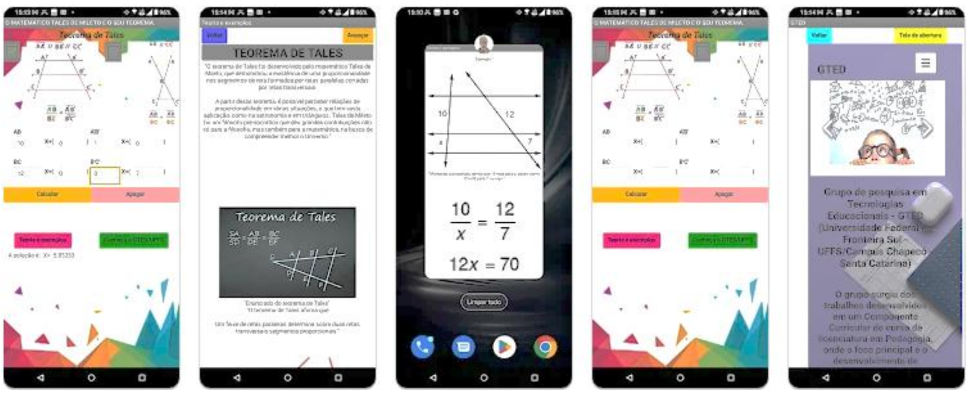
Aplicaciones del Teorema de Thales

Cuando pensamos en geometría, es fácil considerarla como un tema seco y teórico que no tiene aplicaciones prácticas. Sin embargo, el Teorema de Thales tiene un gran número de aplicaciones prácticas en el mundo real. Por ejemplo, ingenieros y arquitectos utilizan el Teorema de Thales para asegurarse de que las estructuras que diseñan y construyen sean estables y seguras. Además, el Teorema de Thales es útil en una variedad de otros campos, como geología, astronomía, arte, fotografía e incluso biología.

En el mundo del arte y del diseño, por ejemplo, el teorema se utiliza para crear perspectivas y profundidad, elementos clave para hacer que una imagen bidimensional sea más realista y atractiva para el ojo humano. En geología, el teorema puede ser utilizado para calcular la profundidad de un pozo o la altura de una montaña. Y en el mundo del cine y la fotografía, se utiliza para calcular distancias y ángulos para obtener la composición perfecta para una escena o fotografía.

Aquí dejo el enlace a una aplicación de Google Play ***"Teorema de Tales - GTED/UFFS"*** del Prof. Carlos França:

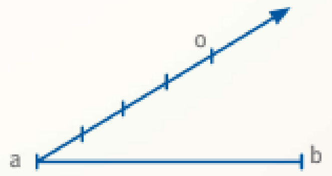
https://play.google.com/store/apps/details?id=appinventor.ai_prof_carlosfranca.Teorema_de_Tales&pcampaignid=web_share

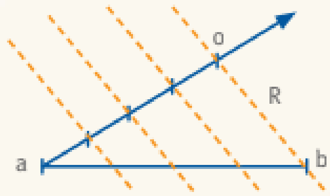


Es una aplicación que presenta teoría, ejemplos y la parte práctica del teorema de Tales. Es posible resolver problemas con rectas paralelas o perpendiculares. El usuario encontrará un enfoque teórico con ejemplos y ejercicios resueltos.

Veamos algunas aplicaciones simples del Teorema de Thales:

A partir del teorema de Thales, se puede **dividir un segmento** ab (de cualquier medida), por ejemplo, en cuatro segmentos congruentes.





1. Se traza una semirrecta con origen en *a*.

2. Se marcan sobre la semirrecta cuatro segmentos congruentes (de cualquier medida).

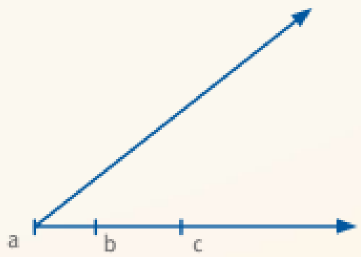
3. Se traza la recta R que determinan *o* y *b*.

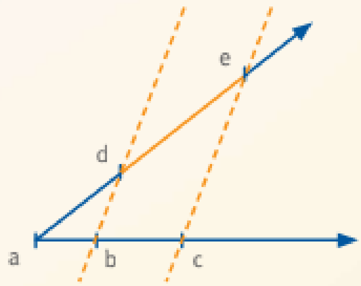
4. Se trazan rectas paralelas a R que pasen por los otros puntos que se marcaron sobre la $\overrightarrow{ao}$.

En la siguiente proporción $\overline{de}$ es **cuarto proporcional**.

Para construir el cuarto proporcional, conociendo las medidas de los otros tres segmentos, pueden seguir estos pasos.

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{\overline{ad}}{\overline{de}}$$





1. Se trazan dos semirrectas con el origen en común.

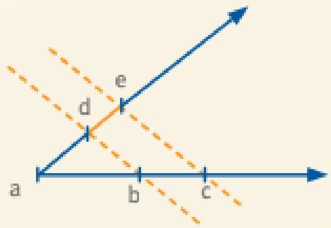
2. Se marcan sobre una de las semirrectas dos de los segmentos ($\overline{ab}$ y $\overline{bc}$).

3. Sobre la otra semirrecta se marca el tercer segmento ($\overline{ad}$) a partir del origen.

4. Se traza la recta que determinan *d* y *b* y luego, la paralela que pasa por *c*.

En la siguiente proporción $\overline{de}$ es **tercero proporcional**.

$\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{\overline{ad}}{\overline{de}}$, siendo $\overline{bc} = \overline{ad}$



TEST de comprensión

1. Respondan y expliquen las respuestas.

a. ¿Se puede dividir un segmento de $\sqrt{11}$ cm en tres segmentos congruentes? ¿De qué forma?

b. ¿Cuántos segmentos hay que tener como dato para construir el cuarto proporcional?

c. ¿Cuántos segmentos hay que tener como dato para construir el tercero proporcional?

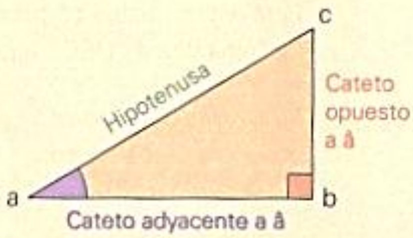
Trigonometría

Triángulos rectángulos

Se recuerda que en un **triángulo rectángulo** el lado opuesto al ángulo recto es la **hipotenusa**, mientras que los otros dos son los **catetos**.

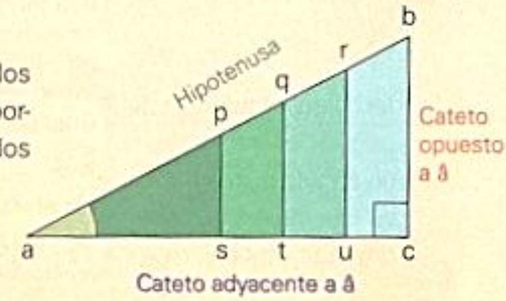
Para distinguir un cateto del otro se marca un ángulo agudo, por ejemplo, $\hat{a}$, y se "miran" los catetos desde ese ángulo:

- el que está "enfrentado" al ángulo es el cateto opuesto a $\hat{a}$;
- el lado que forma el ángulo junto con la hipotenusa es el cateto adyacente a $\hat{a}$.



Razones trigonométricas

En la figura se muestran triángulos semejantes, en los que los ángulos son congruentes y los lados son proporcionales, o sea, la razón entre las medidas de sus lados es constante.



Por eso, en los **triángulos rectángulos** esas razones se nombran a partir de los ángulos agudos y se conocen como **razones trigonométricas**.

Las tres fundamentales son:

Seno del ángulo $\longrightarrow \operatorname{sen} \hat{a} = \dfrac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$

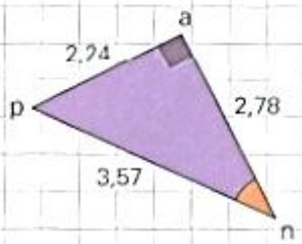
Coseno del ángulo $\longrightarrow \cos \hat{a} = \dfrac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$

Tangente del ángulo $\longrightarrow \operatorname{tg} \hat{a} = \dfrac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto adyacente}}$

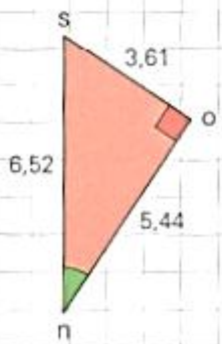
Los ángulos se medirán en grados, los lados en cualquier unidad de longitud, pero es importante recordar que las razones trigonométricas no tienen unidad de medida.

30. En cada uno de estos triángulos identificá cuál es el cateto opuesto y cuál el adyacente al ángulo agudo señalado, y calculá las razones trigonométricas de ese ángulo.

a)



b)



La calculadora científica y la trigonometría

Las razones trigonométricas de un ángulo pueden calcularse directamente con una calculadora científica.

Para realizar estos cálculos, la calculadora debe estar en MODO DEG y en el visor aparece una "D" chiquita o "DEG" (igual de chiquito).

Las teclas de seno, coseno y tangente son sin, cos y tan, respectivamente.

Dar en la tecla

Para hallar cos 60°, se pulsa cos 6 0 =. En el visor se lee 0,5.

Para hallar tg 40°15', se pulsa tan 4 0 °'" 1 5 y °'" = (en el visor aparece 15°, pero lo reconoce como minutos). Se lee que esa tangente es 0,846562489 (aproximadamente).

También se puede calcular cuánto mide un ángulo si se conoce una de sus razones trigonométricas.

Dar en la tecla

Si el seno de un ángulo es 0,3, se presiona SHIFT sin 0 . 3 =.

En el visor se verá 17.45760312. Si se presiona la tecla °'", se observa 17° 27' 27" (en forma aproximada).

31. a) Completá la tabla usando la calculadora.

	0°	30°	45°	60°	90°
sen					
cos					
tg					

Atención

Si al buscar el ángulo en la calcu te da error, quiere decir que no hay ninguno que cumpla con lo pedido.

b) ¿Entre qué valores oscila el seno de un ángulo de entre 0° y 90°?

c) ¿Y el coseno de un ángulo de entre 0° y 90°?

d) ¿Pasa lo mismo con la tangente?

32. Completá la tabla con la medida del ángulo que corresponde.

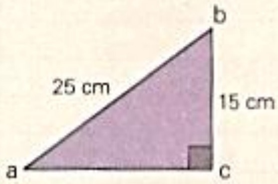
	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,50
sen							
cos							
tg							

Resolución de triángulos rectángulos

Las razones trigonométricas sirven para resolver problemas en los que es necesario calcular lados o ángulos agudos de triángulos rectángulos (es decir, sus medidas).

- Por ejemplo, se puede calcular el lado y los ángulos que faltan en el triángulo representado.

  Para calcular el lado, que en este caso es un cateto, se puede aplicar el teorema de Pitágoras:



$$H^2 = C_1^2 + C_2^2$$

$$(25\text{ cm})^2 = C_1^2 + (15\text{ cm})^2 \Rightarrow C_1^2 = (25\text{ cm})^2 - (15\text{ cm})^2$$

$$C_1^2 = 400\text{ cm}^2 \Rightarrow C_1 = 20\text{ cm}$$

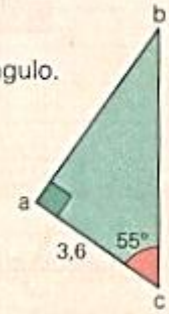
  Para calcular los ángulos $\hat{a}$ y $\hat{b}$, se utilizan las razones trigonométricas.

$$\operatorname{sen}\hat{a} = \frac{\text{Cat. op.}}{\text{Hipot.}} \Rightarrow \operatorname{sen}\hat{a} = \frac{15\text{ cm}}{25\text{ cm}} = \frac{3}{5} \qquad \cos\hat{b} = \frac{\text{Cat. ady.}}{\text{Hipot.}} \Rightarrow \cos\hat{b} = \frac{15\text{ cm}}{25\text{ cm}} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \hat{a} \cong 36°\ 52'\ 12'' \qquad \Rightarrow \hat{b} \cong 53°\ 7'\ 48''$$

  Se pueden verificar los resultados al comprobar que: $\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180°$.

- También se pueden calcular los lados y el ángulo que faltan en este otro triángulo.



  Para calcular el ángulo $\hat{b}$: $\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180° \Rightarrow 90° + \hat{b} + 55° = 180° \Rightarrow \hat{b} = 35°$

  Para calcular los lados ab y bc, se usan las razones trigonométricas, teniendo en cuenta que $\overline{ac} = 3{,}6$ es el cateto adyacente a $\hat{c} = 55°$.

  $\overline{ab}$ es el cateto opuesto a $\hat{c}$.

$$\operatorname{tg}\hat{c} = \frac{\text{Cat. op.}}{\text{Cat. ady.}} \Rightarrow \operatorname{tg} 55° = \frac{\overline{ab}}{3{,}6}$$

$$\Rightarrow 3{,}6 \cdot \operatorname{tg} 55° = \overline{ab}$$

$$\Rightarrow \overline{ab} \cong 5{,}14$$

  $\overline{bc}$ es la hipotenusa.

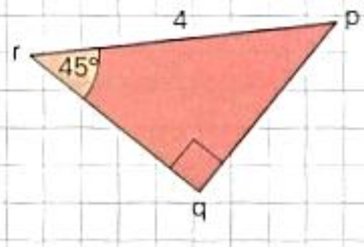
$$\cos\hat{c} = \frac{\text{Cat. ady.}}{\text{Hipot.}} \Rightarrow \cos 55° = \frac{3{,}6}{\overline{bc}}$$

$$\Rightarrow \overline{bc} = \frac{3{,}6}{\cos 55°}$$

$$\Rightarrow \overline{bc} \cong 6{,}28$$

  Para verificar los resultados, se puede usar el teorema de Pitágoras.

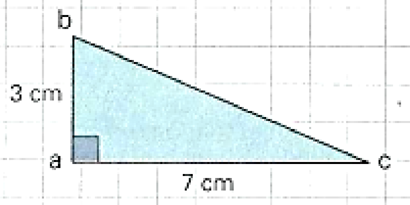
33. **a)** Mirá la figura. ¿Cuánto mide cada cateto?



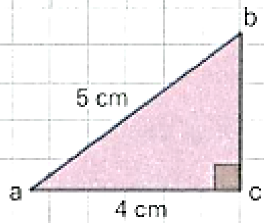
b) Mati y Tomy lo resolvieron de diferente forma y a los dos les dio lo mismo. Uno de ellos lo hizo igual que vos. ¿Cómo pudo hacerlo el otro?

34. Calculá los ángulos y lados que faltan en estos triángulos rectángulos.

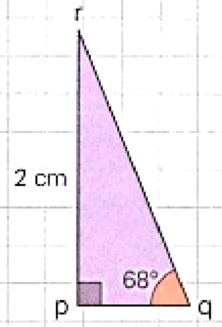
a)



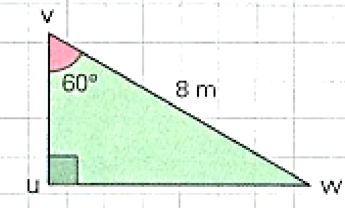
c)



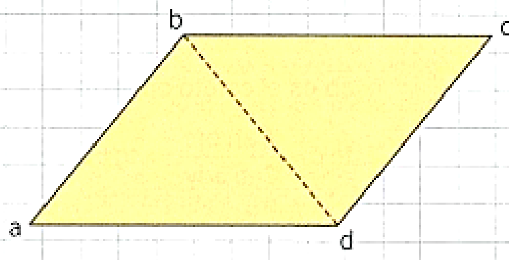
b)



d)



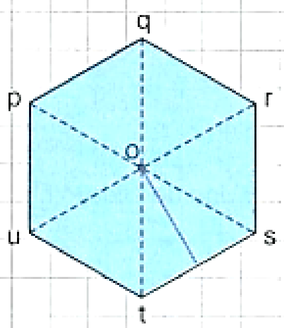
35. Observá el paralelogramo abcd, en el que $\hat{a} = 51°$; $\overline{ab} = \overline{bd} = 3{,}2$ cm .



a) Calculá su altura.

b) Determiná su perímetro.

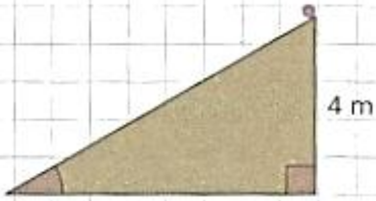
36. En este polígono regular, $\overline{so} = 2$ cm . ¿Cuánto mide el lado? ¿Y la apotema?



Atención

Observá qué triángulo forman dos vértices consecutivos y el centro.

37. Una pelota se deja caer desde la parte más alta de una rampa de 4 m de altura y que forma un ángulo de 30° con el piso.

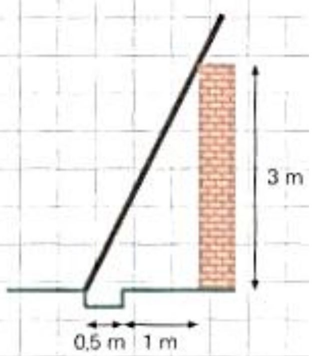


a) ¿Qué distancia recorrerá hasta llegar al piso?

b) ¿Y hasta llegar a los 2 m de altura?

c) ¿Cuánto mide la base de la rampa?

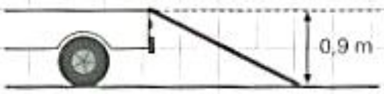
38. Marcelo tiene que apoyar una escalera en la pared. Por una cuestión de seguridad, debe poner el pie de la escalera justo antes de un pozo que hay en el piso. Otra opción es poner el pie de la escalera justo después del pozo.



a) ¿Qué ángulo formará la escalera con el piso en cada caso?

b) Si tuviese que comprar una escalera lo más corta posible de forma que el extremo apoye justo en la parte más alta de la pared, ¿con cuál de las dos opciones lo logra? ¿Qué largo tendría?

39. Para subir unas cajas pesadas a su camioneta, Lucas usa una madera para formar una rampa. La parte trasera de su camioneta tiene una altura de 0,90 m y la madera que consiguió es de 2 m.



a) ¿Qué ángulo formará la madera con el piso, si apoya un extremo en el piso y el otro en la camioneta?

b) ¿Cuánto espacio necesita por detrás de su camioneta, si cuando coloca la rampa le tiene que quedar 1 m más libre?

Estadística

Datos estadísticos. Tablas de frecuencias.

Población, variables y frecuencias

Población: conjunto de individuos o elementos que se analizan en un estudio estadístico. Si es muy numeroso, se toma una **muestra** representativa y se extienden los resultados a toda la población.

Variable: característica que se analiza
- → **Cuantitativa** (N.° de hijos, horas de viaje, ...).
- → **Cualitativa** (estado civil, deporte preferido, ...).

Frecuencia absoluta o **frecuencia** (f): cantidad de veces que aparece un dato.

Frecuencia relativa (fr): cociente entre **f** y la cantidad total de datos **(n)**. → $fr = \frac{f}{n}$

Frecuencia porcentual (f%): **f% = fr · 100** ← Permite representar porcentajes.

9. Se realiza una encuesta en 500 hogares de una ciudad (responde un solo habitante en cada caso) y se pregunta:

I) Cuántas personas viven allí.

II) Qué actividades realizan los fines de semana.

III) Cuánta leche consumen por semana.

IV) Qué nivel educativo tienen.

a) ¿Cuál es la población?

b) ¿Cuál es la muestra?

c) Rodeá con rojo las variables cuantitativas y con azul las cualitativas.

10. Se realizó una encuesta telefónica a 50 domicilios y en 15 respondieron que tienen 2 mascotas.

a) ¿Cuál es la frecuencia relativa del dato "tiene 2 mascotas"?

b) ¿Y la porcentual?

11. A un grupo de alumnos se les preguntó: "¿Cuántos hermanos tenés?", y para facilitar el análisis de los resultados, se organizó la información en una **tabla de frecuencias**.

Atención
La suma de las frecuencias absolutas (f) es el total de datos.

a) ¿Cuántos alumnos fueron encuestados?

b) Completá la tabla de frecuencias.

c) ¿Cuánto suman las **fr**? ________ ¿Y las **f%**? ________

d) ¿Qué porcentaje de la muestra tiene 2 hermanos o más?

e) ¿Es cierto que el 76% de los encuestados no son hijos únicos?

N.° de hermanos	f	fr	f%
0	12		
1		0,36	
2			30%
3 o más			
Total	50		

Gráficos estadísticos

Gráficos de barras y circulares

Gráfico de barras: la altura de cada barra es la frecuencia absoluta (**f**) del dato que representa.

Gráfico circular o de torta: cada sector circular es directamente proporcional a la **f%** que representa.

Género de película preferido	f	f%	Ángulo central
Ciencia ficción	50	25%	25% de 360° = 90°
Terror	120	60%	60% de 360° = 216°
Acción	30	15%	15% de 360° = 54°
TOTAL	200	100%	360°

Gráfico de barras

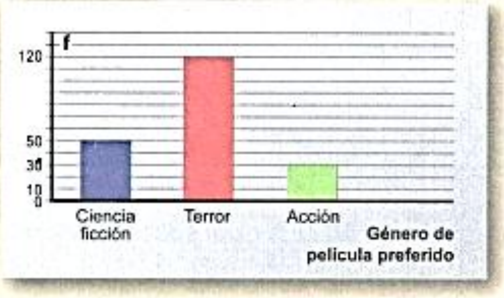
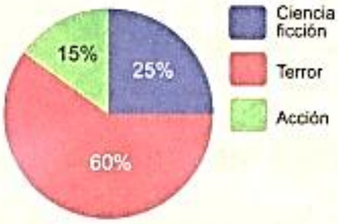


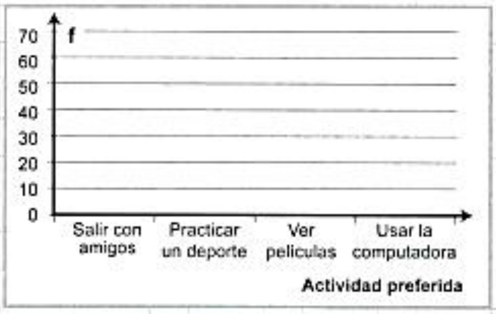
Gráfico circular o de torta



12. **a)** En una escuela se hizo una encuesta a un grupo de alumnos acerca de qué actividad prefieren realizar en su tiempo libre. Completá la tabla y el gráfico que muestran los resultados.

Actividad preferida	f	f%
Salir con amigos		
Practicar un deporte		
Ver películas		
Usar la computadora		
TOTAL	150	

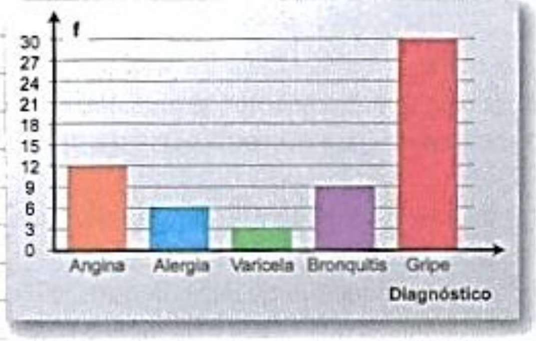
b) Realizá un gráfico de barras con la información.



c) ¿Cuántos de los encuestados prefieren salir con amigos o practicar un deporte? ¿Es cierto que no llegan a un tercio del total?

d) ¿Es verdad que más de la mitad prefiere usar la computadora o ver películas? ¿Dónde mirás para responder rápido?

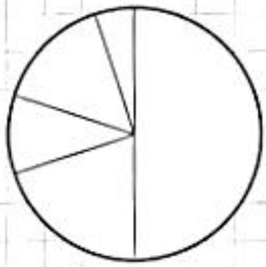
13. El gráfico de barras muestra los diagnósticos de todos los pacientes que atendió un pediatra la semana pasada.



a) ¿A cuántos niños atendió el doctor en esa semana?

b) Los casos de alergia fueron el doble que los de ______________ y la mitad que los de ____________.

c) Escribí el diagnóstico y el porcentaje que corresponden a cada sector del gráfico circular.



14. A los clientes de un supermercado se les pregunta a cuántas cuadras viven de esa sucursal. ¿En qué tipo de gráfico te parece que se encontrará más rápido la respuesta de cada pregunta enunciada a continuación? Rodeá la opción que te parezca más práctica.

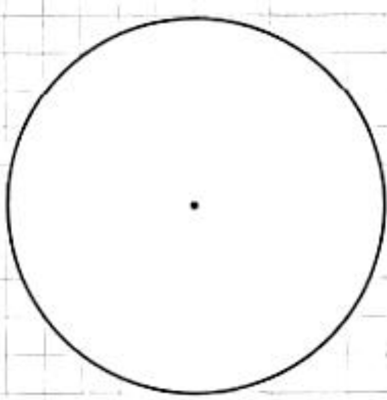
a) ¿Cuántos clientes viven a 5 cuadras? **gráfico de barras** **gráfico circular**

b) ¿A cuántos clientes encuestaron? **gráfico de barras** **gráfico circular**

c) ¿Qué porcentaje de los clientes vive a 5 cuadras? **gráfico de barras** **gráfico circular**

15. La tabla muestra las ventas de una pizzería el sábado por la noche. Completala y realizá un gráfico circular con esa información.

Tipo de pizza	f	f%	Ángulo central
Muzzarella	100		
Fugazza			
Napolitana	50		
Calabresa		20%	
TOTAL	200		



Promedio, moda y mediana

Medidas representativas

Cuando las variables son numéricas, es útil buscar valores que representen la muestra, como la media, la moda y la mediana, que dan idea de "alrededor de qué número" están los datos.

- **Promedio** o **media** ($\bar{x}$): cociente entre la suma de todos los datos y la cantidad de datos.
- **Moda** (**Mo**): valor que tiene mayor frecuencia. Puede suceder que no haya moda (si los datos no se repiten o si todos tienen la misma frecuencia) o que exista más de una moda.
- **Mediana** (**Me**): valor que ocupa el lugar central al ordenar los datos de menor a mayor, es decir que deja la mitad de los datos restantes por debajo de ella y la otra mitad, por encima. Si la cantidad de datos es par, se promedian los dos datos centrales.

Notas de Paula: 6 9 8 6 4 9 6 10 → son 8 notas.

$\bar{x} = \frac{6 \cdot 3 + 9 \cdot 2 + 8 + 4 + 10}{8} = 7{,}25$ Mo = 6 (la que más aparece)

Para obtener la mediana, primero se ordenan los datos de menor a mayor: 4 6 6 6 | 8 9 9 10

$\mathrm{Me} = \frac{6+8}{2} = 7$

Dar en la tecla

Las calculadoras científicas tienen un modo estadístico (SD). Consultá cómo ingresar los datos para obtener promedios. Es útil cuando hay varios datos repetidos.

16. Una atleta tiene como rutina de entrenamiento caminar los kilómetros que muestra la tabla.

Lu	Mar	Mi	Jue	Vie
2	5	3	5	7

a) Agregará una caminata el próximo sábado. ¿Cuántos kilómetros debe hacer ese día para que el promedio diario de la semana no cambie?

b) ¿Y cuántos debe caminar como mínimo el sábado para que la mediana no varíe? (Recordá ordenar los datos).

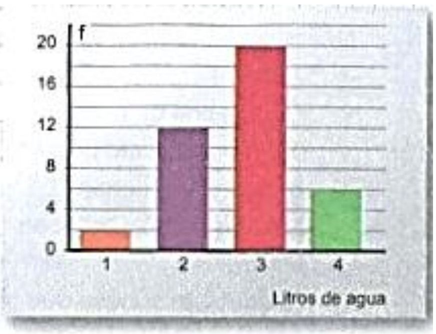
c) Si quiere que el promedio diario de la semana sea 5 km, ¿cuánto debe caminar el sábado?

17. En una granja nacieron 10 conejos. Se anotaron en forma creciente los gramos que pesaron, pero se borraron tres datos. Descubrí cuáles son y escribilos en la lista, sabiendo que:

Mo = 40 g Me = 46 g $\bar{x}$ = 48 g

___ **40 40 45 45** ___ **48 50** ___ **65**

18. Se preguntó a un grupo de familias cuántos litros de agua beben por día en sus hogares y se realizó el diagrama de barras con las respuestas.



a) ¿Cuántas familias fueron encuestadas?

b) ¿Cómo se visualiza la moda en el gráfico? ¿Cuánto vale?

c) Señalá el cálculo que permite obtener la media y hallá su valor.

☐ $\frac{1+2+3+4}{4}$ ☐ $\frac{1\cdot 2+2\cdot 12+3\cdot 20+4\cdot 6}{4}$ ☐ $\frac{2+24+60+24}{40}$ $\bar{x}$ = ______

d) Si todas las barras fueran iguales a la roja, ¿el promedio aumentaría, disminuiría o sería el mismo? ¿Y qué sucedería con la moda?

19. a) Mirá las edades de un grupo de compañeros de curso y obtené la media, la moda y la mediana.

Ana	Luz	Sol	Leo	Tato	Mili	Juan	Tomi
13	14	13	13	15	14	13	13

b) Tato tuvo que irse, pero se agregó el sobrinito de Ana, que tiene 1 año. Volvé a calcular la media, la moda y la mediana. ¿Alguna dejó de ser representativa para este nuevo grupo? ¿Por qué?

Atención

Si hay datos muy diferentes entre sí, el promedio puede no ser representativo de la muestra.

20. La tabla muestra las estaturas de los integrantes de un equipo de básquet. En el informe que hizo Beto con los datos de la tabla hay errores; encontralos y corregilos.

Para calcular la estatura promedio del equipo, sumé las alturas y dividí por 7.

El promedio es 181,7 cm.

La moda es 192 cm, porque es la altura que más veces aparece.

La mediana es 179 cm, porque está en el 4.º lugar de la tabla, justo en el medio.

Estatura (cm)	f
168	1
170	1
175	1
179	1
190	1
192	4
198	2